

Ку-Нан Лиоу

ОСНОВЫ
РАДИАЦИОННЫХ
ПРОЦЕССОВ
В АТМОСФЕРЕ

Ку-Нан Лиоу

ОСНОВЫ
радиационных
процессов
в атмосфере

Перевод с английского под редакцией
чл.-корр. АН СССР К. Я. КОНДРАТЬЕВА



Ленинград Гидрометеиздат 1984

AN INTRODUCTION TO ATMOSPHERIC RADIATION

Kuo-Nan Liou

Department of Meteorology
University of Utah
Salt Lake City, Utah

ACADEMIC PRESS

A Subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich, Publishers

New York London Toronto Sydney San Francisco 1980



Перевод с английского В. А. Иванова, М. А. Прокофьева

Дан обзор основных физических явлений, определяющих формирование поля радиации в атмосфере, подробно изложена теория процессов взаимодействия электромагнитного излучения с газовой и аэрозольной средой. Рассмотрены прикладные аспекты теории переноса излучения в атмосфере.

Для специалистов в области физики атмосферы и дистанционной индикации окружающей среды; может быть использована в качестве учебного пособия студентами соответствующих специальностей.

Ку-Нан Лиоу

ОСНОВЫ РАДИАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В АТМОСФЕРЕ

Редактор О. Э. Александрова. Художник И. Н. Кошаровский. Художественный редактор Б. А. Денисовский. Технический редактор Л. М. Шишкова. Корректор И. В. Жмакина.

ИБ № 1486. Сдано в набор 19.10.83. Подписано в печать 23.02.84. Формат 60×90^{1/16}, бумага тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Печ. л. 23,5. Кр.-отт. 23,5. Уч.-изд. л. 26,29. Тираж 1030 экз. Индекс МОЛ-41. Заказ № 6. Цена 4 р. 30 к. Гидрометеиздат. 199053, Ленинград, 2-я линия, д. 23. Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 190000, г. Ленинград, Прачечный переулок, 6.

Copyright © 1980, by Academic Press, Inc.

© Перевод на русский язык, Гидрометеиздат, 1984

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к русскому изданию	6
Предисловие	8
Глава 1 Основы теории радиации	12
1.1 Понятия, определения и единицы	—
1.2 Излучение абсолютно черного тела	20
1.3 Формирование линии поглощения (излучения) и ее кон- тур	24
1.4 Основные аспекты радиационного переноса	29
Упражнения	34
Список рекомендуемой литературы	36
Глава 2 Солнечное излучение на уровне верхней границы атмосферы	37
2.1 Солнце как источник энергии	—
2.2 Орбита Земли вокруг Солнца	43
2.3 Спектр Солнца и солнечная постоянная	46
2.4 Определение солнечной постоянной	49
2.5 Распределение инсоляции за пределами атмосферы	53
Упражнения	55
Список рекомендуемой литературы	56
Глава 3 Поглощение и рассеяние солнечной радиации в атмосфере	57
3.1 Состав и структура атмосферы Земли	—
3.2 Поглощение в ультрафиолетовой области спектра в атмосфере	59
3.3 Фотохимические процессы и формирование озонового слоя	63
3.4 Поглощение в видимой и ближней инфракрасной обла- стях спектра	66
3.5 Расчет скоростей нагревания за счет поглощения солнеч- ной радиации	70
3.6 Поляризованный свет и параметры Стокса	74
3.7 Рэлеевское рассеяние	80
Упражнения	90
Список рекомендуемой литературы	92
Глава 4 Перенос инфракрасной радиации в атмосфере	93
4.1 Тепловой спектр инфракрасной радиации и ее перенос в атмосфере	—
4.2 Общие характеристики инфракрасных спектров поглоще- ния атмосферных газов	95
4.3 Теория переноса инфракрасного излучения в плоскопа- раллельных атмосферах	98
4.4 Понятие функции пропускания	101

	4.5 Модели полос для функций пропускания (пропусканий)	103
	4.6 Приближение Куртиса—Годсона для неоднородных атмосфер	111
	4.7 Вычисление скоростей инфракрасного радиационного выхолаживания	112
	4.8 Поток инфракрасной радиации в терминах закона Стефана—Больцмана и радиационные номограммы	115
	4.9 Углекислый газ и климат	123
	Упражнения	125
	Список рекомендуемой литературы	126
Глава 5	Рассеяние света частицами в атмосфере	127
	5.1 Уравнения Максвелла	128
	5.2 Уравнение электромагнитной волны и его решение	129
	5.3 Формальное решение задачи рассеяния	133
	5.4 Решение для поля в удаленных точках и параметры ослабления	137
	5.5 Фазовая матрица рассеяния	143
	5.6 Лучевая оптика	147
	5.7 Рассеяние света несферическими ледяными кристаллами	167
	Упражнения	174
	Список рекомендуемой литературы	176
Глава 6	Основы теории многократного рассеяния в плоскопараллельных атмосферах	177
	6.1 Формулировка задачи рассеяния солнечного света в плоскопараллельных атмосферах	178
	6.2 Приближения теории переноса излучения	183
	6.3 Метод дискретных ординат в задачах переноса излучения	192
	6.4 Принципы инвариантности	199
	6.5 Учет отражения поверхностью	213
	6.6 Метод сложения при многократном рассеянии	216
	6.7 Описание многократного рассеяния с учетом поляризации	220
	6.8 Уравнения многократного рассеяния излучения ориентированными несферическими частицами	223
	6.9 Уравнения для многократного рассеяния в трехмерном пространстве	226
	Упражнения	230
	Список рекомендуемой литературы	232
Глава 7	Приложение теории переноса излучения к задачам дистанционного зондирования атмосферы	234
	7.1 Введение	—
	7.2 Рассеянный солнечный свет как источник информации при дистанционном зондировании	236
	7.3 Инфракрасное зондирование со спутников	247
	7.4 Спутниковое микроволновое зондирование	277
	7.5 Лидарное (или радиолокационное) обратное рассеяние	287
	Упражнения	292
	Список рекомендуемой литературы	294
Глава 8	Радиационная климатология	295
	8.1 Обзор работ по исследованию радиационного баланса системы Земля—атмосфера	—
	8.2 Широкополосные радиационные наблюдения со спутников	298
	8.3 Исследования радиационного баланса по данным спутниковых наблюдений	304
	8.4 Теоретические исследования радиационного баланса	312
	8.5 Простые радиационные модели и модели климата	330
	Упражнения	343
	Список рекомендуемой литературы	344

Приложение 1	Основные обозначения	345
Приложение 2	Некоторые постоянные	348
Приложение 3	Вывод функции Планка	349
Приложение 4	Комплексный показатель преломления, дисперсия света и формула Лоренц—Лоренца	351
Приложение 5	Свойства полиномов Лежандра	354
Приложение 6	Геометрия рассеяния	356
Приложение 7	Теорема сложения для полиномов Лежандра	357
Приложение 8	Ответы к некоторым задачам	359
	Список литературы	363
	Предметный указатель	369

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

В последние годы радиационные исследования приобретают все большее значение, и в настоящее время этому разделу физики атмосферы уделяется значительное внимание. Достаточно напомнить в связи с этим о некоторых ключевых проблемах современной метеорологии и климатологии, в решении которых основная роль принадлежит радиационным исследованиям. Это взаимодействие атмосферы и океана, в результате которого формируются энергоактивные зоны, приводящие к появлению аномалий теплового (прежде всего радиационного) баланса; взаимодействие радиации и облачности, которое обуславливает изменчивость общей циркуляции атмосферы и климата; антропогенные воздействия на климат, связанные с усилением парникового эффекта атмосферы в результате роста концентрации углекислого газа и ряда малых оптически активных газовых компонентов. С точки зрения разработки численных моделей общей циркуляции атмосферы и климата описание перечисленных радиационных процессов сводится к параметризации переноса излучения в атмосфере на основе надежного учета количественных характеристик поглощения и рассеяния и интерактивности радиационных и других процессов. Радиационным процессам отводится значительное место во Всемирной программе исследования климата (ВПИК), что еще раз свидетельствует о их большом значении. Следует отметить также интенсивное развитие методов дистанционного зондирования окружающей среды, в основе которых лежат теория переноса излучения в атмосфере и использование данных о радиационных параметрах атмосферы в диапазоне от УФ до СВЧ излучения.

О быстром развитии радиационных исследований свидетельствует большое количество монографий и статей, посвященных этому вопросу. Несомненно, ощущается острая необходимость в публикациях, освещающих проблему в целом и носящих характер учебных пособий. Предлагаемый читателю перевод на русский язык книги проф. Ку-Нан Лиоу в значительной степени устраняет такого рода пробел. Книга в основном посвящена изложению фундаментальных аспектов переноса излучения в поглощающей и рассеивающей атмосфере. Автор, внесший существенный вклад в исследования взаимодействия облачности и радиации, а также ряда

других проблем, всесторонне освещает результаты, полученные им и его сотрудниками. Это вполне оправдано, поскольку речь идет о результатах принципиального характера: например, о рассеянии несферическими частицами и влиянии перистых облаков на перенос коротковолновой и длинноволновой радиации. Важное место занимают в книге главы, посвященные дистанционному зондированию атмосферы и радиационной климатологии.

Несомненным достоинством книги проф. Ку-Нан Лиоу является наличие в каждой главе интересных упражнений (задач), которые наверняка заинтересуют преподавателей и студентов, а также подробных приложений. Автор не стремился к составлению исчерпывающего списка литературы, однако имеющиеся в книге ссылки вполне репрезентативны, хотя работы советских авторов освещены далеко не полностью. Этот недостаток был частично устранен с помощью подстрочных примечаний и ссылок.

Хотя книга проф. Ку-Нан Лиоу вышла в свет в 1980 г., отбор автором принципиально существенного материала определил ее непреходящую актуальность. Вместе с тем бурное развитие исследований климата и интенсивная разработка методов дистанционного зондирования атмосферы за последние несколько лет, конечно, не могли найти своего отражения в книге, и читателю, интересующемуся последними достижениями в этой области, целесообразно обратиться к дополнительной литературе.

Хочется надеяться, что предлагаемая вниманию советского читателя книга проф. Ку-Нан Лиоу послужит полезным учебным и справочным пособием для студентов и исследователей, специализирующихся в области физики атмосферы.

К. Я. Кондратьев

ПРЕДИСЛОВИЕ

Проблемы, связанные с предсказанием климата и его изменений, привлекают все большее внимание. Это объясняется тем, что, с одной стороны, человечество зависит от изменчивости климата, а с другой — сама деятельность человека может вызывать климатические сдвиги.

Основной физической процесс, приводящий к возникновению циркуляции атмосферы и океанических течений, — перенос солнечной и инфракрасной радиации. Поэтому очевидно, что изучение климата и механизмов его изменений следует начинать с детального описания радиационных процессов и радиационного переноса для интерпретации спутниковых данных, полученных начиная с 60-х годов в ходе успешных запусков метеорологических спутников. Благодаря этому удалось получить данные о распределении температуры и концентрации в атмосфере различных оптически активных газов, таких, как водяной пар и озон. Подобная информация способствует более глубокому пониманию механизмов формирования климата Земли. Детальное изучение физики взаимодействия облачности и аэрозоля с солнечным излучением на основе спутниковой информации позволило дать количественное описание состава и структуры глобально распределенных облачных систем и аэрозоля. Несомненно, что методы зондирования земной атмосферы могут быть также использованы для исследования атмосфер других планет.

Хотя в настоящее время вышел в свет целый ряд публикаций по проблемам взаимодействия радиации с атмосферой, ни одна из них не может считаться полноценной, так как подобные издания нередко носят обзорный характер и зачастую не освещают некоторые важные аспекты процессов рассеяния и поглощения излучения в атмосферах планет. Более того, ни в одной из опубликованных ранее книг не были рассмотрены приложения теории переноса радиации к задачам дистанционного зондирования и радиационной климатологии.¹ В настоящее время, когда все большее применение в исследованиях погоды и климата получили методы лазерного и спутникового зондирования, в основе кото-

¹ Эти вопросы рассматриваются в ряде монографий, опубликованных в СССР. См., например, Кондратьев К. Я., Тимофеев Ю. М. Метеорологическое зондирование атмосферы со спутников. — Л.: Гидрометеиздат, 1978. (*Прим. ред.*)

рых лежит теория переноса излучения, появилась настоятельная необходимость в издании книги, освещающей проблемы переноса излучения в атмосферах планет.

Цель настоящей книги — последовательно представить основы теории переноса радиации в атмосфере. Уровень изложения материала позволяет студентам старших курсов, выпускникам, специализирующимся в области атмосферных наук, и начинающим исследователям проследить за ходом математических выводов и получить представление о физических законах переноса радиации.

Книга состоит из восьми глав. В главе 1 рассмотрены общие понятия и определения, а также основные законы и фундаментальные уравнения переноса излучения. В главе 2 описаны характеристики солнечной радиации, приходящей на верхнюю границу земной атмосферы. Глава 3 посвящена процессам поглощения и рассеяния солнечной радиации в молекулярных атмосферах. Обсуждаются фотохимические процессы, связанные с влиянием ультрафиолетового излучения и озона, введены понятия поляризации и рэлеевского рассеяния света. В главе 4 рассмотрен перенос инфракрасного излучения в системе Земля—атмосфера. Изложена фундаментальная теория переноса инфракрасного излучения, рассмотрены также модели полос поглощения и принципы построения радиационных номограмм. В главе 5 описаны процессы однократного рассеяния в атмосфере при наличии облачных и аэрозольных частиц. Выведены уравнения Максвелла и получено решение векторного волнового уравнения, которое приводит к теории Ми. Охарактеризовано решение задачи рассеяния света сферическими каплями воды и гексагональными ледяными кристаллами в приближении геометрической лучевой оптики. В главе 6 рассмотрены принципы многократного рассеяния в плоскопараллельных атмосферах. В этой главе представлены основные исходные уравнения, некоторые приближения для задач радиационного переноса, принципы инвариантности и различные методы решения фундаментального уравнения переноса в приложении к задачам дистанционного зондирования атмосферы. Глава 7 посвящена принципам и методам обращения, которые используются при определении профилей температуры и содержания газов по данным, получаемым в каналах спутникового инфракрасного зондирования. Далее обсуждены пути использования микроволнового зондирования, а также результатов измерений отраженного и пропущенного солнечного света для дистанционной индикации. Изложены основные принципы использования обратного радиолокационного и лидарного рассеяния для обнаружения облаков и осадков. В заключительной главе освещены вопросы, связанные с радиационной климатологией. Описаны широкополосные радиационные наблюдения со спутников и результаты восстановления широтного и глобального распределений радиационного баланса по данным спутниковых измерений. Далее представлены результаты теоретических исследований радиационного баланса

и описаны простые модели климата, основанные на принципе баланса радиации. Каждая глава дополнена упражнениями, в которых предлагается решить задачи различной степени трудности.

Данная книга рассчитана на читателя, имеющего подготовку в объеме вводных курсов физики и математики. Хотя книга предназначена прежде всего для студентов и специалистов в области атмосферных наук, некоторые разделы могут представлять интерес для специалистов в области исследований планет, рассеяния электромагнитного излучения, оптики и геофизики. Главы 1—4 основаны на цикле лекций «Атмосферная радиация: физическая метеорология 1», предназначенном для старшекурсников и стажеров первого года специализации. Главы 5 и 6, а также 7 и 8 основаны на материале специальных курсов под названием «Перенос радиации» и «Дистанционное зондирование со спутников» соответственно. Часть материала, представленного в тексте книги, является оригинальной и ранее не публиковалась.

В ходе написания книги автору пришлось использовать огромное количество литературы, поскольку атмосферная радиация — область знаний, лежащая на стыке метеорологии, астрофизики, планетологии, электротехники и прикладной физики. Автор старался не ссылаться на оригинальные работы по отдельным проблемам, обсуждаемым в книге. Однако представленный список литературы включает также обзорные работы, в которых изложены существенные результаты исследований по переносу радиации в атмосфере и дистанционному зондированию, а также рассмотрены последние достижения в этих областях. Читатели, желающие глубже изучить тот или иной вопрос, могут обратиться к этому списку. Автор взял на себя почти невыполнимую задачу унификации обозначений, используемых при описании процессов рассеяния и поглощения излучения, радиационного переноса и дистанционной индикации. К сожалению, для сохранения ряда традиционных особенностей описания некоторые символы пришлось использовать для обозначения разных величин.

Автор благодарен друзьям и коллегам, которые нашли время для того, чтобы прочитать различные главы рукописи, и помогли полезными советами: П. Барберу, К. Л. Коулсону, А. Фимату, Дж. Ф. Кингу, К. Б. Леови, Дж. Норсу и Т. Сасамори. Во время работы над книгой автор получал поддержку от отдела атмосферных исследований Национального научного фонда и Геофизической лаборатории ВВС США, что дало ему возможность включить в книгу ряд новых результатов. Автор выражает благодарность также Университету штата Юта за присуждение факультетской стипендии им. Дэвида П. Гарднера, благодаря которой он смог освободиться от обязанностей преподавания на зимний семестр 1978-79 г., когда и была закончена значительная часть рукописи. Автор хотел бы также выразить благодарность Р. Коулману и К. Хатчисону за независимое решение большей части задач, а также за помощь при корректуре, а миссис Д. Плюмхоф — за перепечатку рукописи.

В Северном океане есть рыба, имя которой — Гунь. Величина ее достигает неизвестно скольких тысяч ли. Гунь превращается в птицу, имя которой — Пэн. Спина ее достигает неизвестно скольких тысяч ли. Когда она стремительно взмывает ввысь, ее крылья, как тучи, нависшие в небе. Вот какова эта птица. Когда море волнуется, Пэн направляется в Южный океан. Южный океан — это небесный водоем.

Направляясь в Южный океан, Пэн поднимает волны на просторе в три тысячи ли. Опираясь о вихрь, Пэн взлетает на девяносто тысяч ли и улетает, пользуясь ветром, который дует в шестой луне. Птица Пэн кажется испарением, пылинкой, а ее движение — дыханием, которым овевают друг друга живые существа. Лазурь неба — подлинный ли это цвет, или это оттого, что оно так далеко и нет ему ни конца ни края?

Чжуан-Цзы
339—295 гг. до н. э.

Глава 1

ОСНОВЫ ТЕОРИИ РАДИАЦИИ

1.1 ПОНЯТИЯ, ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЕДИНИЦЫ

1.1.1 Электромагнитный спектр

Основной процесс, ответственный за перенос энергии в атмосфере,— распространение электромагнитного излучения. Электромагнитное излучение распространяется в виде волн, причем все электромагнитные волны распространяются с одной и той же скоростью— со скоростью света. В вакууме она составляет $(2,997\,93 \pm 1) \cdot 10^8$ м·с⁻¹ и почти столько же в воздухе. Видимый свет, гамма-лучи, рентгеновские лучи, ультрафиолетовая и инфракрасная радиация, микрорадиоволны, телевизионные сигналы и радиоволны формируют *электромагнитный спектр*.¹

Сетчатка человеческого глаза чувствительна к электромагнитным волнам с частотами от $4,3 \cdot 10^{14}$ до $7,5 \cdot 10^{14}$ Гц. В связи с этим данная полоса частот называется *видимой* областью электромагнитного спектра. Глаз не реагирует на частоты электромагнитных волн выше $7,5 \cdot 10^{14}$ Гц. Такие волны, лежащие за фиолетовой границей спектра, называются ультрафиолетовым излучением. Кроме того, глаз также не реагирует на волны с частотой менее $4,3 \cdot 10^{14}$ Гц. Эти волны, частота которых ниже минимальной частоты видимого света на красной границе спектра, но выше примерно $3 \cdot 10^{12}$ Гц, называются *инфракрасным светом* или *инфракрасной радиацией*. Непосредственно за инфракрасной областью спектра лежат микрорадиоволны, которые занимают полосу частот примерно от $3 \cdot 10^{10}$ до $3 \cdot 10^{12}$ Гц. Наиболее важные спектральные области, связанные с переносом радиационной энергии в атмосферах планет, расположены между ультрафиолетовым излучением и микрорадиоволнами.

Рентгеновская область электромагнитного спектра состоит из волн с частотами, изменяющимися примерно от $3 \cdot 10^{16}$ до $5 \times$

¹ См. также Кондратьев К. Я. Актинометрия.— Л.: Гидрометеониздат, 1965. (Прим. ред.)

Диапазон	Длина волны, см	Частота, с ⁻¹
Гамма-лучи	10^{-9}	$3 \cdot 10^{19}$
Рентгеновские лучи	10^{-6}	$3 \cdot 10^{16}$
Ультрафиолетовое излучение	$3 \cdot 10^{-5}$	10^{15}
Видимый свет	10^{-4}	
Инфракрасное излучение	10^{-1}	$3 \cdot 10^{11}$
Микрорадиоволны	1	$3 \cdot 10^{10}$
Радиочастоты космической связи	10^2	$3 \cdot 10^8$
Телевидение и радиосвязь на частотной модуляции	10^3	$3 \cdot 10^7$
Короткие волны	10^4	$3 \cdot 10^6$
Радиосвязь на амплитудной модуляции	10^5	$3 \cdot 10^5$
Радиоволны		

Фиолетовый
Синий
Голубой
Зеленый
Желтый
Оранжевый
Красный

Рис. 1.1. Электромагнитный спектр.

$\times 10^{18}$ Гц, и примыкает к ультрафиолетовой области спектра. *Гамма-лучи* занимают область наибольших частот в спектре — примерно $3 \cdot 10^{19}$ Гц и выше. На другом конце спектра за областью микрорадиоволн находится полоса *телевизионных* и *ЧМ* частот, простирающаяся примерно от $3 \cdot 10^8$ до $3 \cdot 10^5$ Гц. Частоты *радиоволн* являются минимальными и составляют примерно $3 \cdot 10^5$ Гц и ниже.

Электромагнитные волны часто описываются в терминах длины волны, а не частоты. Частота $\tilde{\nu}$ и длина волны λ связаны следующим образом:

$$\lambda = c/\tilde{\nu}, \quad (1.1)$$

где c — скорость света в вакууме. Эта формула справедлива для волн любого типа. Характеристики инфракрасного излучения обычно описываются с помощью волнового числа, которое определяется как

$$\nu = \tilde{\nu}/c = 1/\lambda. \quad (1.2)$$

Таким образом, длина волны 10 мкм соответствует волновому числу 1000 см^{-1} . В микроволновой области частота, как правило, измеряется в гигагерцах, причем 1 см равен 30 ГГц. Полный электромагнитный спектр показан на рис. 1.1.

1.1.2 Телесный угол

Анализ радиационного поля часто требует рассмотрения количества лучистой энергии, заключенной в элементарном телесном угле. Телесный угол определяется как отношение площади σ

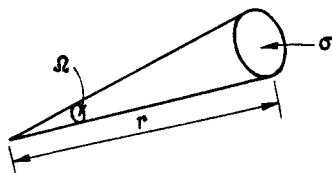


Рис. 1.2. Определение телесного угла.

