

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Географический факультет

УТВЕРЖДАЮ
Декан географического факультета,
академик РАН Добролюбов С.А.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
МАТЕМАТИКА**

Уровень высшего образования:
бакалавриат

Направление подготовки:
43.03.02 «Туризм»

Направленность (профиль) ОПОП:
«Туризм»

Форма обучения:
очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
Учебно-методической комиссией географического факультета
(протокол №18, дата 22.11.2022)

Москва 2022

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Туризм» (*программы бакалавриата, магистратуры, реализуемым последовательно по схеме интегрированной подготовки*).

ОС МГУ утвержден решением Ученого совета МГУ №1044 от 30 августа 2019 года

Год (годы) приема на обучение: 2019

© Географический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова

Программа не может быть использована без разрешения факультета.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП – к базовой части ОПОП, является обязательной для освоения.
2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия: базируется на знаниях, полученных в средних общеобразовательных учреждениях. Ранее освоенных дисциплин в рамках высшего образования не требуется.
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников:

Компетенции выпускников (коды)	Индикаторы (показатели) достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), сопряженные с компетенциями
УК-1.Б (<i>формируется частично</i>): Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.Б.1. Осуществляет поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	Знать: основные понятия высшей математики; иметь представление о математике об основных понятиях, идеях и методах математического анализа. Уметь: решать задачи разделов высшей математики; применять логическое мышление, пространственное воображение. Владеть: методами решения прикладных задач в области географии, доказательств и алгоритмов решения; проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем.

4. Объем дисциплины (модуля) 5 з.е., 180 часов, в том числе 93 академических часа на контактную работу обучающихся с преподавателем, 87 академических часа на самостоятельную работу обучающихся.
5. Формат обучения не предполагает электронного обучения и использования дистанционных образовательных технологий (за исключением форс-мажорных обстоятельств – пандемии и т.п.).
6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

	Всего	В том числе
--	--------------	--------------------

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	(часы)	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) <i>Виды контактной работы, часы*</i>			Самостоятельная работа обучающегося <i>Виды самостоятельной работы, часы</i>	
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Всего	Работа с литературой (включая устные опросы, контрольные работы)	Всего
Тема 1. Введение в математический анализ	14	3	5	8	6	6
Тема 2. Предел числовой последовательности. Предел функции	14	2	6	8	6	6
Тема 3. Производная и дифференциал функции.	15	3	6	9	6	6
Тема 4. Типы разрывов. Графики функций.	14	3	5	8	5	5
Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	16	3	7	10	5	5
Тема 6. Исследования функций с помощью производных.	14	3	5	8	5	5
Промежуточная аттестация: зачет	3	Устный зачет			3	3
Тема 7. Первообразная функция и неопределенный интеграл.	15	3	6	9	6	6
Тема 8. Определенный интеграл и его геометрический смысл	15	3	6	9	6	6
Тема 9. Элементы теории множеств	13	2	5	7	6	6
Тема 10. Аналитическая геометрия на плоскости в пространстве.	15	3	6	9	6	6
Тема 11. Элементы теории матриц.	14	3	5	8	6	6
Промежуточная аттестация: экзамен	21	Устный экзамен			21	21
Итого:	180	31	62	93	87	

Содержание лекций, семинаров

Тема 1. Введение в математический анализ

Функция, график функции. Степенные функции, рациональные функции. Аргумент и функция. Область определения и область значений функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Показательная и логарифмическая функции. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Понятие последовательности. Примеры. Предел последовательности его свойства. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Свойства бесконечно малых.

Тема 2. Предел числовой последовательности. Предел функции

Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства функции, непрерывной на промежутке. Числовая последовательность и ее предел. Основные правила вычисления пределов функций. Предел функции на бесконечности и в точке. Основные теоремы о пределах: теоремы Вейерштрасса и Больцано - Коши. Первый и второй замечательные пределы. Точки разрыва первого и второго рода.

Тема 3. Производная и дифференциал функции

Определение производной функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной. Дифференцируемость функции. Понятие дифференциала и дифференцируемой функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью. Правила дифференцирования функций. Дифференциал независимой переменной. Инвариантность первого дифференциала. Производные основных элементарных функций. Производная сложной функции и обратных тригонометрических функций. Вторая производная и производные высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа.