сферической поверхности, видимой из центра, к площади окружности радиусом r (рис. 1.2) и описывается следующим образом:

$$\Omega = \sigma/r^2. \quad (1.3)$$

Измеряется телесный угол в стерadianах (ср). Для сферы, площадь поверхности которой составляет $4\pi r^2$, телесный угол равен 4π ср.

Для получения дифференциального элемента телесного угла построим сферу с центром O . Если предположить, что через точку O проходит прямая, движущаяся в пространстве и пересекающая произвольную поверхность на расстоянии r от этой точки, то, как

видно из рис. 1.3, дифференциальный элемент площади в полярных координатах примет вид

$$d\sigma = (r d\theta) (r \sin \theta d\varphi). \quad (1.4)$$

Отсюда дифференциальный телесный угол будет описываться выражением

$$d\Omega = d\sigma/r^2 = \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (1.5)$$

где θ и φ — соответственно зенитный и азимутальный углы в полярных координатах.

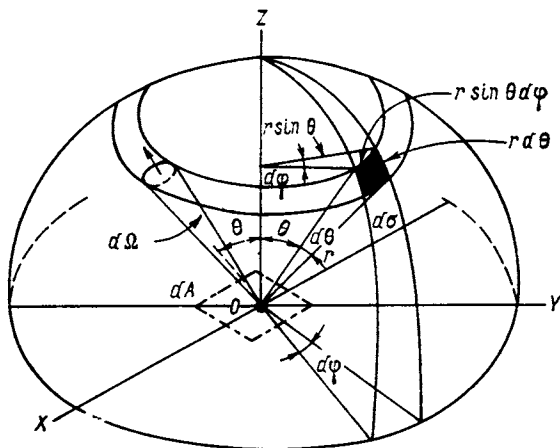


Рис. 1.3. Геометрическое представление телесного угла в полярных координатах.

Показан узкий пучок излучения, распространяющегося через элементарную площадку dA в направлениях, ограниченных элементарным телесным углом $d\Omega$.

1.1.3 Основные радиометрические величины

Рассмотрим элементарное количество лучистой энергии dE_λ в интервале времени dt и заданном интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, которое проходит через элемент площади dA , изображенный на рис. 1.3, в направлениях, ограниченных элементарным телесным углом, ориентированным под углом θ к нормали элемента dA . Эта энергия выражается в терминах интенсивности как

$$dE_\lambda = I_\lambda \cos \theta d\Omega dA d\lambda dt. \quad (1.6)$$

Из уравнения (1.6) можно определить *монохроматическую интенсивность* (или *энергетическую яркость*) в общем виде:

$$I_\lambda = \frac{dE_\lambda}{\cos \theta d\Omega d\lambda dt dA}. \quad (1.7)$$

Таким образом, интенсивность выражается в единицах энергии приходящей на единичную площадь в единицу времени в единичном интервале частот внутри единичного телесного угла. Очевидно, что понятие интенсивности подразумевает направленность

потока излучения. Принято считать, что интенсивность заключена в узком пучке излучения.

Плотность монохроматического потока, или *монохроматическая энергетическая освещенность*, определяется нормальной составляющей I_λ , проинтегрированной по всему полусферическому телесному углу, и может быть записана как

$$F_\lambda = \int_{\Omega} I_\lambda \cos \theta \, d\Omega. \quad (1.8)$$

В полярных координатах

$$F_\lambda = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_\lambda(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\varphi. \quad (1.9)$$

Легко показать, что для изотропного излучения, интенсивность которого не зависит от направления, плотность монохроматического потока будет описываться выражением

$$F_\lambda = \pi I_\lambda. \quad (1.10)$$

Полная *плотность потока* лучистой энергии, или энергетическая освещенность (количество энергии в единицу времени на единицу площади), для всех длин волн может быть получена интегрированием плотности монохроматического потока по всему электромагнитному спектру:

$$F = \int_0^{\infty} F_\lambda \, d\lambda. \quad (1.11)$$

Далее, полный поток \dot{f} , или мощность излучения W (энергия в единицу времени), определяется как

$$\dot{f} = \int_A F \, dA. \quad (1.12)$$

Зависимость плотности монохроматического потока от частоты может быть записана в виде

$$F_{\bar{\nu}} = \frac{dF}{d\bar{\nu}}. \quad (1.13)$$

Из соотношения между длиной волны и частотой (1.1) получаем

$$F_{\bar{\nu}} = -(\lambda^2/c) F_\lambda. \quad (1.14)$$

Аналогичным образом интенсивности, выраженные в единицах длин волн и частот, могут быть связаны соотношением

$$I_{\bar{\nu}} = -(\lambda^2/c) I_\lambda. \quad (1.15)$$

С помощью соотношения (1.2) можно таким же образом связать плотности монохроматического потока (интенсивности).

Плотность потока (энергетическая освещенность от излучающей поверхности) называется *светимостью* или же *монохроматической светимостью*, если она выражена в терминах длины волны. Интенсивность излучения, или энергетическая яркость, называется также *яркостью* (фотометрической яркостью). Полный поток от излучающей поверхности часто называют *светимостью* (световой отдачей). Основные радиометрические величины¹ представлены в табл. 1.1.

ТАБЛИЦА 1.1 Обозначения, размерности и единицы измерения различных радиометрических величин

Обозначение	Измеряемая величина	Размерность	Единица СИ
E	Энергия	ML^2T^{-2}	Дж
f	Поток	ML^2T^{-3}	Вт
F	Плотность потока, энергетическая освещенность, лучистость	MT^{-3}	Вт·м ⁻²
I	Интенсивность излучения, энергетическая яркость	MT^{-3}	Вт·м ⁻² ·ср ⁻¹

1.1.4 Понятия рассеяния и поглощения

Большая часть света, достигающего наших глаз, приходит не непосредственно от источников, а косвенным образом за счет процесса *рассеяния*. Мы видим диффузно рассеянный солнечный свет, когда смотрим на облака или небосвод. Поверхности суши и воды, а также окружающие нас предметы видимы благодаря тому, что они рассеивают свет. Электрическая лампочка не прямо посылает нам свет от светящейся нити; обычно мы воспринимаем излучение, уже рассеянное стеклянным колпаком. За исключением тех случаев, когда мы смотрим прямо на источник, например на солнце, язык пламени или раскаленную нить в прозрачном колпаке, мы видим рассеянный свет. Рассеяние на молекулах, аэрозолях и в облаках, содержащих капли воды и ледяные кристаллы, порождает множество красочных эффектов в атмосфере. Голубое небо, белые облака, великолепные радуги и гало — вот лишь несколько примеров оптических явлений, связанных с рассеянием. *Рассеяние* — это фундаментальное физическое явление взаимодействия света с веществом; оно происходит на всех длинах волн электромагнитного спектра.

Рассеяние представляет собой физический процесс, при котором частица, находящаяся на пути распространения электромагнитной волны, непрерывно «извлекает» энергию из падающей

¹ К сожалению, единая (общепринятая) терминология до сих пор отсутствует. (Прим. ред.)

волны и переизлучает эту энергию по всем направлениям. Таким образом, частицу можно рассматривать как точечный источник рассеянной энергии. В атмосфере размеры частиц, вызывающих рассеяние, лежат в широком диапазоне: примерно от 10^{-8} см (молекулы газа) до 1 см (большие дождевые капли и градины). Относительная интенсивность пространственного распределения рассеянного света (индикатриса рассеяния) существенно зависит от отношения размера частицы к длине волны падающего излучения. Если рассеяние изотропно, оно происходит симметрично относительно направления распространения исходной волны. Мелкая анизотропная частица имеет тенденцию одинаково рассеивать свет

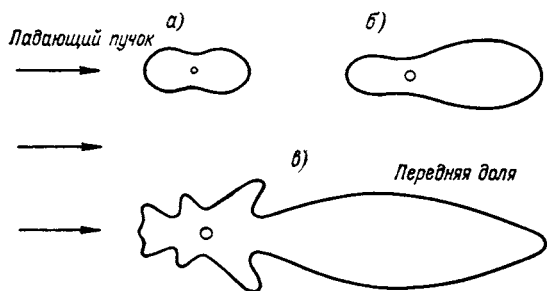


Рис. 1.4. Примеры угловых распределений интенсивности излучения, рассеянного мелкими (а), крупными (б) и сверхкрупными (в) частицами.

как вперед, так и назад. При увеличении размеров частиц рассеянная энергия все больше концентрируется в направлении вперед при все большем усложнении общей картины (рис. 1.4). Распределение энергии, рассеянной сферическими и некоторыми симметричными частицами, может быть количественно описано с помощью теории электромагнитных волн. Когда частицы много меньше, чем длина волны падающего излучения, рассеяние называется *рэлеевским*, и именно им объясняется голубой цвет неба и поляризация света от небосвода (см. главу 3). Рассеяние на частицах, размеры которых сравнимы с длиной волны излучения или больше нее, обычно называется *рассеянием Ми*. Математическая теория рассеяния Ми на сферических частицах и связанное с ней приближение геометрической оптики для капель воды и гексагональных кристаллов будут представлены в главе 5.

В рассеивающем объекте с большим количеством частиц каждая частица подвергается облучению, а также рассеивает свет, рассеянный другими частицами (рис. 1.5). Частица, находящаяся в точке *P*, отклоняет падающий свет, рассеивая его во всех направлениях только один раз, т. е. осуществляет однократное рассеяние. Между тем, часть этого рассеянного света достигает частицы, находящейся в точке *Q*, где снова рассеивается во всех направлениях. Этот процесс называется *вторичным рассеянием*. Затем происходит последующее рассеяние третьего порядка с участием частицы в точке *R*. Более чем однократное рассеяние называется многократным. Из рис. 1.5 видно, что часть рассеянного из

направления \mathbf{d} падающего света может снова вернуться на это направление в результате многократного рассеяния. Многократное рассеяние играет важную роль при переносе лучистой энергии в атмосфере, особенно при наличии облачности или аэрозолей (см. главу 6).

Рассеяние часто сопровождается *поглощением*. Трава выглядит зеленой потому, что она рассеивает зеленый свет более эффективно, чем красный и голубой, которые поглощаются при падении на травяной покров. Энергия волн, длины которых соответствуют красному или голубому свету, поглощается и преобразуется в какую-то иную форму энергии. В чисто молекулярных атмосферах в области видимого спектра поглощение энергии практически отсутствует. Облака также поглощают очень мало ви-

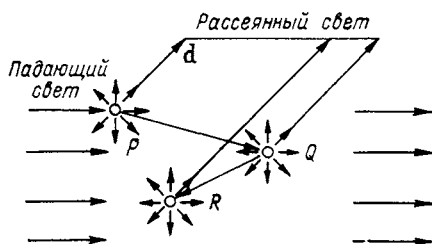


Рис. 1.5. Процесс многократного рассеяния.

димого света. Как при рассеянии, так и при поглощении энергия удаляется из луча света, распространяющегося в среде, и луч света испытывает *ослабление*. Таким образом, ослабление есть результат рассеяния и поглощения. В непоглощающей среде рассеяние является единственным процессом ослабления.

Для обозначения количества света, удаленного частицами из исходного луча, принято использовать термин *поперечник рассеяния*, который аналогичен геометрической площади. В случае если это поперечник одной частицы, он измеряется в единицах площади (см^2). Таким образом, поперечник рассеяния в терминах площади есть сумма поперечников рассеяния и поглощения. Однако если поперечник отнесен к единице массы, то он будет измеряться в $\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$. В этом случае при исследовании переноса используется термин *массовый поперечник ослабления*. Массовый поперечник ослабления является, таким образом, суммой массовых поперечников поглощения и рассеяния. Далее, если поперечник ослабления домножить на счетную концентрацию частиц (см^{-3}) или если массовый поперечник ослабления домножить на плотность ($\text{г} \cdot \text{см}^{-3}$), то полученная величина будет называться *коэффициентом ослабления* (см^{-1}). При исследовании переноса инфракрасного излучения массовый поперечник поглощения называется просто коэффициентом поглощения.

После поглощения энергии частицами и молекулами может происходить ее *излучение*. Понятие излучения связано с излучением абсолютно черного тела (см. п. 1.2). Важно, что спектр

поглощения ряда малых атмосферных примесей имеет в инфракрасной области сложную линейчатую структуру. В п. 1.3 и главе 4 излагаются основы теории формирования линий и переноса инфракрасной радиации в атмосфере. Глубокое понимание процессов рассеяния и поглощения излучения в атмосфере необходимо при исследовании радиационного баланса и климата планет, а также при разработке методов дистанционной индикации с целью получения данных о составе и структуре атмосферы.

1.2 ИЗЛУЧЕНИЕ АБСОЛЮТНО ЧЕРНОГО ТЕЛА

1.2.1 Закон Планка

В 1901 г. Планк сделал два допущения о свойствах атомных осцилляторов с целью теоретического объяснения распределения излучения нагретой полости.

Во-первых, Планк постулировал, что энергия осциллятора описывается выражением

$$E = nh\tilde{\nu}, \quad (1.16)$$

где $\tilde{\nu}$ — частота осциллятора, h — постоянная Планка, а n — квантовое число, которое может принимать только целые значения. Согласно уравнению (1.16), энергия осциллятора квантована, и хотя последующие исследования показали, что правильной для гармонического осциллятора является формула $E = (n + 1/2)h\tilde{\nu}$, это уточнение никоим образом не умаляет значения выводов Планка.

Во-вторых, Планк постулировал, что осцилляторы излучают энергию не постоянно, а скачками — квантами. Эти кванты энергии испускаются, когда осциллятор переходит из одного квантованного энергетического состояния в другое. Таким образом, если квантовое число изменяется на единицу, излучаемое количество энергии определяется выражением

$$\Delta E = \Delta nh\tilde{\nu} = h\tilde{\nu}. \quad (1.17)$$

На основе двух этих допущений Планк смог теоретически вывести так называемую функцию Планка, описываемую выражением

$$B_{\tilde{\nu}}(T) = \frac{2h\tilde{\nu}^3}{c^2 (e^{h\tilde{\nu}/kT} - 1)}, \quad (1.18)$$

где k — постоянная Больцмана, c — скорость света, T — абсолютная температура. Постоянные Планка и Больцмана определяются из эксперимента и имеют следующие значения: $h = 6,6262 \times 10^{-34}$ Дж·с, $k = 1,3807 \cdot 10^{-23}$ Дж·К⁻¹. Вывод функции Планка приводится в приложении 2.

Функция Планка связывает интенсивность монохроматического излучения с частотой и температурой излучающего вещества. С учетом связи между частотой и длиной волны (1.15) уравнение (1.18) можно переписать в виде

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/k\lambda T} - 1)}. \quad (1.19)$$

На рис. 1.6 показана зависимость $B_{\lambda}(T)$ от длины волны при различных температурах. Очевидно, что с ростом температуры

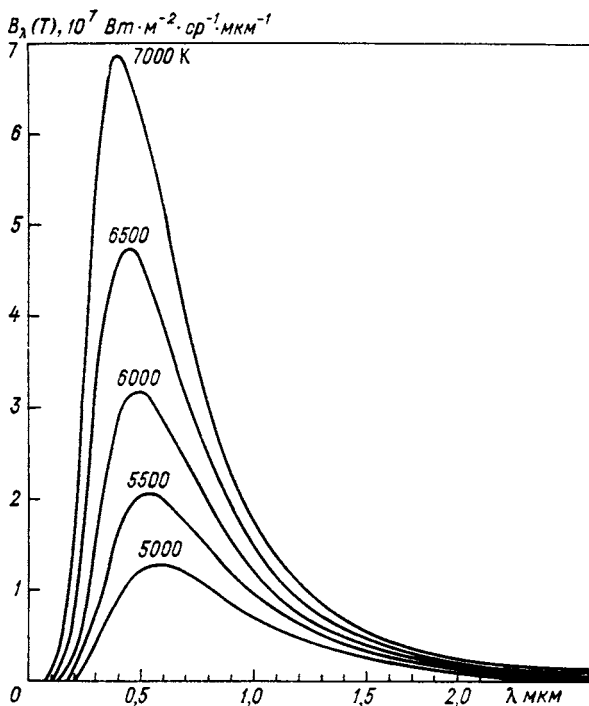


Рис. 1.6. Зависимость интенсивности излучения $B_{\lambda}(T)$ абсолютно черного тела от длины волны λ .

интенсивность излучения абсолютно черного тела увеличивается, а длина волны максимума интенсивности уменьшается.

1.2.2 Закон Стефана—Больцмана

Полная интенсивность излучения абсолютно черного тела может быть получена интегрированием функции Планка по всей области длин волн от 0 до ∞ . Таким образом,

$$B(T) = \int_0^{\infty} B_{\lambda}(T) d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{2hc^2\lambda^{-5} d\lambda}{(e^{hc/k\lambda T} - 1)}. \quad (1.20)$$

При введении новой переменной интегрирования $x = hc/k\lambda T$ уравнение (1.20) принимает вид

$$B(T) = \frac{2k^4 T^4}{h^3 c^2} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{(e^x - 1)}, \quad (1.21)$$

где интегральный член равен $\pi^4/15$. Таким образом, определяя постоянную

$$b = 2\pi^4 k^4 / (15c^2 h^3), \quad (1.22)$$

получаем

$$B(T) = bT^4. \quad (1.23)$$

Поскольку излучение абсолютно черного тела изотропно, плотность потока излучения, испускаемого таким телом, описывается выражением (см. формулу (1.10))

$$F = \pi B(T) = \sigma T^4, \quad (1.24)$$

где σ — постоянная Стефана—Больцмана, равная $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \times \times \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$. Формула (1.24) показывает, что полная энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Это и есть закон Стефана—Больцмана, который является основополагающим для теории переноса инфракрасного излучения.

1.2.3 Закон смещения Вина

Согласно закону смещения Вина, длина волны, соответствующая максимальной интенсивности излучения абсолютно черного тела, обратно пропорциональна температуре. Дифференцируя функцию Планка по длине волны и приравнявая результат нулю, т. е.

$$\frac{\partial B_{\lambda}(T)}{\partial \lambda} = 0, \quad (1.25)$$

мы получаем длину волны максимума

$$\lambda_{\text{max}} = a/T, \quad (1.26)$$

где $a = 2,8978 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$. На основе этого соотношения по данным измерений максимальной монохроматической интенсивности можно определить температуру абсолютно черного тела. О зависимости положения максимума интенсивности от температуры свидетельствуют кривые спектрального распределения излучения абсолютно черного тела, приведенные на рис. 1.6.

1.2.4 Закон Кирхгофа

Три вышеизложенных фундаментальных закона непосредственно относятся к интенсивности излучения, испускаемого абсолютно черным телом. Количество испущенной лучистой энергии

связано с длиной волны излучения и температурой среды. Среда может поглощать радиацию определенной длины волны и в то же время испускать радиацию на той же длине волны. Интенсивность, с которой происходит это испускание, является функцией температуры и длины волны, что является фундаментальным свойством среды, находящейся в условиях *термодинамического равновесия*. Физическая формулировка связи поглощения и излучения была впервые предложена в 1859 г. Кирхгофом.

Для того чтобы понять физический смысл закона Кирхгофа, рассмотрим идеально теплоизолированную полость с черными стенками. Предположим, что эта система достигла состояния термодинамического равновесия, характеризующегося однородным распределением температуры и изотропным полем радиации. Поскольку стенки черные, излучение, испускаемое системой в их направлении, ими поглощается. Далее, поскольку имеется равновесие, испускается такое же количество излучения, какое было поглощено стенками. Поскольку абсолютно черное тело поглощает максимально возможное количество радиационной энергии, оно должно и испускать такое же количество энергии. Если бы оно излучало больше, то равновесие было бы невозможно и, таким образом, нарушалось бы второе начало термодинамики. Излучение внутри такой системы называется излучением абсолютно черного тела, а лучистая интенсивность в ней является функцией только температуры.

Из предшествующих рассуждений следует, что для заданной длины волны излучательная способность ϵ_λ , определенная как отношение интенсивности испускаемого средой излучения к функции Планка, равна поглощательной способности A_λ , определенной как отношение интенсивности излучения, поглощенного той же средой, к функции Планка при условиях термодинамического равновесия. Таким образом, мы можем записать

$$\epsilon_\lambda = A_\lambda. \quad (1.27)$$

Среда с поглощательной способностью A_λ поглощает только A_λ часть энергии излучения абсолютно черного тела $B_\lambda(T)$ и, следовательно, испускает ϵ_λ часть энергии излучения такого тела. Для абсолютно *черного тела* как поглощение, так и излучение максимально. Поэтому

$$A_\lambda = \epsilon_\lambda = 1 \quad (1.28)$$

для всех длин волн. Для *серого тела* характерно неполное поглощение и излучение, что может быть описано выражением

$$A_\lambda = \epsilon_\lambda < 1. \quad (1.29)$$

Закон Кирхгофа требует выполнения условия термодинамического равновесия, с тем чтобы были достигнуты однородность поля температуры и изотропность поля излучения. Поле радиации в земной атмосфере в целом не изотропно, а поле температуры не однородно. Однако можно с хорошим приближением считать, что в ограниченном объеме на высотах менее примерно 40 км

такое поле изотропно при однородном поле температуры, когда энергетические переходы определяются столкновениями молекул. Именно при таком понимании локального термодинамического равновесия закон Кирхгофа приложим к земной атмосфере.¹

1.3 ФОРМИРОВАНИЕ ЛИНИИ ПОГЛОЩЕНИЯ (ИЗЛУЧЕНИЯ) И ЕЕ КОНТУР

Обзор спектроскопических данных высокого разрешения показывает, что спектры излучения некоторых газов состоят из большого числа отдельных характерных спектральных линий (см. рис. 4.2). Выше мы отметили, что Планку удалось успешно объяснить природу излучения нагретых твердых тел, моделью которых является полостной излучатель. Такое излучение образует непрерывный, а не линейчатый спектр. Отметим, однако, что если развить идеи Планка о квантовании энергетических уровней, то можно объяснить и существование линейчатых спектров.

В 1913 г., основываясь на исследовании спектра водорода, Бор постулировал, что круговые орбиты электронов квантованы, т. е. их угловой момент может иметь лишь значения, в целое число раз большее некоторой исходной величины. Он предположил, что атомы водорода находятся, подобно осцилляторам Планка, в определенных стационарных состояниях, в которых они не излучают. Излучение происходит только тогда, когда атом переходит из состояния с энергией E_k^i в состояние с меньшей энергией E_j . Таким образом, можно записать

$$E_k^i - E_j = h\tilde{\nu}, \quad (1.30)$$

где $h\tilde{\nu}$ — квант энергии, унесенный фотоном, испущенным атомом при переходе. Состояние с минимальной энергией называется *основным состоянием* атома. Когда орбитальный электрон атома поглощает энергию, например за счет столкновений, и перескакивает на энергетически более высокую орбиту, считается, что атом находится в *возбужденном состоянии*. Затем в соответствии с уравнением (1.30) происходит внезапный переход, атом испускает энергию в виде фотона и переходит в состояние с меньшей энергией. Этот процесс показан на рис. 1.7, так же как и поглощение фотона покоящимся атомом водорода.

Далее Бор постулировал, что угловой момент L может принимать только дискретные значения, задаваемые выражением

$$L = n(h/2\pi), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.31)$$

Используя это правило отбора и исходя из уравнения движения для электрона, он показал, что полная энергия системы (в единицах СГС, см. упражнение 1.9) описывается следующим образом:

$$E = -(2\pi^2 m_e e^4 / h^2) n^{-2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.32)$$

¹ В действительности условия локального термодинамического равновесия выполняются до несколько больших высот. (Прим. ред.)

где m_e — масса, а e — заряд электрона. Из формулы (1.30) следует, что частота линий излучения или поглощения в спектре водорода выражается как

$$\tilde{\nu} = \frac{2\pi^2 m_e e^4}{h^3} \left(\frac{1}{j^2} - \frac{1}{i^2} \right), \quad (1.33)$$

где j и i — целые величины, описывающие соответственно нижнее и верхнее энергетическое состояние. На рис. 1.8 представлена схема энергетических уровней водорода. В спектроскопии энергия обычно измеряется в электронвольтах (эВ) или в единицах волновых чисел (см^{-1}). Электронвольт — это единица энергии, равная энергии, которую приобретает электрон, проходя разность потенциалов в 1 В ($1 \text{ эВ} = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$).

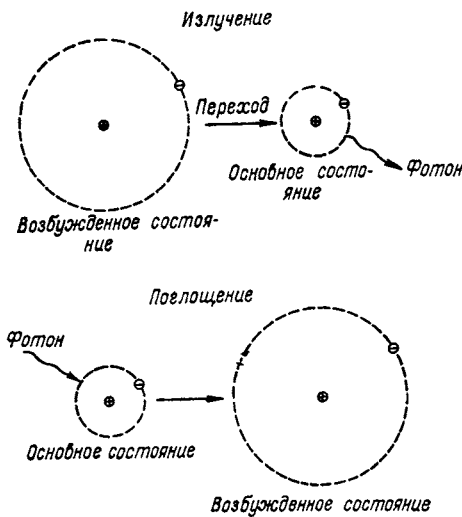


Рис. 1.7. Испускание и поглощение излучения атомом водорода, состоящим из протона и электрона.

Радиус круговой орбиты r определяется соотношением $r = n^2 \times 10^{-10} \text{ м}$, где n — квантовое число.

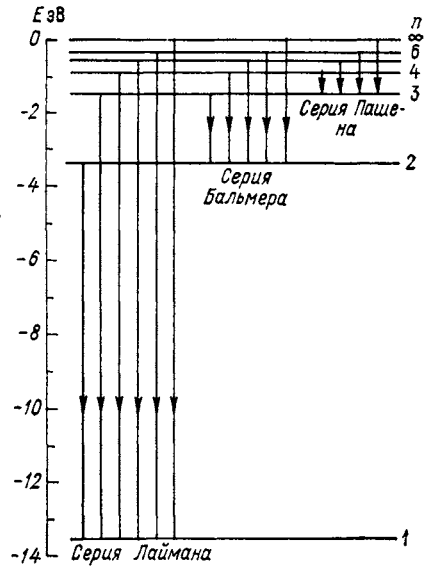


Рис. 1.8. Схема энергетических уровней атома водорода.

Указаны квантовые числа n для каждого уровня и некоторые переходы, проявляющиеся в спектре водорода. Между уровнями $n=6$ и $n=\infty$ находится бесконечное число уровней.

Каждый квантовый скачок между фиксированными энергетическими уровнями приводит к излучению или поглощению квантов характерной частоты или длины волн. Эти кванты проявляются в спектре как линии поглощения или излучения. Линейчатый спектр атома водорода относительно прост, в то время как спектры молекул водяного пара, углекислого газа и озона значительно сложнее.

Монохроматическое излучение практически никогда не наблюдается. Энергетические уровни, с которых и на которые происходят

переходы, обычно слегка размазаны за счет внешних воздействий на атомы и молекулы и потери энергии при самом излучении. Вследствие этого излучение, испущенное во время повторных энергетических переходов, не монохроматично, и наблюдаются спектральные линии конечной ширины. Уширение спектральных линий обусловлено следующими факторами:

1) затуханием колебаний осцилляторов в результате потери энергии при излучении (в этом случае уширение линий считается естественным);

2) возмущениями вследствие столкновений между поглощающими молекулами и между поглощающими и непоглощающими молекулами;

3) эффектом Доплера, возникающим из-за различий в тепловых скоростях движения атомов и молекул.

Уширение линий за счет потери энергии при излучении (естественное уширение) практически пренебрежимо мало по сравнению с тем, которое вызывается столкновениями и эффектом Доплера. В верхней атмосфере действуют как уширение столкновениями, так и доплеровское уширение, тогда как в нижней атмосфере, на высоте менее 40 км, вследствие высокого давления преобладает уширение столкновениями.

1.3.1 Уширение давлением

Форма спектральных линий, обусловленная столкновениями, называется *контуром Лоренца*. Контур Лоренца описывается формулой

$$k_{\tilde{\nu}} = \frac{S}{\pi} \frac{\alpha}{(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0)^2 + \alpha^2} = Sf(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0), \quad (1.34)$$

где $k_{\tilde{\nu}}$ — коэффициент поглощения, $\tilde{\nu}$ — частота идеальной монохроматической линии, α — полуширина линии на уровне половины максимума, которая является функцией давления и, в меньшей степени, температуры, $f(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0)$ — фактор формы спектральной линии, а сила, или интенсивность, линии определяется выражением

$$\int_{-\infty}^{\infty} k_{\tilde{\nu}} d\tilde{\nu} = S. \quad (1.35)$$

В этом случае коэффициент поглощения нормирован на величину S . Контур Лоренца показан на рис. 1.9.

Поскольку контур Лоренца играет очень важную роль в теории переноса инфракрасного излучения в атмосфере, следует объяснить, как получена формула (1.34). Изолированная молекула излучает или поглощает почти чисто гармоническую волну, задаваемую выражением

$$f(t) = A \cos 2\pi\tilde{\nu}_0 t, \quad (1.36a)$$

где A — произвольная амплитуда. Распределение амплитуды волны $g(\tilde{\nu})$ в области дискретных частот за период от $-t/2$ до $t/2$ можно получить из косинус-преобразования Фурье следующим образом:

$$g(\tilde{\nu}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{t/2} (A \cos 2\pi\tilde{\nu}_0 t') \cos 2\pi\tilde{\nu} t' dt' = \\ = \frac{A}{(2\pi)^{3/2}} \left[\frac{\sin \pi(\tilde{\nu}_0 + \tilde{\nu}) t}{\tilde{\nu}_0 + \tilde{\nu}} + \frac{\sin \pi(\tilde{\nu}_0 - \tilde{\nu}) t}{\tilde{\nu}_0 - \tilde{\nu}} \right]. \quad (1.366)$$

Обычно ширина линии поглощения значительно меньше $\tilde{\nu}_0$, т. е. $\tilde{\nu} = \tilde{\nu}_0 + \Delta\tilde{\nu}$, так что первым членом в уравнении (1.366) можно пренебречь по сравнению со вторым.

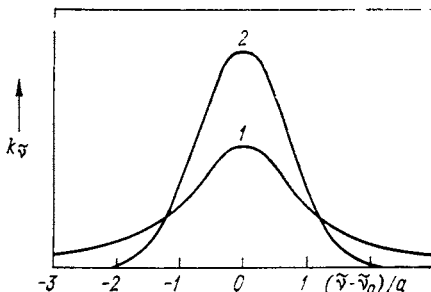


Рис. 1.9. Лоренцевский (1) и доплеровский (2) контуры при одинаковых интенсивности и ширине линий.

Единственное отклонение в поведении осциллятора от чисто гармонического будет вызвано затуханием в результате потери энергии при излучении. В инфракрасном диапазоне спектроскопический эффект такого затухания крайне незначителен. Однако при столкновении с другой молекулой межмолекулярные силы прерывают излучаемый гармонический волновой цуг, и частота, на которой молекула излучает, временно смещается на определенную величину. Поскольку столкновение происходит практически мгновенно, можно полагать, что основной эффект столкновения состоит в нарушении фазовой когерентности испускаемого волнового цуга, т. е. после столкновения молекула начинает излучать с новой фазы, а новые фазы распределены случайно. Согласно общим принципам статистики, промежутки времени между столкновениями распределены по закону Пуассона, т. е. вероятность того, что столкновение произойдет между t и $t+dt$, составляет e^{-t/t_0} , где t_0 — среднее время между столкновениями. Все начальные фазы волновых цугов должны быть осреднены. Таким образом, коэффициент поглощения будет задаваться выражением

$$k_{\tilde{\nu}} = A' \int_0^{\infty} [g(\tilde{\nu})]^2 e^{-t/t_0} dt, \quad (1.34a)$$

где $[g(\tilde{\nu})]^2$ — распределение интенсивности, а A' — постоянная.

Интеграл в этой формуле легко оценить. Далее, полагая $1/t_0 = 2\pi\alpha$ и используя соотношение (1.35), находим, что (1.34а) совпадает с (1.34). Здесь $2\pi\alpha$ — число столкновений в расчете на одну молекулу в единицу времени. Отметим, что выражение для контура Лоренца может быть также получено из классической теории поглощения и дисперсии излучения, как это показано в приложении 3.

Из кинетической теории газов следует, что зависимость полуширины α от давления и температуры определяется выражением

$$\alpha = \alpha_0 (p/p_0) (T_0/T)^{1/2}, \quad (1.37)$$

где α_0 — ширина линии при стандартных давлении p_0 и температуре T_0 .

1.3.2 Доплеровское уширение

Предположим, что уширение давлением в сильно разреженном газе отсутствует, а молекула в данном квантовом состоянии излучает на частоте $\tilde{\nu}_0$. Если эта молекула обладает составляющей скорости v в направлении луча зрения (направлении от молекулы к наблюдателю) и если $v \ll c$ (скорости света), то с точки зрения покоящегося наблюдателя частота $\tilde{\nu}_0$ смещается к частоте

$$\tilde{\nu} = \tilde{\nu}_0 (1 \pm v/c). \quad (1.38)$$

Пусть вероятность того, что составляющая скорости лежит между v и $v+dv$, составляет $P(v)dv$. Согласно кинетической теории, если поступательные движения молекул происходят при термодинамическом равновесии, то $P(v)$ описывается распределением Максвелла—Больцмана, т. е.

$$P(v)dv = (m/2\pi kT)^{1/2} \exp(-mv^2/2kT) dv, \quad (1.39)$$

где m — масса молекулы, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура.

Для того чтобы получить доплеровский контур, введем выражение для $\tilde{\nu}$ из уравнения (1.38) в уравнение (1.39) и выполним нормировку на интегральную интенсивность линии, как показано в уравнении (1.35). После этих операций мы получаем формулу для коэффициента поглощения

$$k_{\tilde{\nu}} = \frac{S}{\sigma_D \sqrt{\pi}} \exp \left[- \left(\frac{\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0}{\sigma_D} \right)^2 \right], \quad (1.40)$$

где

$$\sigma_D = (\tilde{\nu}_0/c) (2kT/m)^{1/2} \quad (1.41)$$

есть мера доплеровской ширины линии. Полуширина на уровне половины максимума составляет $\alpha_D \sqrt{\ln 2}$.

Графическое изображение доплеровского контура также представлено на рис. 1.9. Поскольку коэффициент поглощения при доплеровском уширении зависит от $\exp[-(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0)^2]$, соответствующая линия интенсивнее в центре и значительно слабее в крыльях, чем при лоренцовском уширении. Отсюда следует, что, если в линии произошло полное насыщение в центре, всякое дополнительное поглощение будет происходить в крыльях и будет обусловлено скорее эффектом столкновений, чем доплеровским уширением. Следует сделать еще одно небольшое замечание. При расчетах переноса инфракрасного излучения в атмосфере на высоте более 40 км, где газы находятся при низких давлениях, необходимо учитывать совместный эффект лоренцовского и доплеровского уширений. Комбинированный профиль называется *контуром Фойгта* и описывается интегралом по бесконечному интервалу от сложной функции, определяемой из уравнений (1.34) и (1.40), (см., например, [94]). В связи с этим для оценки коэффициента поглощения требуются численные расчеты.¹

1.4 ОСНОВНЫЕ АСПЕКТЫ РАДИАЦИОННОГО ПЕРЕНОСА

1.4.1 Уравнение переноса

Узкий пучок излучения, распространяющегося в среде, ослабляется при взаимодействии с веществом среды. Если после прохождения толщи ds в направлении распространения интенсивность излучения изменяется от I_λ до $I_\lambda + dI_\lambda$, то

$$dI_\lambda = -k_\lambda \rho I_\lambda ds, \quad (1.42)$$

где ρ — плотность вещества среды, а k_λ — массовый поперечник ослабления при длине волны λ . Как сказано в п. 1.1.4, массовый поперечник ослабления является суммой массовых поперечников поглощения и рассеяния. Таким образом, уменьшение интенсивности вызывается поглощением в веществе среды, а также рассеянием излучения средой.

С другой стороны, радиация может усиливаться за счет собственного излучения среды, а также многократного рассеяния из всех других направлений в направлении рассматриваемого пучка на той же длине волны (см. рис. 1.5). Определим коэффициент функции источника j_λ так, чтобы полное увеличение интенсивности описывалось выражением

$$dI_\lambda = j_\lambda \rho ds, \quad (1.43)$$

¹ Изложение теории контура спектральных линий можно найти в монографии: Зуев В. Е. Распространение лазерного излучения в атмосфере.— М.: Радио, 1981. (Прим. ред.)

где коэффициент функции источника j_λ имеет тот же физический смысл, что и массовый поперечник ослабления. Объединяя уравнения (1.42) и (1.43), получаем

$$dI_\lambda = -k_\lambda \rho I_\lambda ds + j_\lambda \rho ds. \quad (1.44)$$

Далее удобно определить функцию источника I_λ так, чтобы

$$J_\lambda \equiv j_\lambda / k_\lambda. \quad (1.45)$$

В таком случае размерность функции источника совпадает с размерностью интенсивности лучистой энергии. Отсюда следует, что уравнение (1.44) может быть преобразовано следующим образом:

$$\frac{dI_\lambda}{k_\lambda \rho ds} = -I_\lambda + J_\lambda. \quad (1.46)$$

Это общий вид уравнения переноса излучения, не привязанного к какой-либо системе координат. Оно является исходным при описании любого процесса радиационного переноса.

1.4.2 Закон Бэра—Буге—Ламберта

Пренебрегая вкладом как рассеяния, так и собственного излучения, уравнение (1.46) можно привести к виду

$$\frac{dI_\lambda}{k_\lambda \rho ds} = -I_\lambda, \quad (1.47)$$

где k_λ теперь представляет собой только массовый поперечник поглощения (или просто коэффициент поглощения). Если интенсивность падающей радиации при $s=0$ составляет $I_\lambda(0)$, то интенсивность радиации, выходящей из среды на расстоянии s , как показано на рис. 1.10, может быть получена интегрированием уравнения (1.47) и будет описываться выражением

$$I_\lambda(s_1) = I_\lambda(0) \exp\left(-\int_0^{s_1} k_\lambda \rho ds\right). \quad (1.48)$$

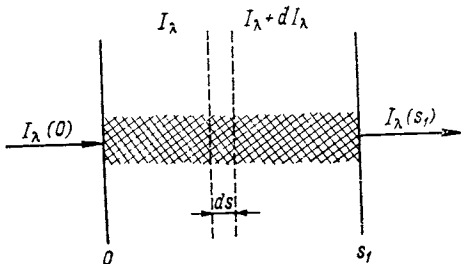


Рис. 1.10. Ослабление интенсивности излучения при прохождении через поглощающую среду.

В предположении однородности среды можно сделать вывод о том, что k_λ не зависит от расстояния s . Тогда, задав оптическую длину пути

$$u = \int_0^{s_1} \rho ds, \quad (1.49)$$

получаем из уравнения (1.48)

$$I_{\lambda}(s_i) = I_{\lambda}(0) e^{-k_{\lambda} s_i}. \quad (1.50)$$

Это выражение известно как закон Бэра, закон Буге или закон Ламберта, а здесь и далее называется законом Бэра—Буге—Ламберта. Из этого закона следует, что ослабление интенсивности излучения, проходящего через однородную поглощающую среду, описывается простой экспоненциальной функцией, аргумент которой является произведением массового поперечника поглощения на оптическую длину пути. Следует отметить, что, поскольку в этом законе отсутствует зависимость от направления, он применим не только к интенсивности, но и к плотности потока, а также к самому потоку.

С помощью уравнения (1.50) мы можем определить монохроматическое пропускание \mathcal{T}_{λ} как

$$\mathcal{T}_{\lambda} = I_{\lambda}(s_i)/I_{\lambda}(0) = e^{-k_{\lambda} s_i}. \quad (1.51)$$

Кроме того, для нерассеивающей среды монохроматическая поглощательная способность (т. е. отношение поглощаемой средой радиации к падающей) выражается как

$$A_{\lambda} = 1 - \mathcal{T}_{\lambda} = 1 - e^{-k_{\lambda} s_i}. \quad (1.52)$$

В приложении к задачам переноса инфракрасного излучения уравнения (1.51) и (1.52) обычно записываются в терминах волновых чисел. Отметим, что если имеется вклад за счет рассеяния средой, то определенная часть падающего излучения может быть отражена назад на начальное направление. В таком случае мы можем определить монохроматическую отражательную способность R_{λ} , которая является отношением интенсивности отраженного (рассеянного назад) излучения к интенсивности падающего излучения. Согласно закону сохранения энергии, при переносе излучения в рассеивающей и поглощающей среде должно выполняться соотношение

$$\mathcal{T}_{\lambda} + A_{\lambda} + R_{\lambda} = 1. \quad (1.53)$$

1.4.3 Уравнение Шварцшильда и его решение

Рассмотрим нерассеивающую среду, являющуюся абсолютно черным телом и находящуюся в локальном термодинамическом равновесии. Проходящий через нее пучок излучения интенсивностью I_{λ} будет поглощаться, но одновременно будет излучать и вещество самой среды. Функция источника в этом случае задается функцией Планка и может быть выражена следующим образом:

$$I_{\lambda} = B_{\lambda}(T). \quad (1.54)$$

В результате уравнение переноса может быть записано как

$$\frac{dI_{\lambda}}{k_{\lambda} \rho ds} = -I_{\lambda} + B_{\lambda}(T). \quad (1.55)$$

Это уравнение называется уравнением Шварцшильда. Первый член в правой части уравнения (1.55) выражает ослабление интенсивности излучения в результате поглощения, тогда как второй характеризует увеличение интенсивности за счет собственного излучения вещества среды. Чтобы найти решение уравнения Шварцшильда, определим монохроматическую оптическую толщину среды между точками s и s_1 (рис. 1.11) в виде

$$\tau_{\lambda}(s_1, s) = \int_s^{s_1} k_{\lambda} \rho ds'. \quad (1.56)$$

Заметим, что

$$d\tau_{\lambda}(s_1, s) = -k_{\lambda} \rho ds, \quad (1.57)$$

и приведем уравнение (1.55) к виду

$$-\frac{dI_{\lambda}(s)}{d\tau_{\lambda}(s_1, s)} = -I_{\lambda}(s) + B_{\lambda}[T(s)]. \quad (1.58)$$

Домножая (1.58) на $e^{-\tau_{\lambda}(s_1, s)}$ и интегрируя по толще ds от 0 до s_1 , получаем

$$-\int_0^{s_1} d \left\{ I_{\lambda}(s) e^{-\tau_{\lambda}(s_1, s)} \right\} = \int_0^{s_1} B_{\lambda}[T(s)] e^{-\tau_{\lambda}(s_1, s)} d\tau_{\lambda}(s_1, s). \quad (1.59)$$

Следовательно,

$$I_{\lambda}(s_1) = I_{\lambda}(0) e^{-\tau_{\lambda}(s_1, 0)} + \int_0^{s_1} B_{\lambda}[T(s)] e^{-\tau_{\lambda}(s_1, s)} k_{\lambda} \rho ds. \quad (1.60)$$

Первый член в уравнении (1.60) полностью совпадает с уравнением (1.48), которое описывает ослабление интенсивности излучения в результате поглощения в среде. Второй член отражает вклад собственного излучения среды на пути от 0 до s_1 . Если известны температура и плотность среды, а также зависящий от них коэффициент поглощения вдоль пути луча, уравнение (1.60) может быть численно проинтегрировано с целью получения интенсивности в точке s_1 . Уравнение (1.60) используется при описании переноса инфракрасного излучения и решении задач дистанционного зондирования атмосферы с метеорологических спутников (см. главы 4 и 7).

1.4.4 Уравнение переноса для плоскопараллельных атмосфер

При описании процесса переноса излучения в плоскопараллельных атмосферах удобно отсчитывать геометрическое расстояние в направлении нормали к плоскости слоев (рис. 1.12). Если

расстояние обозначить через z , то общее уравнение переноса (1.46) примет вид

$$\cos \theta \frac{dI(z; \theta, \varphi)}{k\rho dz} = -I(z; \theta, \varphi) + J(z; \theta, \varphi), \quad (1.61)$$

где θ — угол отклонения от направленной вверх нормали, а φ — азимут, отсчитываемый от оси X . Для упрощения обозначений в (1.61) опущен индекс λ , относящийся к различным радиационным величинам.

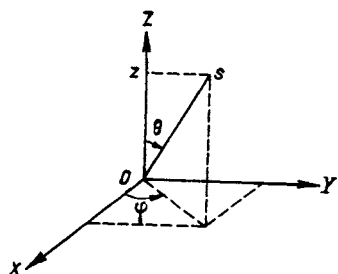


Рис. 1.12. Геометрия плоскопараллельной атмосферы.

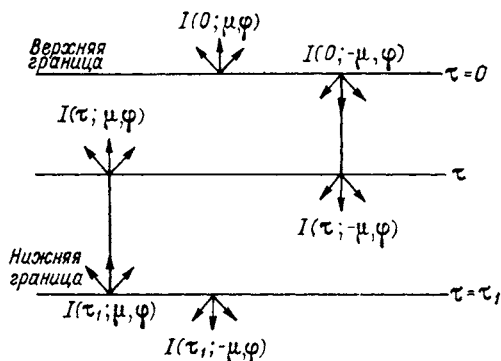


Рис. 1.13. Интенсивности восходящего и нисходящего излучения в конечной плоскопараллельной атмосфере.