Тема 4. Типы разрывов. Графики функций

Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Типы разрывов и их свойства. Исследование поведения функций. Построение графиков функций. Зависимые и независимые переменные. Способы задания функции: табличный, графический, аналитический, словесный. Свойства функции: четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность. Преобразования графиков функций.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Производная параметрически заданной функции. Достаточное условие строгой монотонности функции на отрезке. Условие постоянства. Достаточные условия экстремума функции. Первое достаточное условие экстремума функции (по первой производной) Правила Лопиталья нахождения предела отношения двух функций (раскрытия неопределенностей.). Производные высших порядков. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций по степеням x .

Тема 6. Исследования функций с помощью производных

Приложение производной: интервалы монотонности и экстремумы функции. Асимптоты. Применение второй производной. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба функции. Общая схема исследования функций. Теорема о производной обратной функции. Правило дифференцирования сложной функции. Вычисление производных некоторых элементарных функций. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного двух функций.

Тема 7. Первообразная функции и неопределенный интеграл

Введение: задачи, приводящие к понятию интеграла и сферы применения интегрального исчисления. Основные правила интегрирования. Понятие неопределенного интеграла. Условия интегрируемости и свойства неопределенных интегралов. Физический и геометрический смысл интеграла. Таблица интегралов. Методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод разложения, метод замены переменной. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых трансцендентных функций.

Тема 8. Определенный интеграл и его геометрический смысл

Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Интегральная теорема о среднем значении. Формула Ньютона – Лейбница. Вычисление площади криволинейной фигуры, длины дуги кривой и объема тела. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Вычисление геометрических, механических, физических величин с помощью определенного интеграла.

Тема 9. Элементы теории множеств

Целые, рациональные и действительные числа. Приближенное значение величины. Абсолютная и относительная погрешности. Действия с приближенными значениями. Сравнение числовых выражений. Стандартная запись числа. Действия с числами в стандартном виде. Числа и действия с ними. Множества и действия с ними. Множества чисел, интервалы и отрезки. Комплексные числа, действия над ними, тригонометрическая форма, формула Муавра.

Тема 10. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

Декартова система координат на плоскости. Точки, линии и другие множества на плоскости. Линии второго порядка. Векторы и действия с ними. Прямая на плоскости и ее каноническое уравнение. Вычисление углов между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. Декартова система координат в пространстве. Точки, линии, поверхности и другие множества в пространстве. Плоскость в пространстве и ее каноническое уравнение. Вычисление углов между плоскостями. Прямая в пространстве и ее каноническое уравнение. Вычисление углов между прямыми. Вычисление углов между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости.

Тема 11. Элементы теории матриц

Понятие матрицы. Типы матриц. Действия с матрицами: сложение, вычитание матриц, умножение матрицы на число, транспонирование матриц, умножение матриц, возведение в степень. Определитель квадратной матрицы. Определители 1-го, 2-го, 3-го

порядков. Определители и их свойства. Правило Крамера решения системы линейных уравнений. Обратная матрица. Решение системы линейных уравнений в матричной форме.

План проведения семинаров:

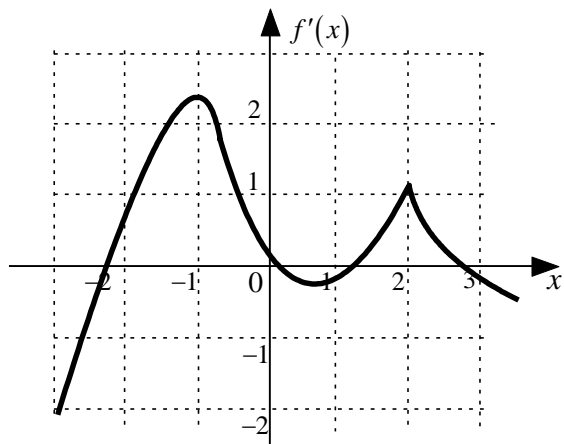
1. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Введение в математический анализ
2. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Предел числовой последовательности. Предел функции.
3. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Производная и дифференциал функции.
4. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Типы разрывов. Графики функций.
5. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Дифференциальное исчисление функции одной переменной
6. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Исследования функций с помощью производных.
7. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Первообразная функции и неопределенный интеграл.
8. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Определенный интеграл и его геометрический смысл.
9. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Элементы теории множеств.
10. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.
11. Обсуждение и выполнение практических заданий по теме Элементы теории матриц.

7. Фонд оценочных средств для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю):

Примеры заданий для контрольной работы:

Задание 1. Ответы ДА или НЕТ.

Дан график производной $f'(x)$ некоторой функции $f(x)$:



Справедливо утверждение:

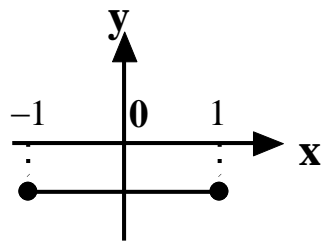
на промежутке $(-1;0)$ функция $f(x)$ возрастает

на промежутке $(-2;0)$ график функции $f(x)$ имеет точку перегиба

в точке -1 функция $f(x)$ имеет максимум

на промежутке $(2;3)$ функция $f(x)$ убывает

Задание 2. Выбор одного ответа.



Дан график функции $f(x)$:

Тогда любая ее первообразная $F(x)$ на этом отрезке принимает наименьшее значение в А. точке 1 Б. в точке -1 В. в точке 0 Г. в точках 1 и -1 одновременно

Задание 3. Числовой ответ.

Для функции $f(x) = \begin{cases} -x+1, & x \leq 2, \\ x-3, & x > 2 \end{cases}$ значение интеграла $\int_{-2}^4 f(x) dx$ равно...

Задание 4. Даны матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и два вектора $x = \begin{pmatrix} 2 \\ a \end{pmatrix}$ и $y = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Найти значение параметра a , при котором векторы $u = Ax$

и $v = Ay$ перпендикулярны.

Задание 5. Решить матричное уравнение: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1-2 \\ 2-2 & 1 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Задание 6. По формулам Крамера найти значение переменной x_3 :

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 = -1 \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 15x_4 = -32 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 5 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 6x_4 = -8. \end{cases}$$

Задание 7. Исследовать и решить систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 3x_5 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ 7x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 1. \end{cases}$$

Задание 8. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0.95 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$, выборочная средняя $\bar{x}_a = 14$ и объем выборки $n = 25$.

Примерный перечень вопросов для устного опроса

1. Определение функции одной переменной.
2. График функции.

3. Способы задания функции.
4. Понятие четной и нечетной функции.
5. Свойства их графиков.
6. Определение возрастающей, убывающей, невозрастающей, неубывающей функции. Определение сложной функции.
7. Определение точки перегиба, выпуклости, вогнутости графика функции.
8. Необходимое и достаточное условия выпуклости, вогнутости графика функции. Необходимое и достаточное условия существования точек перегиба.
9. Общий план исследования и построения графика функции.
10. Производные функции $y = c$, $y = x^2$, $y = x^3$. Вывод формул.
11. Производные функции $Y = \sin x$. Вывод формул.
12. Производные функции $Y = \cos x$, $y = \log_a x$. Вывод формул.
13. Производные функции $Y = \log_a x$, $y = \ln x$. Вывод формул.
14. Производные функции $Y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Вывод формул.
15. Производные функции $Y = a^x$, $y = e^x$, $y = \arcsin x$. Вывод формул.
16. Производные функции $Y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arcctg} x$. Вывод формул.

Примерный перечень вопросов для зачета:

1. Множества и действия с ними. Множества чисел, интервалы и отрезки.
2. Комплексные числа и действия с ними.
3. Функция, график функции.
4. Сложные функции.
5. Обратные функции.
6. Степенные функции. Многочлены и рациональные функции.
7. Показательная и логарифмическая функции.
8. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.
9. Предел функции при неограниченном росте аргумента.
10. Предел числовой последовательности.
11. Бесконечно большие и бесконечно малые функции, их свойства.
12. Основные правила вычисления пределов функций.
13. Непрерывность функции в точке. Типы разрывов.
14. Непрерывность сложной функции.
15. Свойства функции, непрерывной на отрезке.
16. Теоремы Вейерштрасса и Больцано - Коши.

17. Производная и дифференциал функции, их геометрический смысл.
18. Правила дифференцирования функций.
19. Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа.
20. Правила Лопиталья нахождения предела отношения двух функций.
21. Производные высших порядков. Достаточные условия экстремума функции.