Вводя оптическую толщину

$$\tau = \int_z^{\infty} k\rho dz', \quad (1.62)$$

отсчитываемую по нормали вниз от внешней границы, получаем

$$\mu \frac{dI(\tau; \mu, \varphi)}{d\tau} = I(\tau; \mu, \varphi) - J(\tau; \mu, \varphi), \quad (1.63)$$

где $\mu = \cos \theta$. Это основное исходное уравнение переноса для случая многократного рассеяния в плоскопараллельных атмосферах.

Используя ту же процедуру, что и описанная в п. 1.4.3, можно решить уравнение (1.63) и получить значения интенсивности восходящего и нисходящего излучения для атмосферы конечной толщины, которая ограничена с двух сторон при $\tau = 0$ и $\tau = \tau_1$ (рис. 1.13). Чтобы получить интенсивность излучения в направлении вверх ($\mu > 0$) на уровне τ , домножим уравнение (1.63) на $e^{-\tau/\mu}$ и выполним интегрирование от τ до $\tau = \tau_1$. В результате уравнение (1.63) приобретает вид

$$I(\tau; \mu, \varphi) = I(\tau_1; \mu, \varphi) e^{-(\tau_1 - \tau)/\mu} + \int_{\tau}^{\tau_1} J(\tau'; \mu, \varphi) e^{-(\tau' - \tau)/\mu} \frac{d\tau'}{\mu} \quad (1 \geq \mu > 0). \quad (1.64)$$

Для того чтобы получить интенсивность излучения в направлении вниз ($\mu < 0$) на уровне τ следует использовать множитель $e^{\tau/\mu}$ и заменить μ на $-\mu$. После выполнения интегрирования от $\tau = 0$ до τ получаем выражение

$$I(\tau; -\mu, \varphi) = I(0; -\mu, \varphi) e^{-\tau/\mu} + \int_0^\tau J(\tau'; -\mu, \varphi) e^{-(\tau-\tau')/\mu} \frac{d\tau'}{\mu} \quad (1 \geq \mu > 0). \quad (1.65)$$

В уравнениях (1.64) и (1.65) $I(\tau; \mu, \varphi)$ и $I(0; -\mu, \varphi)$ представляют собой интенсивности излучения внутренних источников на уровне нижней и верхней границ атмосферы (см. рис. 1.13).

В ходе дистанционного зондирования состава атмосфер планет и исследований радиационного баланса возникает необходимость измерения интенсивности излучения, уходящего через верхнюю и нижнюю границы атмосферы. Полагая $\tau = 0$, из (1.64) получаем

$$I(0; \mu, \varphi) = I(\tau_1; \mu, \varphi) e^{-\tau_1/\mu} + \int_0^{\tau_1} J(\tau'; \mu, \varphi) e^{-\tau'/\mu} \frac{d\tau'}{\mu}, \quad (1.66)$$

где первый и второй члены описывают вклад излучения, распространяющегося от нижней границы (ослабленного в среде), и источников внутри атмосферы. Далее, полагая $\tau = \tau_1$ в уравнении (1.65), получаем

$$I(\tau_1; -\mu, \varphi) = I(0; -\mu, \varphi) e^{-\tau_1/\mu} + \int_0^{\tau_1} J(\tau'; -\mu, \varphi) e^{-(\tau_1-\tau')/\mu} \frac{d\tau'}{\mu}. \quad (1.67)$$

Здесь первый член описывает вклад излучения, распространяющегося от верхней границы (с учетом ослабления в среде), а второй — вклад источников внутри атмосферы. Использование этих двух уравнений при описании переноса инфракрасного излучения с учетом многократного рассеяния будет рассмотрено в главах 4 и 6.

УПРАЖНЕНИЯ

1.1. Докажите, что для изотропного излучения монохроматическая плотность потока составляет $F_\lambda = \pi I_\lambda$.

1.2. Метеорологический ИСЗ находится на орбите на высоте h над поверхностью Земли. Докажите, что если радиус Земли составляет a_3 , то телесный угол, под которым Земля видна с борта спутника, составляет

$$2\pi \left[1 - (2a_3h + h^2)^{1/2} / (a_3 + h) \right].$$

1.3. Представьте функцию Планка в единицах длины волны и волнового числа с помощью соответствующей частотной зависимости.

1.4. На основании уравнения (1.25) докажите справедливость уравнения (1.26).

1.5. Покажите, что максимум интенсивности в функции Планка пропорционален пятой степени температуры.

1.6. Инфракрасный сканирующий радиометр на борту метеорологического ИСЗ измеряет уходящее излучение поверхности Земли в окне прозрачности 10 мкм. Полагая, что влиянием атмосферы между поверхностью и спутником можно пренебречь, рассчитайте температуру поверхности, если наблюдаемая на длине волны 10 мкм интенсивность излучения составляет $9,8 \cdot 10^{-2} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \times \text{мкм}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$.

1.7. Черная поверхность Земли излучает на всех частотах при температуре 15°C . Определите значения интенсивности излучения на длине волны 0,7 мкм, при частотах 1000 см^{-1} и $31,4 \text{ ГГц}$. (В этих вычислениях следует использовать соответствующие функции Планка.)

1.8. Полагая, что нормальная температура тела человека составляет в среднем 33°C , определите его собственное излучение. Определите также собственное излучение тела человека, если оно не является абсолютно черным, а поглощает в среднем на всех длинах волн лишь 90 % падающего на него излучения. Кроме того, установите, на каких длинах волн тело человека излучает максимальную энергию.

1.9. 1. На основе второго закона движения Ньютона и закона Кулона рассчитайте кинетическую энергию электрона, движущегося со скоростью v в атоме водорода по круговой орбите радиусом r , центрированной на ядро. Выразите радиус r через квантовое число n с помощью правила отбора для углового момента mvr . Затем найдите потенциальную энергию системы протон—электрон. Объединив выражения для потенциальной и кинетической энергии, выведите уравнение (1.23).

2. Учитывая лишь переходы между основным состоянием ($n=1$) и возбужденными состояниями при наибольшем квантовом числе, равном 6, рассчитайте длины волн линий излучения атома водорода.

1.10. Выведите уравнение (1.34) из уравнения (1.34a).

1.11. Покажите, что интенсивность линии составляет как для лоренцовского, так и для доплеровского контура линии поглощения

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} k_{\nu} d\nu.$$

1.12. Рассчитайте и постройте факторы формы лоренцовского и доплеровского контуров линии для озона, если ее полуширина составляет $0,1 \text{ см}^{-1}$.

1.13. Пучок излучения гелий-неонового лазера мощностью 5 мВт на длине волны 0,6328 мкм проходит сквозь слой искусственной облачности толщиной 10 м под углом 30° к нормали. Пренебрегая эффектом многократного рассеяния, вычислите коэффициенты ослабления (в расчете на единицу длины пути), если измеренные мощности составляют 1,575 76 и 0,015 54 мВт. Кроме того, вычислите для этих случаев нормальные оптические толщины.

1.14. Контраст объекта относительно фона определяется соотношением

$$C \equiv (B - B_0)/B_0,$$

где B — яркость объекта, а B_0 — яркость фона небосвода. Согласно этим определениям, $B=B_0$ при $x \rightarrow \infty$, тогда как при $B=0$, $x=0$. Здесь x — расстояние между объектом и наблюдателем. Для нормального глаза пороговый контраст составляет $\pm 0,02$. Полагая, что коэффициент ослабления β не зависит от длины волны, покажите, что дальность видимости выражается соотношением $x = 3,912/\beta$.

1.15. С учетом рис. 1.10 определите величину $I_{\lambda}(s_1)$, если отражательная способность равна R_{λ} при $s=0$ и $s=s_1$.

1.16. Покажите путем дифференцирования по оптической толщине τ , что уравнения (1.64) и (1.65) приводятся к (1.63), т. е. к уравнению переноса для

плоскопараллельной атмосферы. Используйте при этом правило Лейбница для дифференцирования интегралов:

$$\frac{d}{dy} \int_{\varphi_1(y)}^{\varphi_2(y)} F(x, y) dx = \int_{\varphi_1(y)}^{\varphi_2(y)} \frac{\partial F}{\partial y} dx - F(\varphi_1, y) \frac{d\varphi_1}{dy} + F(\varphi_2, y) \frac{d\varphi_2}{dy}.$$

1.17. Рассмотрите изотермическую нерассеивающую атмосферу оптической толщиной τ_1 при температуре T и температуре поверхности T_p . Выведите выражение для плотности потока излучения, уходящего через верхнюю границу. Используйте при этом уравнение (1.66).

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Halliday, D., and Resnick, R. (1974). *Fundamentals of Physics*, Revised Printing. Wiley, New York. (В главе 39 обсуждается процесс возникновения излучения.)
- Jastrow, R., and Thompson, M. H. (1974). *Astronomy: Fundamentals and Frontiers*, 2nd ed., Wiley, New York. (В главе 4 описывается процесс формирования линий поглощения.)
- Penner, S. S. (1959). *Quantitative Molecular Spectroscopy and Gas Emissivities*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts. (В главах 1—3 рассматриваются процессы формирования излучения абсолютно черного тела и профилей линий поглощения.)

Глава 2

СОЛНЕЧНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ НА УРОВНЕ ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЫ АТМОСФЕРЫ

2.1 СОЛНЦЕ КАК ИСТОЧНИК ЭНЕРГИИ

Солнце, сформировавшееся около 4,6 млрд. лет тому назад, является во Вселенной обычным небесным телом. Среди миллиардов звезд Вселенной Солнце — средняя по массе звезда, причем его размеры несколько меньше средних. Единственным уникальным свойством Солнца является то, что оно примерно в 300 000 раз ближе к Земле, чем ближайшая соседняя звезда. Среднее расстояние от Земли до Солнца составляет $1,5 \cdot 10^8$ км. При этом практически вся энергия, которую Земля получает извне и которая служит источником атмосферных движений, приходит от Солнца.

Солнце — это газовый шар радиусом примерно $6,96 \cdot 10^5$ км и массой приблизительно $1,99 \cdot 10^{32}$ кг. Оно состоит в основном из первичного водорода и гелия, а также из более тяжелых элементов, таких, как железо, кремний, неон и углерод, присутствующих в небольших количествах. Водород составляет около 75 % массы Солнца, тогда как остальные 25 % приходится на гелий. Температура Солнца изменяется примерно от $5 \cdot 10^6$ К в центре до 5800 К на поверхности. Плотность вещества Солнца очень быстро уменьшается с увеличением расстояния от его центра. Плотность в центре составляет около $150 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, а у поверхности — $10^{-7} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Средняя плотность равна примерно $1,4 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Около 90 % массы Солнца заключено в пределах внутренней половины его радиуса.

Считается, что источником энергии Солнца является постоянное превращение каждых четырех атомов водорода в один атом гелия в реакциях термоядерного синтеза, которые происходят в самых глубоких слоях Солнца при температурах, достигающих десятков миллионов градусов Цельсия. Высвобождение энергии в ядерных реакциях синтеза приводит к уменьшению массы Солнца. Преобразуя, согласно закону Эйнштейна ($E = mc^2$), энергию, излучаемую Солнцем, мы находим, что в форме электромагнитной энергии оно излучает почти $5 \cdot 10^6$ т массы в секунду. Считается, что за 1 млрд лет Солнце должно излучить

в пространство примерно 10^{29} г, что составляет меньше 0,000 01 его полной массы. Следовательно, лишь незначительная часть вещества Солнца была потеряна им в виде электромагнитного излучения. По имеющимся оценкам, за истекшее время жизни Солнца водород, превратившийся в гелий, составил лишь 5 % его полной массы.

Вследствие чрезвычайно высоких температур в глубинах Солнца столкновения между атомами происходят с энергией, достаточной для выбивания большинства электронов с орбит. На своих орбитах удерживаются лишь прочно связанные внутренние электроны атомов тяжелых элементов. Энергия, излучаемая при реакциях ядерного синтеза в форме фотонов, проходит сквозь внутренние слои Солнца без поглощения этими электронами. Однако ближе к поверхности Солнца температура падает, и атомы более тяжелых элементов, таких, как железо, начинают вновь захватывать электроны на свои внешние орбиты. Эти внешние электроны связаны с ядром сравнительно слабо и могут быть легко оторваны от ядра при поглощении фотона. Отсюда следует, что на пути потока фотонов, идущих изнутри, оказываются поглощающие атомы. Блокирование этих фотонов должно вызывать резкое падение температуры на некотором расстоянии от поверхности. Таким образом, внешние слои Солнца состоят из сравнительно холодного газа, покоящегося на более горячем ядре. В результате газ у основания холодного внешнего слоя нагревается под действием горячего газа внутренних областей. Он расширяется и поднимается к поверхности. Достигнув поверхности, горячий газ теряет свое тепло на излучение в пространство, охлаждается и опускается в нижние слои. Весь внешний слой распадается на восходящие потоки нагретого газа и нисходящие потоки более холодного газа. Область, в которой происходят эти крупномасштабные восходящие и нисходящие движения, называется *зоной конвекции*; она простирается от поверхности Солнца до глубины примерно 150 000 км. Считается, что ниже этого уровня перенос энергии внутри Солнца происходит путем электромагнитного излучения, т. е. за счет потока фотонов. Однако вблизи поверхности Солнца значительная часть излучения блокируется при поглощении атомами тяжелых элементов и перенос энергии происходит частично за счет конвекции, а частично — за счет электромагнитного излучения. Выше поверхности Солнца вся энергия вновь переносится электромагнитным излучением.

2.1.1 Строение Солнца

Видимая область Солнца, в которой генерируется большая часть достигающей Земли электромагнитной энергии, называется *фотосферой*. Хотя Солнце находится в газообразном состоянии, можно считать фотосферу его *поверхностью*. Для фотосферы характерно наличие сравнительно ярких *гранул* диаметром около 1500 км. Между яркими гранулами находятся темные области —

так называемые *факелы* — и изменчивые образования — *солнечные пятна*. Гранулы достаточно равномерно распределены по поверхности солнечного диска, и считается, что они связаны с обсуждавшимися выше восходящими потоками горячих газов в верхнем слое зоны конвекции.

Фотосфера — это сравнительно тонкий слой толщиной примерно 500 км, который и является источником видимой солнечной радиации. Температура в этом слое изменяется примерно от 8000 К у основания до 4000 К на верхних уровнях. Измеренное спектральное распределение лучистой энергии, испускаемой Солнцем, лучше всего согласуется с теоретической кривой функции Планка, построенной в зависимости от длины волны, для температуры примерно 6000 К (см. рис. 1.6). Эта температура является средней в диапазоне температур фотосферы. *Эффективная температура* фотосферы может быть получена также путем измерений светимости Солнца. Поскольку площадь поверхности Солнца может быть вычислена по его радиусу с помощью закона Стефана—Больцмана, легко оценить эффективную температуру фотосферы. Она составляет 5800 К. Это значение хорошо согласуется со значением 6000 К, полученным с помощью кривой Планка. Излучение, испускаемое фотосферой, непрерывно по спектру.

Область над фотосферой называется *солнечной атмосферой*. Она характеризуется наличием разреженных и прозрачных солнечных газов. Солнечная атмосфера разделена на две области, называемые *хромосферой* и *короной*.

Хромосфера лежит над фотосферой и простирается до высоты примерно 5000 км. Минимальное значение температуры хромосферы 4000 К, и на высоте примерно 2000 км температура составляет 4000—6000 К. Выше этого уровня температура резко возрастает и на высоте около 5000 км достигает примерно 10^6 К. Слой относительно холодных газов с минимальной температурой 4000 К простирается на несколько тысяч километров и располагается над слоем более горячих газов. Эти холодные газы поглощают испускаемое фотосферой непрерывное излучение на длинах волн, характерных для спектров поглощения атомов солнечного вещества, и образуют, таким образом, спектр поглощения Солнца. Согласно п. 1.3, при поглощении радиационной энергии атом возбуждается и переходит на новый энергетический уровень. Возбужденный атом затем переходит в более низкое возбужденное или основное состояние, и при этом излучается квант энергии. Так формируется спектр излучения хромосферы. Поскольку спектр поглощения формируется за счет переходов атомов из состояний с низкой энергией в состояния с высокой энергией, тогда как спектр излучения образуется при последующих обратных переходах тех же самых атомов, линии в спектре излучения будут такими же, как и в спектре поглощения Солнца. Когда фотосфера затеняется Луной во время затмения или экраном прибора при измерениях, можно наблюдать линейчатый спектр излучения, в основном водорода, гелия и кальция. Поскольку яркий линейчатый спектр

излучения вспыхивает в поле зрения наблюдателя на короткое время в начале и в конце полного солнечного затмения, он называется *спектром вспышки*. Одной из наиболее сильных линий поглощения в солнечном спектре является линия водорода на длине волны 0,6563 мкм. В этой линии излучается большое количество энергии, так что хромосфера приобретает характерный красноватый цвет и становится видимой во время затмения.

Над хромосферой расположена область солнечной атмосферы, называемая *короной*. Слой, занимаемый короной, простирается на

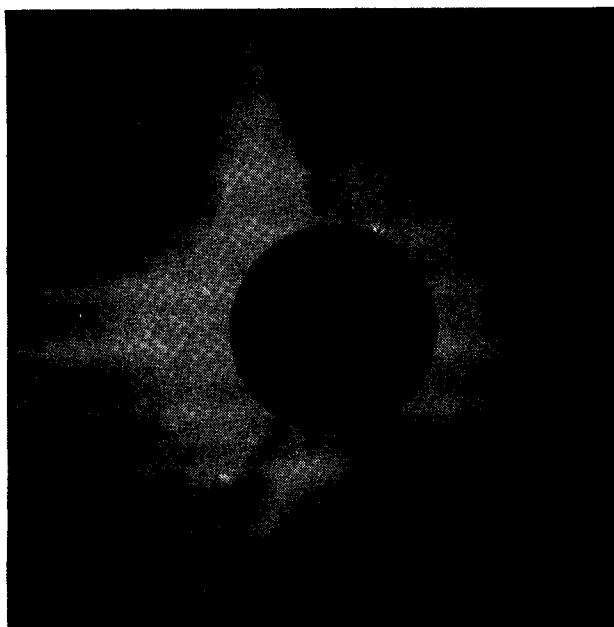


Рис. 2.1. Солнечная корона во время полного солнечного затмения 7 марта 1970 г. Фото любезно предоставлено G. Newkirk, Jr., High Altitude Observatory, Boulder, Colorado.

Видны все детали строения на расстоянии примерно до 4,5 радиусов Солнца, или 3 млн. км.

много миллионов километров от края солнечного диска. Во время полных затмений Солнца она видна как слабое белое сияние. На рис. 2.1 показана солнечная корона во время полного затмения в марте 1970 г. Принято считать, что у короны нет внешней границы. Из короны в Солнечную систему непрерывно истекают потоки газа, называемые *солнечным ветром*. В прошлом для исследований хромосферы и короны при отсутствии естественных затмений часто использовался прибор под названием *коронграф*. Сильные линии излучения водорода и гелия, генерируемые в хромосфере, с высотой исчезают, уступая место непрерывному спектру белого света, характерному для короны. Спектр короны

содержит ряд слабых эмиссионных линий, среди которых наиболее интенсивной является зеленая линия ионизированного железа. Генерация этой эмиссионной линии требует огромного количества энергии, поэтому температура в обширных областях короны составляет около 10^6 К.

2.1.2 Солнечная активность на поверхности: солнечные пятна

Некоторые явления на поверхности Солнца из-за своего переменного характера представляют особый интерес. Наиболее известные из них и чаще всего наблюдаемые — *солнечные пятна*. Солнечные пятна — это относительно темные области поверхности Солнца. Как правило, размеры солнечных пятен составляют около 10 000 км, однако могут варьировать в широких пределах — от весьма незначительных до очень больших (до 150 000 км на солнечной поверхности). Солнечные пятна в основном сосредоточены в широтной зоне от 40° до экватора и никогда не появляются у полюсов. Пятна обычно встречаются парами или сложными группами, которые следуют за пятном-лидером в направлении вращения Солнца. Время жизни мелких солнечных пятен — от нескольких дней до недели, а самых крупных — до нескольких недель, т. е. эти пятна могут вновь появляться на видимом диске Солнца в ходе его вращения с периодом в 27 сут. Солнечные пятна с температурой в среднем около 4000 К — наиболее холодные области фотосферы, вследствие этого на фоне поверхности Солнца они кажутся черными. На рис. 2.2 показана большая группа солнечных пятен, сфотографированная с помощью 100-дюймового телескопа в обсерватории Маунт-Уилсон.

Число появляющихся на солнечном диске пятен, усредненное за некоторый промежуток времени, — весьма изменчивая величина. В течение некоторых периодов времени эти пятна весьма многочисленны, однако уже спустя несколько лет могут практически исчезнуть. Эти периоды называются соответственно *максимумами* и *минимумами* числа солнечных пятен. Периодическое изменение числа солнечных пятен называется *циклом солнечных пятен*. Количество пятен, появляющихся изо дня в день, и положение этих пятен на солнечном диске непрерывно регистрируются уже в течение примерно 200 лет. Средний промежуток времени между максимумами числа солнечных пятен составляет около 11 лет; это так называемый *11-летний цикл*. На рис. 2.3 показано изменение числа солнечных пятен начиная примерно с 1730 г. В годы максимумов числа солнечных пятен поверхность Солнца подвержена бурным возмущениям и, как правило, наблюдаются выбросы частиц и вспышки излучения. В то же время в период минимума числа солнечных пятен такие вспышки происходят гораздо реже. Вспышки обычно наблюдаются вблизи больших сложных групп солнечных пятен и называются *солнечными вспышками*. Выбросов энергичных частиц и радиация от больших вспышек

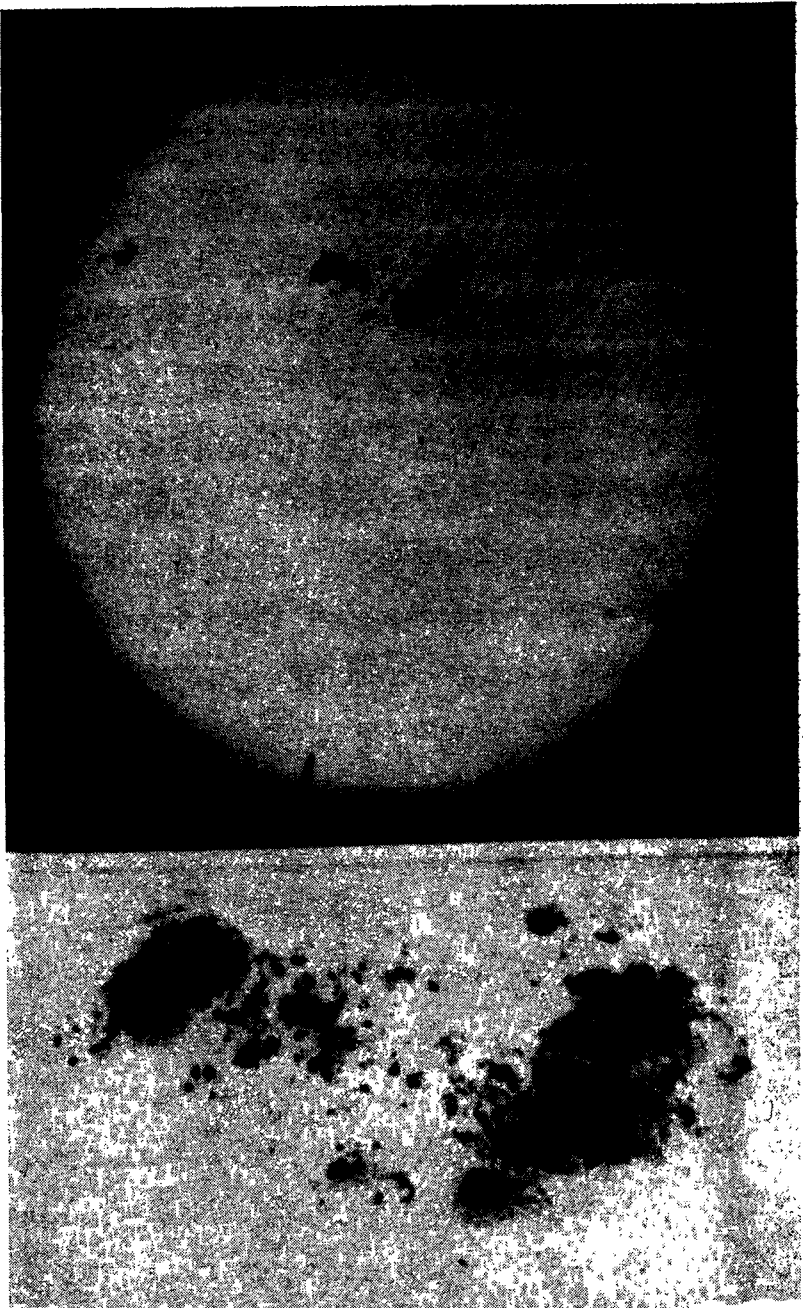


Рис. 2.2. Большая группа солнечных пятен, сфотографированная в 1947 г. во время максимума активности Солнца с помощью 100-дюймового телескопа. Фото любезно предоставлено Hale Observatory, Pasadena, California.

На нижнем снимке изображение той же группы увеличено.

могут вызывать помехи в радиосвязи и серьезно влиять на магнитное поле Земли.

Считается, что солнечные пятна связаны с очень сильными магнитными полями, существующими внутри них. Измерения магнитных полей с использованием эффекта Зеемана (расщепление спектральной линии на несколько линий в магнитном поле) показывают, что магнитные поля пятен в одной паре часто имеют противоположную полярность. Для данного цикла солнечных пятен полярность пятна-лидера всегда одинакова в данном полушарии. Цикл максимума солнечных пятен с одной и той же полярностью называется *22-летним циклом*. Установлено, что актив-

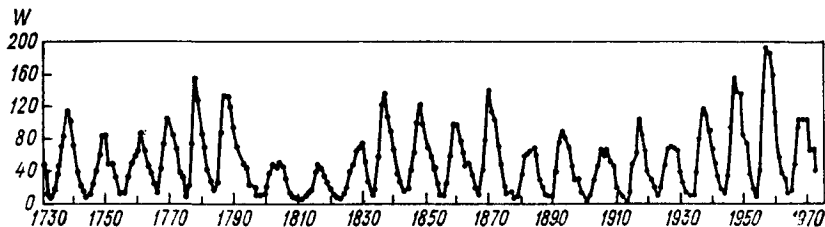


Рис. 2.3. Цикл числа солнечных пятен W . По Эдди [29], с изменениями.

ность, связанная с солнечными пятнами, оказывает значительное влияние на атмосферные процессы.

2.2 ОРБИТА ЗЕМЛИ ВОКРУГ СОЛНЦА

Земля — одна из девяти планет Солнечной системы. Четыре ближайшие к Солнцу планеты — Меркурий, Венера, Земля и Марс — называются планетами земной группы, тогда как Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун и Плутон называются планетами-гигантами. Все планеты вращаются вокруг Солнца в одном направлении, и, за исключением Урана, все они вращаются в одном направлении вокруг своей оси. Орбиты всех планет, кроме Меркурия и Плутона, лежат почти в одной плоскости, а плоскость орбиты Земли называется плоскостью *эклиптики*.

Каждые 24 часа Земля совершает с запада на восток один полный оборот относительно направления на Солнце вокруг оси, проходящей через полюса. Это является причиной смены дня и ночи, происходящей по мере освещения Солнцем разных сторон Земли. В то же время Земля движется на восток вокруг Солнца, совершая один полный оборот приблизительно за 365 дней. Параметры орбиты вращения Земли вокруг Солнца и вокруг собственной оси — наиболее важные факторы, определяющие количество лучистой энергии Солнца, достигающей Земли, а также климат системы Земля—атмосфера. Вследствие вращения вокруг собственной оси Земля имеет форму приплюснутого сфероида с экваториальным и полярным радиусами 6378,17 и 6356,79 км соответ-

венно. Орбита ее вращения вокруг Солнца представляет собой эллипс, а ось вращения наклонена.

Имеются три параметра, характеризующие вариации орбиты Земли вокруг Солнца. *Эксцентриситет* орбиты, определяемый отношением расстояния между двумя фокусами эллипса к его большой оси, флуктуирует в пределах примерно 0,05. Период этой флуктуации равен примерно 100 000 лет, причем со временем может несколько изменяться. Средний эксцентриситет орбиты Земли составляет около 0,017. Согласно рис. 2.4, ось собственного вращения Земли наклонена под углом $23,5^\circ$ к нормали, восстановленной из плоскости эклиптики. Этот угол называется *углом наклона*

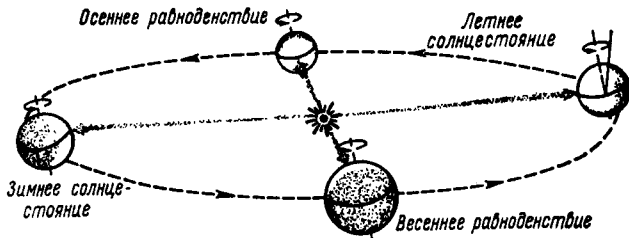


Рис. 2.4. Орбита Земли вокруг Солнца и влияние наклона плоскости эклиптики на смену времен года.

нения. Он характеризует наклон плоскости экватора к плоскости эклиптики и периодически варьирует в пределах $1,5^\circ$ с периодом около 41 000 лет.

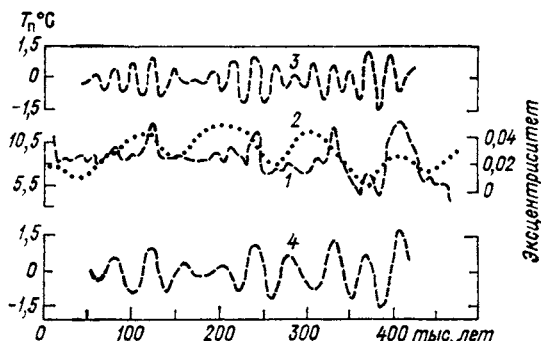
Кроме этих двух факторов, имеет место еще один — очень медленное смещение точек равноденствия на запад вдоль эклиптики, называемое *прецессией*. Прецессия обусловлена притяжением остальных планет и вызывает качание Земли на орбите. В результате момент наибольшего сближения Земли с Солнцем сдвигается вперед примерно на 25 мин в год. Таким образом, период прецессии составляет около 21 000 лет. Эти три вариации орбитального движения оказывают влияние на распределение и общее количество солнечной энергии, достигающей системы Земля—атмосфера.

В последние годы большое внимание уделяется исследованию климата и его изменений, поскольку, с одной стороны, деятельность человека зависит от изменений климата, а с другой — уже сейчас может приводить к климатическим сдвигам. Предметом научных споров являются, в частности, причины изменения степени оледенения в ледстоюне. Согласно наиболее распространенным гипотезам, причиной изменений климата Земли может служить целый ряд факторов, таких, как изменение светимости Солнца, вариации сезонного и широтного распределений приходящей радиации в результате изменений параметров земной орбиты, вариации содержания вулканической пыли в атмосфере, перераспределение углекислого газа между атмосферой и океаном.

Предложенная в 1941 г. астрономом Миланковичем орбитальная теория палеоклиматических изменений в последние годы приобретает все большую популярность среди специалистов. Недавно группа климатологов [47] реконструировала историю климата Земли. Реконструкция была основана на измерениях изотопного состава кислорода в фораминиферах из колонок, полученных в ходе бурения глубоководных донных отложений в южной части Индийского океана. Кроме того, путем статистического анализа скоплений радиолярий рассчитывались летние температуры поверхности океана для района бурения. Колонки глубоководных донных отложений содержат непрерывную информацию о климате на протяжении примерно 500 000 лет. На основе статистического

Рис. 2.5. Изменения эксцентриситета и климата за последние 500 000 лет. По Хейсу и др. [47], с изменениями.

1 — изменения температуры поверхности океана T_n (оценка);
 2 — эксцентриситет орбиты;
 3, 4 — 23 000-летние и 40 000-летние составляющие частоты, полученные из кривой T_n методом статистической фильтрации.



анализа упомянутая группа климатологов установила следующее (рис. 2.5):

- 1) средний период доминирующей 100 000-летней составляющей климатических вариаций близок к периоду вариаций эксцентриситета орбиты;
- 2) период 40 000-летней составляющей климатических вариаций совпадает с периодом вариаций наклона земной оси;
- 3) 23 000-летняя климатическая вариация связана с показателем периодичности прецессии.

Наиболее характерной особенностью климата является смена времен года. Она обусловлена вращением Земли вокруг Солнца, а также наклоном земной оси к плоскости эклиптики. Во время летнего солнцестояния, которое происходит примерно 22 июня, Солнце оказывается в полдень в зените на $23,5^\circ$ с. ш.; эта широта называется *тропиком Рака*. Во время летнего солнцестояния высота Солнца над горизонтом и продолжительность дня достигают максимальных значений в северном полушарии, а к северу от Северного полярного круга ($66,5^\circ$ с. ш.) Солнце круглые сутки остается над горизонтом. В южном полушарии высота Солнца в это время минимальна, так же как продолжительность дня, и к югу от Южного полярного круга ($66,5^\circ$ ю. ш.) во время июньского солнцестояния Солнце не показывается над горизонтом. Это время является началом лета в северном полушарии, тогда как в южном

лето начинается во время зимнего солнцестояния 22 декабря. В это время, достигнув самой южной точки в своем годичном смещении, Солнце стоит в зените уже на $23,5^\circ$ ю. ш.; эта широта называется *тропиком Козерога*. В это время высота Солнца и продолжительность дня в северном полушарии достигают минимума. Солнце не поднимается над горизонтом за Северным и не опускается под горизонт за Южным полярным кругом. Во время весеннего и осеннего равноденствий продолжительность дня и ночи везде одинакова и составляет 12 ч, а Солнце оказывается в зените в полдень на экваторе. Во время осеннего равноденствия Солнце пересекает экватор с севера на юг, а во время весеннего — с юга на север.

Расстояние от центра Солнца до центра Земли изменяется от $147 \cdot 10^6$ км (во время зимнего солнцестояния) до $153 \cdot 10^6$ км (во время летнего солнцестояния). Среднее расстояние между Землей и Солнцем, как уже указывалось в п. 2.1, составляет $150 \cdot 10^6$ км.

2.3 СПЕКТР СОЛНЦА И СОЛНЕЧНАЯ ПОСТОЯННАЯ

Распределение электромагнитного излучения, испускаемого Солнцем и приходящего на верхнюю границу атмосферы, в зависимости от длины волны называется *спектром Солнца*. *Солнечная постоянная* S — это величина, означающая полное количество солнечной энергии, достигающей верхней границы атмосферы. Она определяется как поток солнечной энергии (количество энергии в единицу времени), проходящей через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения солнечных лучей на среднем расстоянии от Земли до Солнца. Спектр Солнца и солнечная постоянная уже в течение долгого времени являются предметом всесторонних исследований. Аббот на основе продолжительных наземных измерений установил, что значение солнечной постоянной составляет $1350 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. Кроме того, широко использовались значения солнечной постоянной, предложенные Джонсоном и Николе: 1396 и $1380 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ соответственно. Недавно на основе серии измерений, выполненных с высотных носителей, в качестве стандартной солнечной постоянной, рекомендованной Национальным управлением по авиации и исследованию космического пространства (НАСА), было принято значение $1353 (\pm 21) \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ [121].¹

Стандартный спектр Солнца в единицах спектральной плотности потока излучения показан на рис. 2.6. На этом рисунке также показана спектральная плотность потока излучения Солнца, достигающего уровня моря в условиях чистой атмосферы. Процессы поглощения и рассеяния солнечного излучения в чистой атмосфере

¹ Сводку спутниковых данных о солнечной постоянной можно найти в брошюре: Кондратьев К. Я. Солнечная постоянная и климат.— Обнинск, ВНИИГМИ—МЦД, 1938. (*Прим. ред.*)

будут обсуждаться в главе 3. Следует отметить, что в видимой и инфракрасной областях спектра кривая спектральной плотности потока солнечного излучения близка к соответствующей теоретической кривой для абсолютно черного тела с температурой 6000 К. Как было отмечено в п. 2.1, большая часть электромагнитной энергии, достигающей Земли, генерируется на поверхности Солнца, в фотосфере. Из общего количества генерируемой Солнцем электромагнитной энергии примерно 50 % приходится на область волн, более длинных, чем в видимом диапазоне, около

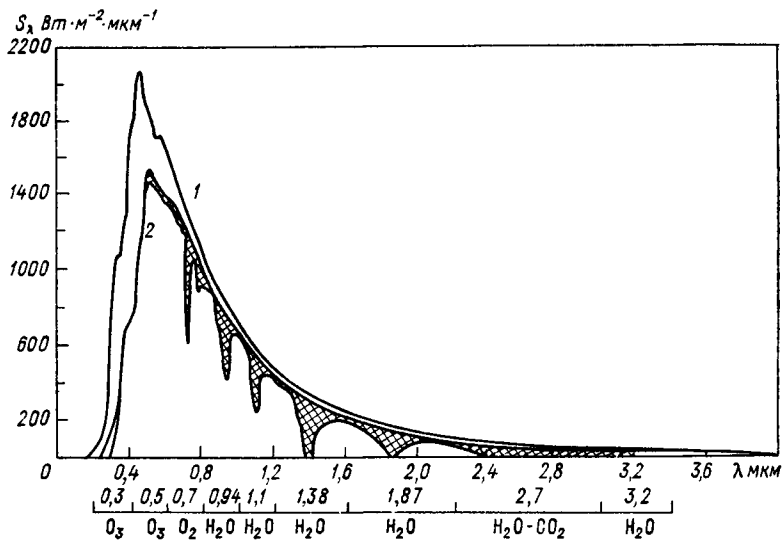


Рис. 2.6. Распределение спектральной плотности потока солнечной радиации S_λ

1 — наблюдаемая инсоляция на уровне верхней границы атмосферы (по Текакара [121]), 2 — наблюдаемая инсоляция на уровне моря; заштрихованные области показывают поглощение различными газами в чистой атмосфере, внешняя огибающая заштрихованных областей характеризует ослабление солнечной радиации за счет рассеяния.

40 % — на видимый диапазон (0,4—0,7 мкм) и 10 % — на более короткие волны.

Согласно данным измерений плотности потока солнечной радиации, имеются резкие различия в эквивалентных температурах абсолютно черного тела, соответствующих излучению в ультрафиолетовом (короче 0,4 мкм), видимом и инфракрасном диапазонах солнечного спектра. На рис. 2.7 показан спектр Солнца в интервале примерно 0,1—0,4 мкм, а также кривые излучения абсолютно черного тела при различных температурах. В интервале 0,21—0,26 мкм эквивалентная температура абсолютно черного тела для Солнца несколько превышает 5000 К. Далее в области длин волн около 0,14 мкм она падает до минимального значения (примерно 4700 К). Значительная часть общего потока энергии, излучаемой в диапазоне еще более коротких длин волн, сосредоточена на длине волны 0,1216 мкм; это линия излучения Лайман-

альфа, обусловленная переходом между первым возбужденным и основным состояниями атома водорода. Ультрафиолетовая область спектра Солнца в интервале длин волн менее 0,3 мкм содержит сравнительно небольшую часть общей излучаемой энергии. Однако в связи с тем что озон, молекулярный и атомарный кислород, а также азот верхней атмосферы поглощают всю эту энергию, перенос излучения в этой области играет важную роль в энергетике атмосферы на высоте более 10 км.

Плотность потока излучения Солнца составляет $6,2 \cdot 10^7$ Вт·м⁻². В соответствии с законом сохранения энергии это количество

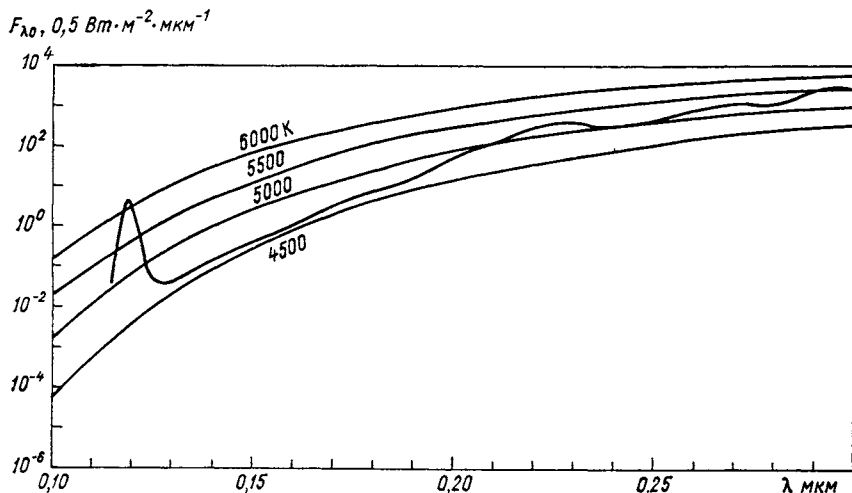


Рис. 2.7. Наблюдаемая инсоляция $F_{\lambda 0}$ в ультрафиолетовом диапазоне за пределами атмосферы. По Текакара [120].

Для сравнения приведены кривые спектрального распределения излучения абсолютно черного тела.

энергии должно оставаться неизменным на любом расстоянии от Солнца. Таким образом,

$$F4\pi a_c^2 = S4\pi d_{cp}^2, \quad (2.1)$$

где F — плотность потока излучения Солнца, a_c — радиус Солнца, d_{cp} — среднее расстояние между Солнцем и Землей. Следовательно, солнечная постоянная может быть выражена как

$$S = F (a_c/d_{cp})^2. \quad (2.2)$$

Полная энергия, перехватываемая Землей, выражается как $S\pi a_3^2$, где a_3 — радиус Земли. Если эта энергия равномерно распределится по поверхности Земли, то количество энергии, приходящей на единицу площади в единицу времени на верхней границе атмосферы, будет выражаться как

$$\bar{Q}_n = S\pi a_3^2 / (4\pi a_3^2) = S/4. \quad (2.3)$$

Для того чтобы оценить эффективную температуру Солнца T , предположим, что Солнце представляет собой абсолютно черное тело. Тогда в силу закона Стефана—Больцмана, т. е. учитывая, что $F = \sigma T^4$, получаем

$$T^4 = (d_{cp}/a_c)^2 (S/\sigma). \quad (2.4)$$

Подставляя значения S , σ , d_{cp} и a_c в уравнение (2.4), получаем эффективную температуру Солнца — примерно 5800 К.

2.4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОЛНЕЧНОЙ ПОСТОЯННОЙ

В Смитсоновском институте были разработаны два метода измерения солнечной постоянной с помощью радиометра, расположенного на поверхности Земли,— *долгий* и *короткий*. Долгий метод более фундаментален и служит основой для калибровки результатов, получаемых с помощью короткого метода.

При наземных измерениях потока солнечной энергии с целью определения солнечной постоянной используются три прибора: *пиргелиометр*, *пиранометр* и *спектроболометр*. Пиргелиометр применяется для измерения потока прямой и — в незначительном количестве — рассеянной радиации, тогда как пиранометром измеряют рассеянную радиацию. Эти измерения выполняются с помощью экрана, затеняющего пиранометр от прямой радиации, а их результаты используются для введения поправки в показания пиргелиометра. Количество прямой радиации может быть оценено путем вычитания значения плотности потока, измеренного пиранометром, из значения, полученного с помощью пиргелиометра. Спектроболометр — это спектрограф, снабженный целостатом, непрерывно следящим за Солнцем, и зеркалом, фокусирующим его лучи на входной щели спектрографа. Спектрограф с помощью призмы или дифракционной решетки разлагает солнечное излучение по длинам волн. При измерениях солнечной постоянной в Смитсоновском институте солнечное излучение, разложенное в спектр, на выходе спектрографа измеряется практически одновременно на 40 фиксированных длинах волн в диапазоне 0,34—2,5 мкм. Прибор, с помощью которого выполняются эти измерения, называется болографом.¹

2.4.1 Долгий метод

Предположим, что атмосфера состоит из плоскопараллельных слоев. При заданном положении Солнца, определяемом его

¹ Следует отметить, что анализ данных спутниковых наблюдений привел к выводу о ненадежности определения солнечной постоянной по данным наземных наблюдений. (*Прим. ред.*)

зенитным углом θ_0 , эффективная толщина воздушной массы состоит $u \sec \theta_0$, причем

$$u = \int_{z_1}^{\infty} \rho dz, \quad (2.5)$$

где z_1 — высота точки наблюдения. На основании закона Бэра—Буге—Ламберта наблюдаемая у поверхности Земли плотность потока прямой солнечной радиации F на длине волны λ описывается выражением

$$F_\lambda = F_{\lambda_0} \exp(-k_\lambda u \sec \theta_0) = F_{\lambda_0} \mathcal{T}_\lambda^m, \quad (2.6)$$

где F_{λ_0} — плотность монохроматического потока солнечной радиации на верхней границе атмосферы, k_λ — монохроматический массовый поперечник ослабления, \mathcal{T}_λ — монохроматическое пропускание, определенное по уравнению (1.51), а ($m = \sec \theta$) — отношение воздушных масс при данном зенитном расстоянии и при наблюдении в направлении зенита. Логарифмируя выражение (2.6), получаем

$$\ln F_\lambda = \ln F_{\lambda_0} + m \ln \mathcal{T}_\lambda. \quad (2.7)$$

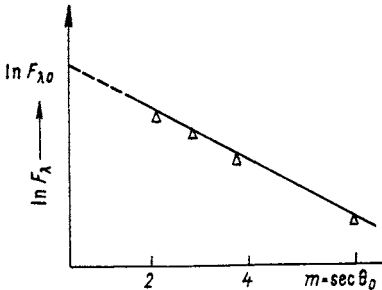


Рис. 2.8. Гипотетическая зависимость наблюдаемой плотности монохроматического потока F_λ от эффективной длины пути m .