Примерный перечень вопросов для экзамена

1. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
2. Основные правила интегрирования.
3. Определенный интеграл и его геометрический смысл.
4. Условия интегрируемости и свойства определенных интегралов.
5. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона – Лейбница.
6. Интегральная теорема о среднем значении.
7. Вычисление площади криволинейной фигуры,
8. Вычисление длины дуги кривой и объема тела.
9. Декартова система координат на плоскости. Точки, линии и другие множества на плоскости.
10. Линии второго порядка.
11. Векторы и действия с ними.
12. Прямая на плоскости и ее каноническое уравнение.
13. Вычисление углов между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой.
14. Декартова система координат в пространстве. Точки, линии, поверхности и другие множества в пространстве.
15. Плоскость в пространстве и ее каноническое уравнение. Вычисление углов между плоскостями.
16. Прямая в пространстве и ее каноническое уравнение. Вычисление углов между прямыми.
17. Вычисление углов между прямой и плоскостью. Расстояние от точки до плоскости.
18. Определители и их свойства. Теорема Безу.
19. Правило Крамера решения системы линейных уравнений.
20. Матрицы и действия с ними.
21. Обратная матрица. Решение системы линейных уравнений в матричной форме.
22. Понятие производной по направлению и градиента.

Шкала и критерии оценивания

Промежуточная аттестация — *устный зачет.*

Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	Незачет	Зачет
Знания (виды оценочных средств: устные опросы, контрольные работы)	Фрагментарные знания или отсутствие знаний	Сформированные систематические знания или общие, но не структурированные знания
Умения (виды оценочных средств: устные опросы, контрольные работы)	В целом успешное, но не систематическое умение или отсутствие умений	Успешное и систематическое умение или в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: устные опросы, контрольные работы)	Наличие отдельных навыков или отсутствие навыков	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач или, в целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме

Промежуточная аттестация — устный экзамен.

Оценка РО и соответствующие виды оценочных средств	Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Знания (виды оценочных средств: устные опросы, контрольные работы)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: устные опросы, контрольные работы)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: устные опросы, контрольные работы)	Отсутствие навыков	Наличие отдельных навыков	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

8. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

Основная литература:

1. Аксененкова И.М., Малыгина О.А. Чекалкин Н.С., Шухов А.Г. Ряды. Интеграл Фурье и преобразование Фурье. Приложения. - М.: Ленанд, 2020.
2. Горобец Б.С. Теория вероятностей, математическая статистика и элементы случайных процессов. Упрощенный курс. - М.: Либроком, 2020.
3. Зализняк В.Е., Золотов О.А. Введение в математическое моделирование. Учебное пособие для вузов. – М.: Юрайт, 2020.
4. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов – М.:ЮНИТИ, 2013.
5. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Наука, 1987.
6. Смолянов О.Г., Шавгулидзе Е.Т. Континуальные интегралы. – М.: Ленанд, 2020.
7. Шипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для вузов. - М.: Юрайт, 2019.

Дополнительная литература:

1. Битюков Ю., Ильина А., Мартюшова Я. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами. Часть 2. – М.: Физматлит, 2015.
2. Гусак И.В. Высшая математика. - М.: Высшая школа, 1985.
3. Демидович Б.П. Сборник задач по высшей математике. - М.: Наука, 1987
4. Кубышкин Е.И. Нелинейная алгебра пространства-времени. – М.: Либроком, 2020.
5. Омельченко В.П. Математика: учеб. пособие. Ростов н/Д: Феникс, 2010.
6. Пухначев Ю. В., Попов Ю. П. Математика без формул. - М.: Дрофа, 2011 г.
7. Светуных С.Г., Светуных И.С. Производственные функции комплексных переменных. Экономико-математическое моделирование производственной динамики. – М.: Ленанд, 2019.
8. Шиханович Ю.А. Логические и математические исчисления. – М.: Научный мир, 2011.
9. Шиханович Ю.А. Начальные главы математического анализа в полужормальном изложении. Учебное пособие. – М.: Научный мир, 2010.

- Перечень лицензионного программного обеспечения

Не требуется

• Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем
реферативная база данных издательства Elsevier: www.sciencedirect.com

- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости)

1. Официальный сайт Библиотеки популярной физико-математической литературы – <http://www.math.ru/lib/formats>

2. Официальный сайт Единого портала интернет-тестирования в сфере образования – <http://www.i-exam.ru/>
3. Официальный сайт Национального Открытого Университета «ИНТУИТ» – <http://www.intuit.ru/>
4. Официальный сайт федерального портала Российское образование – <http://www.edu.ru/>

- Описание материально-технической базы

Учебная аудитория с мультимедийным проектором

9. Язык преподавания: русский.

10. Преподаватель (преподаватели): Ответственный за курс — _____, преподаватель: _____

11. Разработчики программы:

Вагина И.М., к.ф.-м.н., доцент кафедры палеогеографии и геоморфологии географического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

Сагомоян Е.А., к.ф.-м.н., доцент кафедры газовой и волновой динамики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Сарафанова А.Г., н.с. кафедры рекреационной географии и туризма географического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.