Наблюдения за F_λ можно выполнять несколько раз в течение одного дня при разных зенитных углах. Если за время наблюдений атмосферные условия не изменятся, пропускание \mathcal{T} остается постоянным. График зависимости F_λ от m (рис. 2.8) тогда может быть экстраполирован к нулевой абсциссе ($m = 0$), которая представляет собой верхнюю границу атмосферы. Если наблюдения за плотностью монохроматического потока солнечной радиации выполнены на длинах волн, перекрывающих весь солнечный спектр, то из уравнения (2.6) можно получить

$$F_0 = \int_0^{\infty} F_{\lambda_0} d\lambda \approx \sum_{i=1}^N F_{\lambda_0}^i \Delta\lambda^i, \quad (2.8)$$

где N — полное число измеренных плотностей монохроматического потока. Пусть d обозначает истинное расстояние от Земли до Солнца. Тогда на основании закона сохранения энергии солнечную постоянную можно выразить соотношением

$$S = F_0 (d/d_{cp})^2. \quad (2.9)$$

Вышеизложенные рассуждения представляют собой теоретическую основу долгого метода определения солнечной постоянной. Однако, как видно из рис. 2.6, атмосфера существенно непро-

зрачна для излучения на длинах волн менее 0,34 мкм и более 2,5 мкм. Поэтому в указанных областях спектра невозможно проводить наземные наблюдения за плотностью потока излучения. В силу этих причин для остальных диапазонов, на которые приходится около 8 % полного потока солнечной радиации, необходимы эмпирические поправки.

Долгому методу присущи ошибки, обусловленные следующими причинами: 1) эмпирическим характером поправок на поглощение ультрафиолетового излучения озоном и инфракрасного — водяным паром и углекислым газом на краях солнечного спектра; 2) невозможностью точного учета количества рассеянного солнечного излучения, попадающего во входную апертуру измерительного прибора; 3) вариациями k_λ , а также возможными аэрозольными эффектами, имеющими место в ходе выполнения серии измерений; 4) ошибками измерений. Таким образом, несмотря на очень тщательные оценки и наблюдения, некоторые ошибки все же неизбежны.

При использовании долгого метода на каждое отдельное наблюдение уходит 2—3 ч, а на обработку данных — вдвое больше. К тому же нет никакой гарантии в том, что свойства атмосферы и состояние Солнца оставались существенно неизменными на протяжении времени наблюдений. Чтобы устранить эту неопределенность и избежать необходимости долгой и монотонной обработки данных, был предложен короткий метод определения солнечной постоянной.

2.4.2 Короткий метод

При использовании короткого метода рассеянная составляющая полного потока солнечной радиации (яркость небосвода) измеряется в данном районе в течение длительного периода времени. На основании полученных данных определяется средняя интенсивность рассеянной радиации. В таком случае каждый данный отсчет рассеянной солнечной радиации по пиранометру будет отличаться от среднего на некоторую величину ε , называемую *пиранометрическим избытком*. Согласно п. 1.1.4 и рис. 2.6, ослабление солнечной радиации в ясный день происходит за счет молекулярного рассеяния и рассеяния аэрозольными частицами, а также поглощения различными газами, прежде всего водяным паром. Если в атмосфере полное количество осаждаемой влаги составляет w , то эмпирическое соотношение между ослаблением прямой солнечной радиации и эффектами рассеяния и поглощения может быть выражено следующим образом:

$$F_\lambda = w + q_\lambda \varepsilon, \quad (2.10)$$

где q_λ — эмпирически определенная для каждой длины волны и для данной местности постоянная. При известном значении q_λ спектральная плотность потока солнечной радиации может быть

найдена по результатам измерений количества осажденной влаги и показаниям пиранометра.

На основе длительных рядов наблюдений величин F_λ , m и \mathcal{T}_λ в данной местности, где производились измерения солнечной постоянной, строятся графики зависимости F_λ от атмосферной массы m при заданной величине \mathcal{T}_λ . Таким образом, по данному результату измерений F_λ при известной атмосферной массе m из графика можно найти соответствующее значение \mathcal{T}_λ . После этого спектральная плотность потока солнечной радиации на верхней границе атмосферы F_{λ_0} может быть оценена по уравнению (2.6).

Далее оценка солнечной постоянной проводится так же, как и при долгом методе. Требуемые для короткого метода данные измерений включают болограмму Солнца, результаты измерений рассеянного излучения от небосвода с помощью пиранометра, а также значения атмосферной массы, которые вычисляются по данным наблюдений положения Солнца с помощью теодолита. Эти измерения занимают всего 10—15 мин.

Наилучшая оценка солнечной постоянной с помощью методов Смитсоновского института, основанная на данных тысяч наблюдений в разных районах земного шара на протяжении более 50 лет, составляет $1353 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. Интересно отметить, что именно это значение было недавно принято в качестве стандартной солнечной постоянной.

С целью минимизации атмосферного воздействия при измерениях солнечной постоянной был также выполнен ряд наблюдений в верхней атмосфере и космическом пространстве. Эти наблюдения включали измерения с баллонов, поднимающихся на высоту 27—35 км, реактивных самолетов на высоте около 12 км, ракетного самолета X-15 (до высоты 82 км) и межпланетных станций «Маринер-6» и «Маринер-7» в открытом космическом пространстве. Полученные в ходе этих экспериментов значения солнечной постоянной составляют $1339—1360 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. Недавно принятое НАСА стандартное значение солнечной постоянной, как уже указывалось выше, составляет $1353 \pm 21 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$.

Самые последние измерения плотности потока приходящего солнечного излучения были выполнены с борта искусственных спутников Земли. Эксперимент по исследованию радиационного баланса Земли (РБЗ), включающий измерения солнечной постоянной, был осуществлен на борту спутников «Нимбус-6» и «Нимбус-7», запущенных на круговые солнечно-синхронные околоземные орбиты в июне 1975 и октябре 1981 г. соответственно. В ходе эксперимента РБЗ приходящая солнечная радиация наблюдалась с помощью многоканального радиометра, измеряющего интегральную и спектральные плотности потока солнечной радиации в пределах различных широких и узких спектральных интервалов солнечного спектра. Одна из целей эксперимента РБЗ состояла в том, чтобы непрерывно регистрировать приток солнечной радиации в системе Земля—атмосфера и исследовать возможную изменчивость солнечной постоянной. На протяжении

1975—1977 гг. были получены новые значения солнечной постоянной: 1391 и 1368 Вт·м⁻² [51].

2.5 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИНСОЛЯЦИИ ЗА ПРЕДЕЛАМИ АТМОСФЕРЫ

Инсоляция определяется как поток солнечной радиации через единичную горизонтальную площадку. Она сильно зависит от зенитного угла Солнца и в некоторой степени — от изменяющегося со временем расстояния между Землей и Солнцем. Плотность потока радиации на верхней границе атмосферы может быть выражена как

$$F = F_0 \cos \theta_0, \quad (2.11)$$

где F_0 — плотность потока солнечной радиации на верхней границе при мгновенном расстоянии d между Землей и Солнцем, θ_0 — зенитный угол Солнца. Из уравнения (2.9) мы находим

$$F = S (d_{cp}/d)^2 \cos \theta_0. \quad (2.12)$$

Если обозначить через Q приход тепла от Солнца (инсоляцию на верхней границе атмосферы), то плотность потока солнечной радиации можно записать как

$$F = \frac{dQ}{dt}. \quad (2.13)$$

Тогда инсоляция на протяжении заданного периода времени будет описываться выражением

$$Q = \int_t F(t) dt. \quad (2.14)$$

Полная солнечная энергия, пришедшая за день на единичную площадку, может быть оценена путем интегрирования по светловому времени суток. Подставив формулу (2.12) в (2.14), получим выражение для инсоляции за день:

$$Q = S \left(\frac{d_{cp}}{d} \right)^2 \int_{\text{Восход}}^{\text{Закат}} \cos \theta_0(t) dt. \quad (2.15)$$

Зенитный угол Солнца обычно выражается через другие известные нам углы. Пусть P (рис. 2.9) есть точка наблюдения, а OZ — зенитное направление из этой точки. Положим, что Солнце находится в положении OS или PS , а D — подсолнечная точка на поверхности планеты. Тогда плоскость, проходящая через OZ и OS , будет пересекать Землю по большому кругу. Угол ZOS , мерой которого является дуга PD этого круга, равен зенитному углу Солнца θ_0 . В сферическом треугольнике NPD дуга ND равна 90° минус склонение Солнца δ . Склонение равно угловому расстоянию Солнца от экватора, которое считается положительным в направлении на север и отрицательным — в направлении на юг. Дуга NP равна 90° минус широта λ точки наблюдения, а P — часовой угол, т. е. тот угол, на который должна повернуться Земля,

чтобы меридиан проходил через Солнце. Известно (см. приложение 6), что косинус зенитного угла Солнца может быть выражен как

$$\cos \theta_0 = \sin \lambda \sin \delta + \cos \lambda \cos \delta \cos h. \quad (2.16)$$

Склонение Солнца является функцией только дня года и не зависит от положения точки наблюдения. Оно изменяется от $23^{\circ}27'$ 21 июня до $-23^{\circ}27'$ 22 декабря. Часовой угол равен нулю в солнечный полдень и увеличивается на 15° в час до и после полудня.

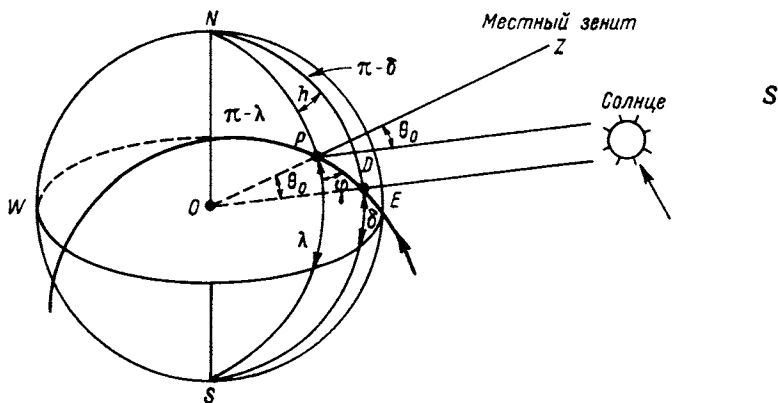


Рис. 2.9. Связь зенитного угла Солнца θ_0 с широтой λ , склонением Солнца δ и часовым углом h .

φ — азимут Солнца, отсчитываемый от направления на юг.

Подставляя выражение (2.16) в (2.15) и обозначая угловую скорость вращения Земли ω через dh/dt (2π рад·сут $^{-1}$), получаем

$$Q = S \left(\frac{d_{\text{cp}}}{d} \right)^2 \int_{-H}^H (\sin \lambda \sin \delta + \cos \lambda \cos \delta \cos h) \frac{dh}{\omega}, \quad (2.17)$$

где H — половина светлого времени суток, т. е. время от восхода или захода Солнца до солнечного полдня. Произведя простое интегрирование, получаем

$$Q = \frac{S}{\pi} \left(\frac{d_{\text{cp}}}{d} \right)^2 (\sin \lambda \sin \delta H + \cos \lambda \cos \delta \sin H). \quad (2.18)$$

В уравнении (2.18) величина H во втором члене справа выражена в радианах ($180^{\circ} = \pi$ рад). Заметим, что множитель $(d_{\text{cp}}/d)^2$ никогда не отличается от единицы больше чем на 3,5%. Он изменяется от 1,0344 3 января до 0,9674 5 июля.

Уравнение (2.18) позволяет рассчитать суточные суммы солнечной энергии, приходящей на единичную площадку на уровне верхней границы земной атмосферы, в зависимости от широты и дня года (рис. 2.10). Поскольку Солнце ближе всего подходит

к Земле в январе (зима северного полушария), распределение суточных сумм солнечной энергии происходит слегка неравномерно, южное полушарие получает больше радиации, чем северное. Максимальная инсоляция имеет место летом на полюсах, что связано с длительностью светлого времени суток (24 ч). Следует

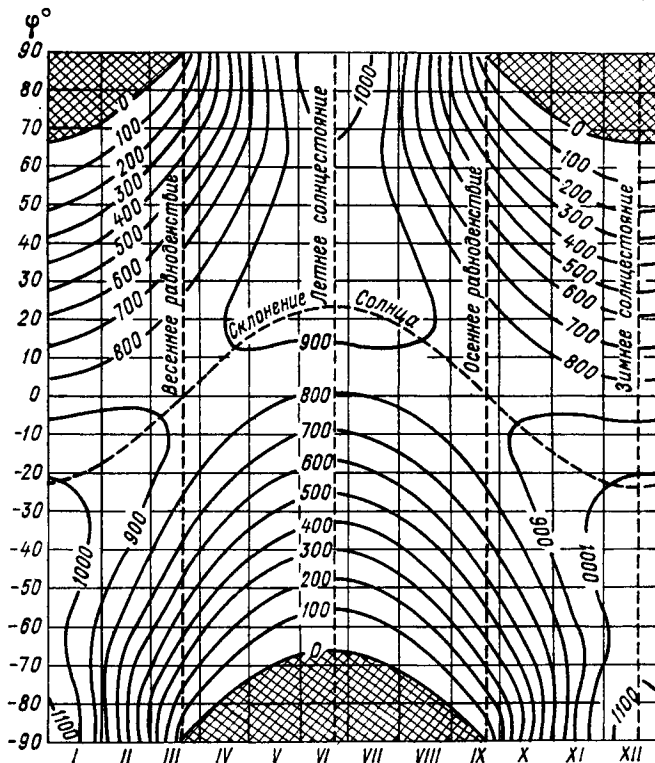


Рис. 2.10. Изменение инсоляции на уровне верхней границы атмосферы в зависимости от широты и дня года в $\text{кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сут}^{-1}$ ($1 \text{ кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{сут}^{-1} = 698 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$). По Листу [77].

также отметить, что после интегрирования уравнения (2.17) по годовичному временному интервалу полная инсоляция оказывается одинаковой для соответствующих широт северного и южного полушарий.

УПРАЖНЕНИЯ

2.1. Сравните кривую наблюдаемого спектрального распределения солнечного излучения (рис. 2.6) с расчетными кривыми и покажите, что в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах Солнце может считаться абсолютно черным телом.

2.2. Рассчитайте равновесную температуру Солнца, если солнечная постоянная составляет $1354 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$, среднее расстояние от Земли до Солнца $150 \cdot 10^6 \text{ км}$, а радиус Солнца $0,70 \cdot 10^6 \text{ км}$.

2.3. Определите общее количество энергии, перехватываемой Землей в течение суток, если средний поток солнечной энергии составляет $6,2 \cdot 10^7$ Вт·м⁻², а радиус Земли $6,37 \cdot 10^3$ км.

2.4. Рассчитайте долю полной лучистой энергии Солнца, которую получает Земля.

2.5. Рассмотрим круглое облако диаметром 2 км, считая его бесконечно тонким абсолютно черным телом с температурой 10 °С. Определите, какое количество энергии оно излучает в направлении Земли и какое количество излучаемой облаком энергии может быть перехвачено единичной площадкой на уровне земной поверхности, если облако находится прямо над ней на высоте 1 км.

2.6. В ясный день измерения спектральной плотности потока прямой солнечной радиации F в интервале 1,5—1,6 мкм дали следующие значения:

Зенитный угол φ°	40	50	60	70
F Вт·м ⁻²	14,0	12,6	10,5	7,7

Рассчитайте плотность потока солнечной радиации на верхней границе атмосферы и пропускание атмосферы при нормальном падении лучей (см. уравнение (1.51)) в указанном интервале длин волн.

2.7. Пусть \bar{r} — среднее альbedo Земли (*альbedo* — это отношение потока, отраженного в космическое пространство, к приходящему потоку солнечной радиации), а система Земля—атмосфера в течение длительного времени находится в состоянии лучистого равновесия. Покажите, что равновесная температура системы Земля—атмосфера может быть выражена как

$$T = [(1 - \bar{r}) S / 4\sigma]^{1/4}.$$

2.8. Используя результат упражнения 2.7, рассчитайте равновесные температуры планет по приведенным данным:

Планета	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер
Расстояние от Солнца, а. е.	0,39	0,72	1,00	1,52	5,20
Альbedo, %	6	78	30	17	45

2.9. Высота орбиты геосинхронных (геостационарных) спутников типа GOES составляет около 35 000 км. Используя выражение для телесного угла, полученное в упражнении (1.2), рассчитайте равновесную температуру спутника в системе Земля—спутник, предполагая, что эффективная температура Земли составляет 255 К, а спутник представляет собой абсолютно черное тело.

2.10. Покажите, что изменения равновесной температуры Земли T_3 в зависимости от расстояния от Солнца до Земли d описывается выражением $\delta T_3 / T_3 = -\delta d / 2d$. Расстояние от Земли до Солнца изменяется в пределах примерно 3,5 % с максимумом и минимумом 3 января и 5 июля соответственно. Рассчитайте сезонные изменения равновесной температуры Земли.

2.11. Рассчитайте суточную инсоляцию на верхней границе атмосферы на южном полюсе в день зимнего солнцестояния и на экваторе в день весеннего равноденствия. Используйте при расчетах среднее значение расстояния от Земли до Солнца и сравните полученные значения с приведенными на рис. 2.10.

2.12. Рассчитайте высоту Солнца в местный солнечный полдень на полюсах, 60° с. (ю.) ш., 30° с. (ю.) ш. и на экваторе. Рассчитайте также длительность дня в часах на экваторе и 45° с. ш. в дни равноденствия и солнцестояний.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Coulson, K. L. (1975). *Solar and Terrestrial Radiation*. Academic Press, New York. (Главы 3 и 4 дают исчерпывающую информацию о различных типах пиргелиометров и пиранометров.)

Jastrow, R., and Thompson, M. H. (1974). *Astronomy: Fundamentals and Frontiers*. 2nd ed., Wiley, New York. (В главе 12 обсуждаются структура и состав Солнца. Материал иллюстрирован прекрасными фотографиями.)

Sellers, W. D. (1965). *Physical Climatology*. Univ. of Chicago Press, Chicago. (В главе 13 обсуждаются некоторые из наиболее популярных теорий изменений климата.)

Глава 3

ПОГЛОЩЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ В АТМОСФЕРЕ

3.1 СОСТАВ И СТРУКТУРА АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ

Для того чтобы описывать взаимодействие атмосферы Земли с солнечным излучением, необходимо знать ее состав. Атмосфера состоит из ряда газов с почти постоянной концентрацией (*постоянных* газов) и группы газов с переменной концентрацией. Кроме того, атмосфера содержит различные твердые и жидкие частицы, такие, как аэрозоли, капли воды и кристаллы льда, обладающие весьма большой изменчивостью в пространстве и во времени.

В табл. 3.1 приведены некоторые данные о постоянных и переменных составляющих атмосферы Земли. Из таблицы видно, что

ТАБЛИЦА 3.1 Состав атмосферы. По [126]

Постоянная составляющая		Переменная составляющая	
Газ	Объемное содержание, %	Газ	Объемное содержание, %
Азот (N ₂)	78,084	Водяной пар (H ₂ O)	0—0,04
Кислород (O ₂)	20,948	Озон (O ₃)	0—12·10 ⁻⁴
Аргон (Ar)	0,934	Двуокись серы ¹ (SO ₂)	0,001·10 ⁻⁴
Двуокись углерода (CO ₂)	0,033	Двуокись азота ¹ (NO ₂)	0,001·10 ⁻⁴
Неон (Ne)	18,18·10 ⁻⁴	Аммиак (NH ₃)	0,004·10 ⁻⁴
Гелий (He)	5,24·10 ⁻⁴	Окись азота ¹ (NO)	0,0005·10 ⁻⁴
Криптон (Kr)	1,14·10 ⁻⁴	Сероводород ¹ (H ₂ S)	0,00005·10 ⁻⁴
Ксенон (Xe)	0,089·10 ⁻⁴	Пары азотной кислоты (HNO ₃)	Следы
Водород (H ₂)	0,5·10 ⁻⁴		
Метан (CH ₄)	1,5·10 ⁻⁴		
Закись азота (N ₂ O) ¹	0,27·10 ⁻⁴		
Окись углерода (CO) ¹	0,19·10 ⁻⁴		

¹ Концентрация у поверхности Земли.

азот, кислород и аргон составляют более чем 99,99 % постоянных газов. Эти газы характеризуются постоянными отношениями смеси до высоты примерно 60 км. Следует отметить, что, хотя углекислый газ отнесен здесь к постоянным составляющим, его концентрация может изменяться в результате сжигания ископаемого топлива, поглощения и выделения CO_2 океаном, а также в ходе фотосинтеза. Влияние роста содержания углекислого газа в атмосфере Земли на климат будет рассмотрено в п. 4.2. В зависимости от атмосферных условий концентрация водяного пара значительно изменяется как во времени, так и в пространстве. Эти изменения оказывают существенное влияние на процессы поглощения и испускания излучения. Концентрация озона также изменяется во времени и в пространстве, в основном на высоте 15—30 км, где указанная составляющая генерируется и разрушается в ходе фотохимических реакций. Большая часть ультрафиолетового излучения поглощается озоном, благодаря чему это опасное для всего живого излучение не достигает поверхности Земли. Ниже мы рассмотрим фотохимические процессы с участием

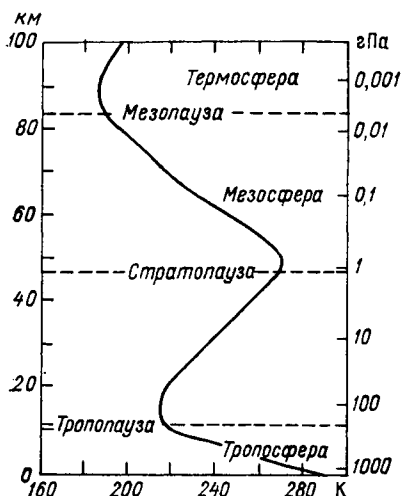


Рис. 3.1. Вертикальный профиль температуры. По стандартной атмосфере США [126].

озона. Остальные газы, а также некоторые не включенные в таблицу малые примеси принимают участие в различных реакциях с другими газами и частицами, поэтому их концентрация в атмосфере может изменяться.

Все перечисленные в таблице газы участвуют в рассеянии солнечного излучения в атмосфере, что приводит к его поляризации. Это явление также будет рассмотрено в настоящей главе. Наконец отметим, что обладающие большой изменчивостью взвешенные в атмосфере твердые и жидкие частицы играют важную роль в поглощении и рассеянии солнечного излучения, а также в физике процессов облакообразования и осадков.

Вертикальный профиль температуры для стандартной атмосферы приведен на рис. 3.1. Этот профиль характерен для типичных условий в средних широтах. В соответствии со стандартной номенклатурой, рекомендованной в 1960 г. Международным союзом геодезии и геофизики (МСГГ), по распределению температуры с высотой атмосфера делится на четыре основных слоя: *тропосферу*, *стратосферу*, *мезосферу* и *термосферу* (рис. 3.1). Верхние границы этих слоев называются *тропопаузой*, *стратопаузой*, *мезопаузой* и *термопаузой* соответственно.

Тропосфера характеризуется уменьшением температуры с высотой при типичном вертикальном градиенте $6,5^{\circ}\text{C}\cdot\text{км}^{-1}$. Профиль температуры в этом слое обусловлен балансом между радиационным притоком тепла и конвективным переносом энергии от поверхности Земли в атмосферу. В тропосфере сосредоточены практически весь водяной пар и вся облачность. Стратосфера характеризуется изотермическим слоем от тропопаузы до высоты примерно 20 км, начиная с которой температура растет вплоть до стратопаузы. Именно в стратосфере содержится основная часть атмосферного озона. К тому же, согласно данным наблюдений, в стратосфере на некоторых высотах в течение длительных периодов времени сохраняются тонкие аэрозольные слои. В мезосфере на уровне 50—85 км, так же как и в тропосфере, температура с высотой понижается. На высоте более 85 км находится термосфера. Она простирается до высоты несколько сотен километров и характеризуется температурами 500—2000 К. Самая удаленная область атмосферы над термосферой называется *экзосферой*. Термин *верхняя атмосфера* обычно означает всю область атмосферы выше тропосферы.¹ Как будет показано в главе 4, распределение температуры с высотой является одним из основных факторов, определяющих перенос теплового инфракрасного излучения в атмосфере.

3.2 ПОГЛОЩЕНИЕ В УЛЬТРАФИОЛЕТОВОЙ ОБЛАСТИ СПЕКТРА

Прежде чем перейти к обсуждению поглощения солнечного излучения в ультрафиолетовом и ближнем инфракрасном диапазонах, необходимо рассмотреть различные пути накопления энергии молекулой. Любая движущаяся в пространстве частица обладает кинетической энергией, которая называется *энергией поступательного движения*. Осредненную энергию поступательного движения отдельной молекулы в направлении осей X , Y и Z можно выразить как $kT/2$, где k — постоянная Больцмана, а T — абсолютная температура. Состоящая из атомов молекула может вращаться вокруг оси, проходящей через ее центр тяжести, и обладать, таким образом, *вращательной энергией*. Атомы в молекулах связаны определенными силами, так что каждый из них может колебаться относительно остальных около некоторого положения равновесия. Благодаря этому свойству молекула может обладать *колебательной энергией*. Такое деление энергии молекулы на три типа основано на механистической модели молекулы, которая не учитывает ее детальной структуры, включающей связи ядер и электронов. Возможны, однако, изменения внутренней энергии молекул за счет изменения энергетических состояний входящих в нее электронов.

¹ За последние годы было введено понятие средней атмосферы, включающее стратосферу, мезосферу и нижнюю термосферу. (*Прим. ред.*)

Таким образом, молекула может обладать *электронной энергией*. Последние три типа внутренней энергии молекулы квантованы, т. е. могут принимать лишь определенные дискретные значения. Как было отмечено в п. 1.3, поглощение и излучение радиационной энергии имеет место при переходе атомов или молекул из одного энергетического состояния в другое. В целом эти переходы определяются правилами отбора. Атомы могут обладать линейчатыми спектрами, обусловленными изменениями энергии электронов. Молекулы, однако, могут обладать двумя дополнительными типами энергии, наличие и проявление которых приводит к образованию сложных систем полос в спектре.

Солнечное излучение в атмосфере поглощается в основном O_2 , O_3 , CO_2 , H_2O , O и N , хотя и такие газы, как NO , N_2O , CO и CH_4 , присутствующие в атмосфере в крайне незначительных количествах, также вносят свой вклад в общий спектр поглощения. Спектры поглощения молекулярного и атомарного кислорода, азота, а также озона, связанные с электронными переходами, располагаются в основном в ультрафиолетовой (УФ) области спектра, тогда как спектры, обусловленные колебательными и вращательными переходами в трехатомных молекулах, таких, как H_2O , O_3 и CO_2 , лежат в инфракрасной области. В видимой области солнечного спектра поглощение очень незначительно. Большая часть ультрафиолетового излучения Солнца поглощается в верхней атмосфере атомарным и молекулярным кислородом, озоном, а также азотными соединениями. Ультрафиолетовый спектр поглощения молекулярного кислорода начинается на длине волны около 0,26 мкм и простирается в область более коротких длин волн. Полосы, сосредоточенные между 0,26 и 0,20 мкм (так называемые *полосы Герцберга*), очень слабы и вносят незначительный вклад в поглощение солнечной радиации, поскольку перекрываются в этой области спектра значительно более сильными полосами озона. Тем не менее считается, что полосы Герцберга играют важную роль в процессе формирования озона. К полосам Герцберга примыкает очень сильная система *полос Шумана—Рунге*, а также континуум на 0,200—0,125 мкм. Несколько полос существует также между 0,125 и 0,100 мкм. Особый интерес представляет линия Лайман-альфа на длине волны 0,1216 мкм, которая обладает чрезвычайно большой интенсивностью. Область спектра короче 0,1 мкм занята очень сильными полосами O_2 , которые называются *полосами Хопфилда*.

Спектр поглощения молекулярного азота начинается на длине волны 0,145 мкм. Область 0,145—0,100 мкм называется полосами *Лаймана—Берджа—Хопфилда* и состоит из узких, резко очерченных линий. Спектр поглощения азота в интервале 0,1—0,08 мкм занят *полосами Танаки—Уорли*. Они чрезвычайно сложны, и коэффициент поглощения здесь резко изменяется с длиной волны. В области длин волн короче 0,08 мкм спектр поглощения N_2 в целом образован *ионизационным континуумом*. Ионизация — это процесс удаления электрона с его орбиты. В ходе ионизации атом или

молекула могут поглощать больше энергии, чем необходимо для удаления электрона. Эта дополнительная энергия не квантована. В результате поглощение не избирательно, а непрерывно. Ионизационный континуум простирается от частоты ионизации в сторону больших частот (более коротких длин волн).

В результате поглощения солнечного ультрафиолетового излучения часть молекул кислорода и азота в верхней атмосфере претерпевает фотохимическую *диссоциацию* и распадается на атомарный кислород и азот. Спектр поглощения атомарного азота лежит в области примерно 0,001—0,100 мкм. В верхней атмосфере содержится небольшое количество атомарного азота, и поэтому его роль в поглощении радиации в целом невелика. Однако в термосфере атомарный азот может поглощать значительную часть приходящей ультрафиолетовой радиации. Атомарный кислород также обладает континуальным спектром поглощения в области 0,001—0,100 мкм. В результате поглощения солнечного ультрафиолетового излучения часть молекулярного и атомарного кислорода и азота ионизируется. Формирование ионизированных слоев в верхней атмосфере в основном связано с указанными процессами.

Молекулярный кислород, один из основных компонентов верхней атмосферы, слабо поглощает радиацию в диапазоне 0,2—0,3 мкм. Излучение в указанной области солнечного спектра поглощается прежде всего озоном в верхней стратосфере и мезосфере. Области, в которых расположены наиболее сильные полосы поглощения озона, называются *полосами Хартли*. Полосы озона в диапазоне 0,3—0,36 мкм называются *полосами Хёггинса*, причем по интенсивности они уступают полосам Хартли. Озон обладает также слабыми полосами поглощения — так называемыми *полосами Шанпю* — в видимой и ближней инфракрасной областях спектра (в диапазоне примерно 0,44—1,18 мкм).

Поперечники поглощения O_2 , N_2 , O , N и O_3 измерялись многими исследователями, и результаты этих измерений представлены на рис. 3.2. Кривые на этом рисунке демонстрируют относительную значимость различных поглощающих компонентов и не должны рассматриваться как источник количественной информации. Ссылки на публикации, из которых заимствованы эти данные, можно найти в работе Крейга [20].

Отметим, что поперечник поглощения σ ($см^2$) связан с коэффициентом поглощения k ($см-атм$) через число Лошмидта N_0 ($2,687 \cdot 10^{19}$ $см^{-3}$ при стандартной температуре $0^\circ C$ и давлении 1013 гПа) следующим образом: $k = \sigma N_0$. В работах по исследованию верхней атмосферы широко используются обе эти величины.

Для иллюстрации относительных эффектов поглощения O_2 , N_2 , O и O_3 на рис. 3.3 представлена спектральная кривая ослабления плотности потока солнечного излучения по мере его проникновения в атмосферу. На рисунке показано, на какой высоте происходит ослабление плотности потока солнечного излучения в e раз

($e = 2,71828$) при нормальном падении лучей на верхнюю границу, т. е. на каком уровне выполняется соотношение $\ln(F/F_0) = 1$. Так, например, на высоте примерно 110 км плотность потока

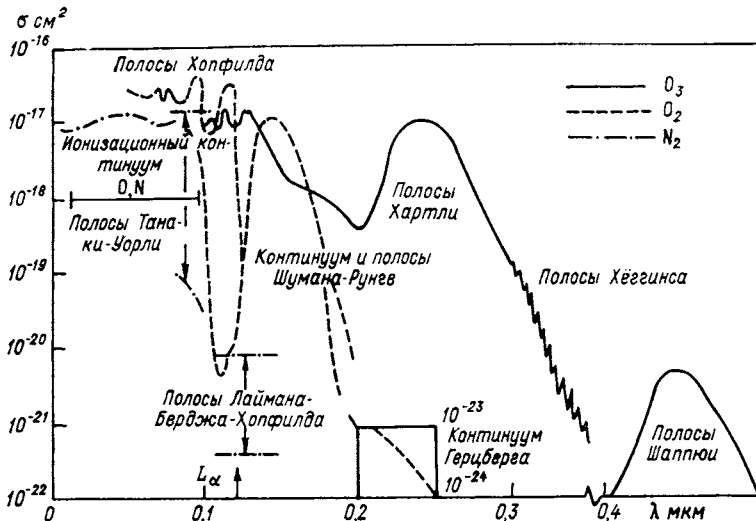


Рис. 3.2. Поперечники поглощения σ озона, молекулярного кислорода и молекулярного азота в ультрафиолетовом спектральном диапазоне.

Показаны также области поглощения атомарного азота и кислорода.

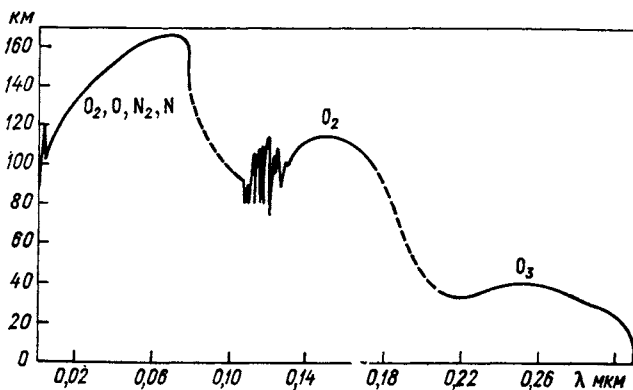


Рис. 3.3. Спектральная зависимость ослабления плотности потока солнечного излучения в атмосфере. По Фридману [35].

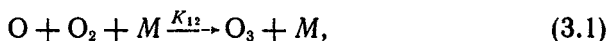
солнечного излучения на длине волны 0,16 мкм уменьшается в 2,71828 раз. Рисунок иллюстрирует также изменчивость прозрачности атмосферы в диапазоне длин волн примерно менее 0,300 мкм. В диапазоне 0,3—0,2 мкм поглощение происходит в основном за счет O_3 , а в диапазоне 0,2—0,085 мкм — за счет NO_2 . В диапазоне длин волн короче 0,085 мкм солнечное излучение

поглощается такими компонентами, как O_2 , O , N_2 и N . Поглощение солнечного ультрафиолетового излучения играет определяющую роль в энергетике и динамике верхней атмосферы.

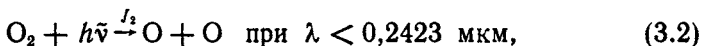
3.3 ФОТОХИМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И ФОРМИРОВАНИЕ ОЗОННОГО СЛОЯ¹

Поскольку многие атомы и молекулы обладают спектрами поглощения в диапазоне солнечного ультрафиолетового излучения, в верхней атмосфере наблюдается целый ряд разнообразных фотохимических процессов. Особое значение имеют те из них, в которых участвует кислород в различных формах, поскольку они определяют содержание озона в стратосфере. Классическая фотохимическая теория процессов в верхней атмосфере, описывающая формирование озона, была впервые выдвинута в 1930 г. Чепменом, который предложил учитывать пять основных реакций.

Озон в основном формируется при соударении трех молекул:

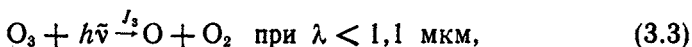


где M — любой третий атом или молекула, а K_{12} — коэффициент скорости реакции с участием O и O_2 . Атомарный кислород возникает при диссоциации молекул кислорода под воздействием квантов солнечной радиации:

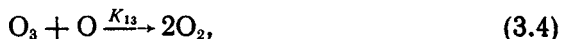


где J_2 — количество диссоциирующих квантов, поглощаемых O_2 , в расчете на одну молекулу.

Озон разрушается как в процессе фотодиссоциации:



так и при столкновении с атомами кислорода:



где J_3 — количество диссоциирующих квантов, поглощаемых озоном, в расчете на одну молекулу, а K_{13} — коэффициент скорости реакции. В то же время атомы кислорода, образующиеся в ходе реакций (3.2) и (3.3), могут участвовать в тройных соударениях по реакции



где K_{11} — коэффициент скорости реакции. Как правило, на высоте менее 50—60 км реакцией (3.5) можно пренебречь.

¹ См. также Кондратьев К. Я. Стратосфера и климат.— М.: ВИНТИ, 1981. (Прим. ред.)

Описанные выше пять реакций происходят одновременно. Количество образующихся молекул озона точно соответствуют количеству разрушаемых в единицу времени в единичном объеме, так что процесс достигает равновесного состояния. Чтобы оценить равновесное количество озона, положим, что $[O]$, $[O_2]$, $[O_3]$ и $[M]$ — счетные концентрации молекул O , O_2 , O_3 и воздуха соответственно. Тогда фотохимические процессы, описываемые уравнениями (3.1) — (3.5), могут быть представлены в терминах скоростей изменения счетных концентраций O , O_2 и O_3 следующим образом:

$$\frac{\partial [O]}{\partial t} = -K_{12} [O][O_2][M] + 2 [O_2] J_2 - K_{13} [O][O_3] + [O_3] J_3 - 2K_{11} [O][O][M], \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial [O_2]}{\partial t} = -K_{12} [O][O_2][M] - [O_2] J_2 + 2K_{13} [O][O_3] + [O_3] J_3 + K_{11} [O][O][M], \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial [O_3]}{\partial t} = K_{12} [O][O_2][M] - K_{13} [O][O_3] - [O_3] J_3, \quad (3.8)$$

причем

$$J_2 = \int_0^{0,2423 \text{ мкм}} k_\lambda (O_2) F_\lambda (\infty) \mathcal{T}_\lambda (O_2) d\lambda, \quad (3.9)$$

$$J_3 = \int_0^{1,1 \text{ мкм}} k_\lambda (O_3) F_\lambda (\infty) \mathcal{T}_\lambda (O_3) d\lambda, \quad (3.10)$$

где $F_\lambda (\infty)$ — плотность монохроматического потока солнечного излучения на верхней границе атмосферы (в квантах на $\text{см}^2 \cdot \text{с} \times \times \text{см}^{-1}$), k_λ — поперечник поглощения (см^2) в расчете на одну молекулу, а \mathcal{T}_λ — безразмерная величина пропускания в направлении на Солнце, определяемая уравнением (1.51) для слоя атмосферы, расположенного выше рассматриваемого объема. Таким образом, пропускание зависит только от зенитного угла Солнца.

В предположении фотохимического равновесия имеем

$$\partial [O]/\partial t = \partial [O_2]/\partial t = \partial [O_3]/\partial t = 0.$$

Таким образом, получаем три однородных уравнения. Далее, с достаточной степенью точности можно полагать постоянными величины O_2 и $[M]$ в уравнениях (3.6) и (3.8). Отсюда следует, что из уравнений (3.6) и (3.8) могут быть оценены равновесные концентрации $[O]$ и $[O_3]$. Для численных расчетов необходимо задать плотность и температуру воздуха в зависимости от высоты, зенитный угол Солнца, поток солнечной радиации на верхней границе атмосферы, коэффициенты поглощения кислорода и озона, а также коэффициенты скоростей реакций.

На рис. 3.4 представлен профиль равновесной концентрации озона, полученный по классической теории. Из рисунка видно, что

счетная концентрация озона завьшается почти на всех высотах. Общее количество озона в столбе атмосферы, вычисленное по классической теории, превышает наблюдаемые значения в три-четыре раза. Очевидно, для объяснения данных наблюдений необходимо учесть дополнительные механизмы стока.

Помимо вышеописанных реакций фотодиссоциации и столкновений, рассмотрим реакции каталитического разрушения озона:



где в качестве X может фигурировать окись азота (NO), хлор (Cl), радикал гидроксила (OH) или атомарный водород (H).

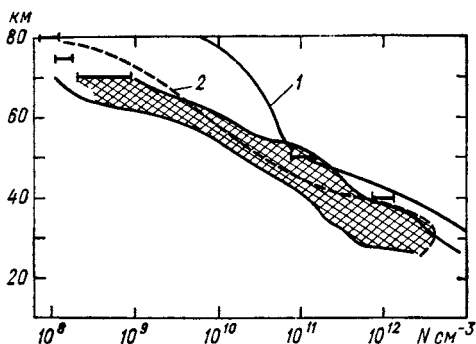
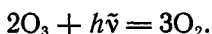


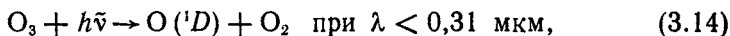
Рис. 3.4. Наблюдаемые значения (заштрихованная область) и результаты теоретических расчетов равновесной концентрации N озона. По Леови [68].

1 — классическая теория, 2 — усовершенствованная теория.

В результате этих реакций происходит следующее превращение:



Возможными источниками O и OH являются реакции:



где $\text{O} (^1D)$ — атом кислорода в возбужденном состоянии 1D , принципиально важном для указанных реакций. Ясно, что завышенная концентрация озона, получаемая из теоретических расчетов Чепмена, связана с тем, что в них не учитываются вышеприведенные (а возможно, и другие) дополнительные механизмы потерь озона.

С учетом реакций (3.11) — (3.17) можно получить расчетный профиль равновесной концентрации озона (кривая 2, усовершенствованная теория, на рис. 3.4). Результаты, получаемые на основе усовершенствованной теории, вполне соответствуют данным

наблюдений, однако сохраняются неопределенности в значениях ряда коэффициентов скоростей реакций генерации и разрушения озона. Недостаточно понятна также и динамика процесса формирования озона. В связи с этим проблема формирования озонового слоя по-прежнему привлекает пристальное внимание исследователей.

Озон является естественным трассером в атмосфере. Его объемная концентрация составляет около 3 млн^{-1} , однако она может варьировать в зависимости от широты и времени года. Интенсивное ультрафиолетовое излучение на длинах волн менее $0,32 \text{ мкм}$, губительное практически для всех форм жизни, в значительной степени (примерно на 99%) экранируется озоном. Большинство специалистов считает, что жизнь на Земле не развивалась до тех пор, пока не сформировался озоновый слой. Поэтому возможность даже незначительного увеличения интенсивности ультрафиолетовой радиации, обусловленного уменьшением содержания озона в результате деятельности человека, до сих пор является предметом размышлений и научных споров.

В последние годы обсуждался вопрос о возможности роста концентрации NO и Cl в атмосфере вследствие развития индустриализации. Веществами-катализаторами являются окислы азота, выбрасываемые в верхнюю атмосферу при полетах сверхзвуковых транспортных самолетов, а также при ядерных взрывах, и свободный хлор, фотолитическим путем отщепляемый от инертного вещества CFCl_3 , применяемого для аэрозольной упаковки, и от хладагента CF_2Cl_2 . Окислы азота могут также образовываться при широком использовании связанного азота в составе удобрений. Представляется очевидным, что рост содержания NO и Cl в атмосфере может привести к уменьшению концентрации озона в стратосфере. Все еще не решенная проблема влияния деятельности человека на окружающую среду приобретает все большие масштабы и постепенно становится проблемой политической, экономической и научной. Эта проблема привлекает всеобщее внимание и вызывает озабоченность мировой общественности.

3.4 ПОГЛОЩЕНИЕ В ВИДИМОЙ И БЛИЖНЕЙ ИНФРАКРАСНОЙ ОБЛАСТЯХ СПЕКТРА

На рис. 2.6 показан спектр солнечного излучения, зарегистрированный спектрометром низкого разрешения, причем заштрихованные области характеризовали поглощение солнечной радиации различными малыми газовыми составляющими атмосферы. Как отмечено в п. 3.3, молекулярный кислород поглощает ультрафиолетовую радиацию. Кроме того, он имеет две слабые полосы в красной области солнечного спектра. Особенно хорошо изучена полоса кислорода на длине волны $0,7 \text{ мкм}$, поскольку в этом диапазоне очень велика плотность потока солнечного излучения. Бла-

годаря исследованию этой полосы удалось открыть изотопы ^{18}O и ^{17}O .

Полосы поглощения в ближней ИК области солнечного спектра в основном связаны с наличием колебательных и вращательных переходов. Наиболее важным поглощающим компонентом в ближнем ИК диапазоне, как видно из рис. 2.6, является водяной пар. Углекислый газ также имеет слабые полосы поглощения в области длин волн солнечного спектра, причем наиболее важной из них является та, которая перекрывается 2,7-мкм полосой водяного пара. Имеются и другие малые газовые составляющие, такие, как CO , CH_4 , N_2 , O , которые также поглощают солнечную инфракрасную радиацию. Однако поглощение этими газами не играет существенной роли с точки зрения формирования теплового баланса системы Земля—атмосфера. Отметим, что подавляющая часть энергии солнечного излучения приходится на длины волн менее 4 мкм (см. рис. 2.6).

Водяной пар поглощает солнечное излучение в колебательно-вращательных полосах. Полосы поглощения, центрированные на 0,94; 1,1; 1,38 и 1,87 мкм (см. рис. 2.6), обычно обозначаются как ($\rho\sigma\tau$), φ , ψ и Ω соответственно. Эти полосы формируются за счет переходов из основного состояния и называются *обертонными* или *комбинационными полосами*. Хотя 2,7-мкм полоса играет основную роль в процессах поглощения, более слабая 3,2-мкм полоса и обертонные и комбинационные полосы также вносят значительный вклад в поглощение. Сильная 6,3-мкм полоса (см. главу 4) имеет большое значение в области теплового инфракрасного излучения. Однако поскольку лишь малая доля солнечной энергии переносится в пределах этой полосы, ее вкладом в поглощение солнечного излучения можно пренебречь.

Углекислый газ имеет в пределах солнечного спектра ряд слабых полос поглощения. Полосы CO_2 на 2,0; 1,6 и 1,4 мкм настолько слабы, что во всех практических расчетах поглощения солнечного излучения ими можно пренебречь. Полоса поглощения CO_2 на 2,7 мкм, которая перекрывается 2,7-мкм полосой водяного пара, несколько сильнее, и ее следует включать в расчеты поглощения. Полоса CO_2 на 4,3 мкм имеет большее значение при расчетах в области теплового инфракрасного излучения, чем в области солнечного спектра, поскольку в пределах этой полосы содержится лишь малая доля энергии солнечного излучения.

Перечисленные полосы поглощения состоят из отдельных линий, интенсивность которых очень сильно варьирует в зависимости от волнового числа, поэтому в пределах полос пропускание не может описываться законом Бэра—Буге—Ламберта, использующим экспоненциальную зависимость от оптической длины пути в газовой среде. В связи с неопределенностью теоретических представлений о положении и интенсивности линий детальное определение характеристик поглощения этих полос в области солнечного спектра проводилось путем лабораторных измерений.

Говард и др. [53] измерили полное поглощение $\int_{\Delta\nu} A_\nu d\nu$ в полосах водяного пара и углекислого газа при искусственно смоделированных атмосферных условиях. Для малых значений полного поглощения справедлива формула

$$A = \int_{\Delta\nu} A_\nu d\nu = cu^{1/2}(P+e)^k, \quad A < A_{кр}, \quad (3.18)$$

тогда как для больших значений полного поглощения эмпирическая зависимость описывается выражением

$$A = \int_{\Delta\nu} A_\nu d\nu = C + D \lg u + K \lg (P+e), \quad A > A_{кр}. \quad (3.19)$$

В этих двух выражениях ν — волновое число (см^{-1}); $\Delta\nu$ — занятый полосой интервал (см^{-1}); A_ν — частичное спектральное поглощение в пределах полосы; u — количество поглощающего вещества на пути луча ($\text{г}\cdot\text{см}^{-2}$ для H_2O , $\text{см}\cdot\text{атм}$ для CO_2); e — парциальное давление поглощающих газов (мм рт. ст.; 760 мм рт. ст. = 1013 гПа); P — парциальное давление непоглощающих газов (мм рт. ст.); $A_{кр}$ — критическое значение поглощения в полосе (если поглощение превышает это значение, то следует пользоваться приближением сильной полосы (3.19)); величины c , k , C , D и K — эмпирически найденные постоянные. В табл. 3.2 представлены перечисленные величины для полос поглощения H_2O и CO_2 .

ТАБЛИЦА 3.2 Эмпирические постоянные для полос поглощения H_2O и CO_2

λ мкм	c	k	C	D	K	$A_{кр}$ см^{-1}	$\Delta\nu$ см^{-1}	K/D	x_0 см^{-2}
Полосы H_2O									
0,94	38	0,27	—135	230	125	200	1400	0,54	3,86
1,1	31	0,26	—292	345	180	200	1000	0,52	7,02
1,38	163	0,30	202	460	198	350	1500	0,43	0,36
1,87	152	0,30	127	232	144	257	1100	0,62	0,28
2,7	316	0,32	337	246	150	200	1000	0,62	0,04
3,2	40,2	0,30	—144	295	151	500	540	0,51	3,25
6,3	356	0,30	302	218	157	160	900	0,72	0,41
Полосы CO_2									
1,4	0,058	0,41	—	—	—	80	600		
1,6	0,063	0,38	—	—	—	80	550		
2,0	0,492	0,39	—536	138	114	80	450		
2,7	3,15	0,43	—137	77	68	50	320		
4,3	—	—	27,5	34	31,5	50	340		
4,8	0,12	0,37	—	—	—	60	180		
5,2	0,024	0,40	—	—	—	30	110		
15,0	3,16	0,44	—	—	—	50	250		

Хотя уравнения (3.18) и (3.19) выведены специально для расчета приближенных значений поглощения в полосах, они не обеспечивают непрерывности величины поглощения при $A = A_{кр}$. Лиоу и Сасамори [76] вывели единую формулу для приближенного выражения среднего поглощения в полосе, как сильного, так и слабого, в виде

$$A_{\bar{\nu}} = \frac{A}{\Delta\nu} = \frac{1}{\Delta\nu} [C + D \log(x + x_0)], \quad (3.20)$$

где те же коэффициенты C и D , что и в уравнении (3.19), используются вместе с новым параметром x_0 . Этот параметр имеет фиксированное значение для каждой полосы, а величина его выражается следующим образом:

$$x = uP^{K/D}. \quad (3.21)$$

При больших значениях оптической длины пути поглощение, рассчитанное по уравнению (3.20), приближается к значению, полученному по уравнению (3.19). Более того, параметр x_0 подобран таким образом, что величина $A_{\bar{\nu}}$, рассчитанная по уравнению (3.20), приближается к нулю при приближении к нулю величины x . Таким образом,

$$x_0 = 10^{-C/D}. \quad (3.22)$$

Численные значения величины x_0 для H_2O также приведены в последней графе табл. 3.2. При расчетах нагревания за счет поглощения солнечного излучения парциальным давлением водяного пара можно пренебречь, поскольку оно значительно меньше давления сухого воздуха.

На рис. 3.5 представлены результаты сравнения поглощения, рассчитанного по уравнению (3.20), а также по уравнениям (3.18) и (3.19) для 1,38-мкм полосы водяного пара. Видно, что новая формула (3.26) обеспечивает получение достаточно точных значений поглощения. Наибольшее расхождение кривых наблюдается при переходе от приближения слабого поглощения в полосе к приближению сильного поглощения.

Как было указано выше, единственной существенно важной полосой поглощения углекислого газа является 2,7-мкм полоса, которая перекрывается 2,7-мкм полосой H_2O . Таким образом, нагревание тропосферы солнечным излучением связано в основном с поглощением водяным паром (заметим, что облака также играют заметную роль в поглощении солнечного излучения и нагревании атмосферы). Следует указать на то, что 6,3-мкм полоса H_2O и 15-мкм полоса CO_2 играют важную роль в поглощении излучения в тепловом инфракрасном диапазоне. Об этом будет сказано в главе 4, где детально рассмотрены модели полос, предназначенные для оценок поглощения. Отметим также, что описы-

ваемые методы расчета поглощения могут использоваться и при расчетах переноса солнечной радиации в ближней инфракрасной области спектра при высокой мутности атмосферы и при наличии облачности, когда одновременно имеют место процессы многократного рассеяния и поглощения.

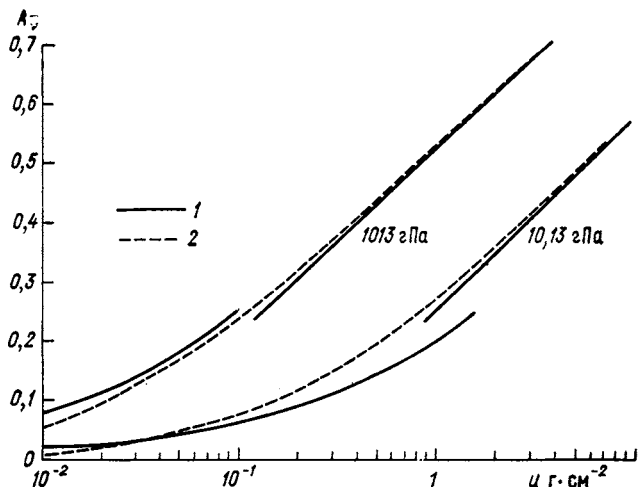


Рис. 3.5. Сравнение поглощательных способностей A_ν в 1,38-мкм полосе водяного пара, рассчитанных по формулам (3.18), (3.19) и (3.20) при различных значениях давления.

1 — [53], 2 — [74].

3.5 РАСЧЕТ СКОРОСТЕЙ НАГРЕВАНИЯ ЗА СЧЕТ ПОГЛОЩЕНИЯ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

Физическая значимость процесса поглощения солнечной радиации различными газами состоит в том, что он обуславливает нагревание атмосферы. Ниже описываются методы оценки скоростей нагревания за счет поглощения солнечного излучения. Рассмотрим плоскопараллельную поглощающую и рассеивающую атмосферу, освещенную спектральной солнечной радиацией $F_{\lambda 0}$, падающей под зенитным углом Солнца θ_0 . Плотность потока нисходящего излучения, нормального к верхней границе атмосферы, задается выражением $F_{\lambda 0} \cos \theta_0$. Обозначим дифференциальный элемент толщи атмосферы как Δz , а спектральные плотности потоков нисходящего и восходящего излучения, центрированные на длину волны λ , — как F_λ^\downarrow и F_λ^\uparrow соответственно. Разность плотностей потоков излучения на заданной высоте определяется выражением

$$F_\lambda(z) = F_\lambda^\downarrow(z) - F_\lambda^\uparrow(z). \quad (3.23)$$

Как видно из рис. 3.6, в результате поглощения в атмосфере разность плотностей потоков излучения уменьшается с уменьшением высоты. Следовательно, *потери* разности плотностей потоков излучения, т. е. дивергенцию разности плотностей потоков излучения в элементарном слое, можно выразить как

$$\Delta F_\lambda(z) = F_\lambda(z) - F_\lambda(z + \Delta z). \quad (3.24)$$

Если обозначить спектральное поглощение для элементарного слоя, центрированное на длину волны λ , через $A_\lambda(z)$, то уравнение (3.24) примет вид

$$\Delta F_\lambda(z) = -F_\lambda^\downarrow(z + \Delta z) A_\lambda(\Delta z). \quad (3.25)$$

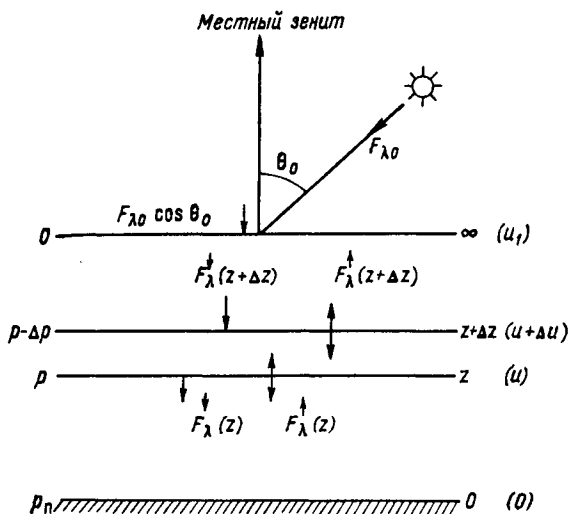


Рис. 3.6. Дивергенция плотности потока излучения (радиационный приток тепла) в координатах z , p , u .

Согласно принципу сохранения энергии, поглощенная лучистая энергия идет на нагревание слоя. Таким образом, нагревание слоя воздуха в результате переноса радиационной энергии может быть выражено в терминах скорости изменения температуры. Обычно эта величина задается соотношением

$$\Delta F_\lambda(z) = -\rho c_p \Delta z \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.26)$$

где ρ — плотность воздуха в слое, c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении, t — время. Скорость нагревания элементарного слоя Δz определяется, таким образом, как

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{c_p \rho} \frac{\Delta F_\lambda(z)}{\Delta z} = \frac{1}{c_p \rho} \frac{F_\lambda^\downarrow(z + \Delta z) A_\lambda(\Delta z)}{\Delta z}. \quad (3.27)$$

Скорость нагревания можно выразить также в шкале давления. С учетом уравнения гидростатики

$$dp = -\rho g dz, \quad (3.28)$$

где g — ускорение свободного падения, получаем

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{g}{c_p} \frac{\Delta F_\lambda(p)}{\Delta p}, \quad (3.29)$$

где g/c_p — адиабатический вертикальный градиент температуры.

Иногда удобно рассчитывать скорость радиационного нагревания в терминах оптической длины пути в поглощающем газе. Элементарная длина пути в данном газе (например, в водяном паре) описывается выражением (см. уравнение (1.49))

$$du = \rho_w dz = \frac{\rho_w}{\rho} \rho dz = q \rho dz = -\frac{q}{g} dp, \quad (3.30)$$

где ρ_w — плотность водяного пара, а q — массовая доля водяного пара. Таким образом, скорость радиационного нагревания может быть записана в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{q}{c_p} \frac{\Delta F_\lambda(u)}{\Delta u}. \quad (3.31a)$$

Если мы разделим солнечный спектр на N интервалов и проведем расчеты скорости радиационного нагревания для каждого i -го спектрального интервала, то общее нагревание за счет поглощения солнечной радиации может быть выражено как

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_i. \quad (3.31b)$$

Следует сделать одно заключительное замечание. В п. 1.3.1 было отмечено, что коэффициент поглощения в значительной степени зависит от давления воздуха, поскольку полуширина линии, согласно уравнению (1.37), прямо пропорциональна давлению. С целью учета зависимости поглощения от давления в неоднородной атмосфере был разработан эмпирический метод, позволяющий учесть влияние изменений атмосферного давления на поглощение. При этом вводится эффективное давление

$$\bar{p} = \int_0^u p(u) du \Big/ \int_0^u du. \quad (3.32)$$

Данное выражение позволяет рассматривать всю поглощающую субстанцию, распределенную вдоль пути с некоторым градиентом давления, при едином давлении \bar{p} . Используемая эмпирическая подгонка состоит в замене всех значений давления p в уравнениях (3.18) — (3.21) на \bar{p} . Таким образом, можно примерно учесть влияние изменения атмосферного давления на коэффициент поглощения.

На рис. 3.7 показан профиль скорости радиационного нагревания безоблачной атмосферы за счет поглощения солнечного излучения до высоты 30 км. В программе, использованной для расчета переноса радиации, рассматривается весь солнечный спектр и од-

новременно учитываются вклады поглощения радиации O_3 , H_2O , O_2 и CO_2 , многократного молекулярного рассеяния и отражения излучения от поверхности. Из рис. 3.7 *а* видно, что в тропической атмосфере нагревание тропосферы выражено намного сильнее, чем зимой в атмосфере средних широт, что объясняется более высоким содержанием водяного пара. Из рисунка видно, что максимум скорости радиационного нагревания расположен на высоте около 3 км и составляет до $4^\circ C \cdot \text{сут}^{-1}$. Скорость радиационного нагревания чрезвычайно резко падает с высотой, следуя экспоненциальному

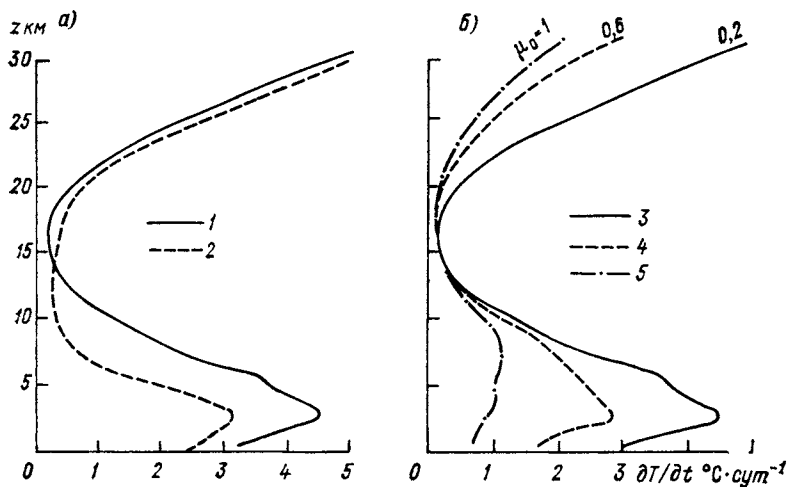


Рис. 3.7. Зависимость скорости радиационного нагревания $\frac{dT}{dt}$ солнечным излучением от состояния атмосферы (*а*) и зенитного угла Солнца (*б*).

1, 3 — тропики; 2 — средние широты, зима ($r_D=0,15$, $\mu_0=1$); 4 — безоблачная атмосфера; 5 — при отсутствии аэрозоля.

профилю концентрации водяного пара, и достигает минимума на высоте около 15 км. Усиление нагревания за счет солнечного излучения на высоте более 20 км целиком обусловлено поглощением озоном, максимум концентрации которого находится на высоте примерно 25 км. В этих расчетах принято, что Солнце находится в зените ($\mu_0 = \cos \theta_0 = 1$), а отражательная способность подстилающей поверхности составляет 15%. Зависимость радиационного нагревания от положения Солнца показана на рис. 3.7 *б*. Поток лучистой энергии Солнца, приходящий на верхнюю границу атмосферы, уменьшается в μ_0 раз при соответствующем отклонении Солнца от зенита. В результате, как показано на рисунке, существенно уменьшается скорость радиационного нагревания.

3.6 ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ И ПАРАМЕТРЫ СТОКСА

3.6.1 Представление простой волны

В атмосфере происходит рассеяние солнечного света молекулами и частицами. В ходе рассеяния молекулы и частицы, находясь на пути распространения электромагнитных волн, непрерывно черпают энергию из падающей на них волны и переизлучают эту энергию во всех возможных направлениях. Таким образом, для того чтобы описать процесс рассеяния солнечного света, необходимо начать с представления электромагнитных волн.

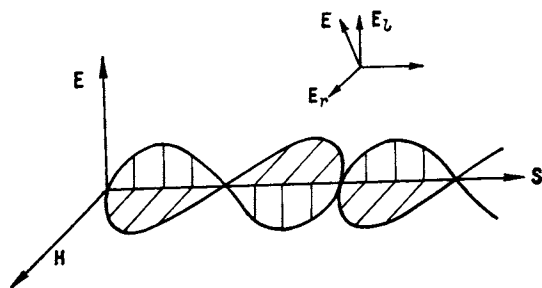


Рис. 3.8. Распространение электромагнитной волны.

Электромагнитная волна характеризуется электрическим и магнитным векторами \mathbf{E} и \mathbf{H} , перпендикулярными направлению распространения волны. В любой среде \mathbf{E} и \mathbf{H} связаны между собой, и при описании процессов рассеяния, как правило, используются только векторы \mathbf{E} . Принято считать, что когда колебания электрического вектора \mathbf{E} происходят в определенной плоскости, то свет поляризован в этом направлении. Следовательно, направление поляризации, по определению, совпадает с направлением электрического вектора.

Направление распространения потока энергии и самой электромагнитной волны задается *вектором Пойнтинга* (рис. 3.8) и в гауссовых обозначениях записывается как

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}, \quad (3.33)$$

где величина $|\mathbf{S}|$ выражена в единицах плотности потока. Вектор электрического поля может быть разложен на две составляющие E_L и E_T таким образом, что одна из них (E_L) параллельна, а другая (E_T) перпендикулярна плоскости, проходящей через направление распространения волны. Определенная таким способом плоскость называется опорной и выбирается в общем случае произвольно. В задачах рассеяния в качестве общей опорной плоскости для падающего и рассеянного луча выбирается плоскость, содержащая оба этих луча.

Предположим, что в направлении Z распространяется электромагнитная волна с постоянной распространения k ($k = 2\pi/\lambda$) и

круговой частотой ω (ωkc) и что положительные амплитуды и фазы электрического поля электромагнитной волны в направлениях l (E_l) и r (E_r) равны a_l , a_r и δ_l , δ_r соответственно. Тогда

$$E_l = a_l e^{-i\delta_l} e^{-ikz + i\omega t}, \quad E_r = a_r e^{-i\delta_r} e^{-ikz + i\omega t}, \quad (3.34)$$

где E_l и E_r — сложные колебательные функции. В предположении, что $\zeta = kz - \omega t$, воспользуемся косинусным представлением для плоской гармонической во времени волны. Тогда получим

$$E_l = a_l \cos(\zeta + \delta_l), \quad E_r = a_r \cos(\zeta + \delta_r). \quad (3.35)$$

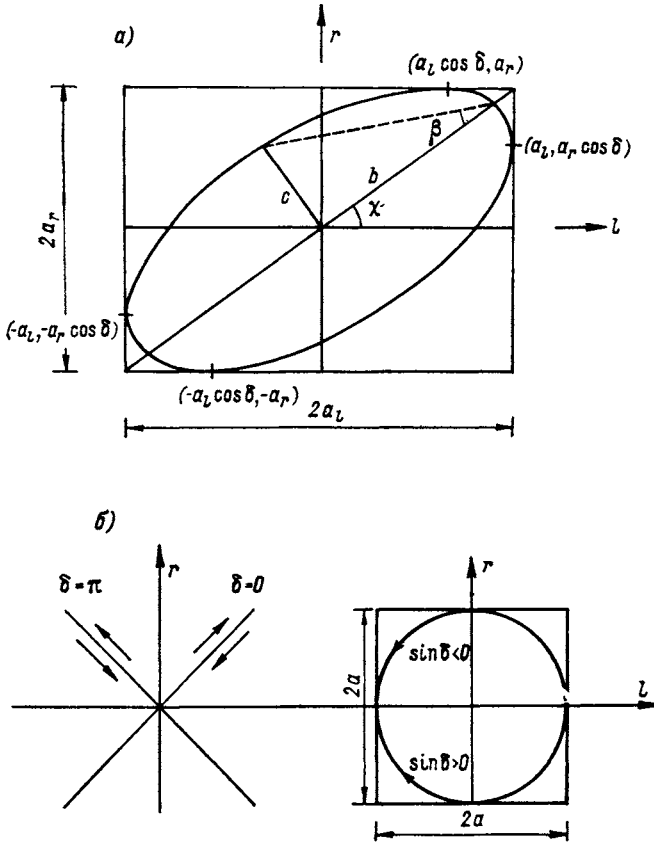


Рис. 3.9. Геометрическое представление эллиптической поляризации (а), а также линейной и круговой поляризации (б).

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} E_l/a_l &= \cos \zeta \cos \delta_l - \sin \zeta \sin \delta_l, \\ E_r/a_r &= \cos \zeta \cos \delta_r - \sin \zeta \sin \delta_r. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Домножим первое и второе уравнения на $\sin \delta_r$, $\cos \delta_r$ и $\sin \delta_l$, $\cos \delta_l$ соответственно и вычтем их одно из другого. Тогда получим

$$\begin{aligned}(E_l/a_l) \sin \delta_r - (E_r/a_r) \sin \delta_l &= \cos \zeta \sin (\delta_r - \delta_l), \\ (E_l/a_l) \cos \delta_r - (E_r/a_r) \cos \delta_l &= \sin \zeta \sin (\delta_r - \delta_l).\end{aligned}\quad (3.37)$$

Возведя в квадрат и сложив два вышеприведенных уравнения, получим

$$(E_l/a_l)^2 + (E_r/a_r)^2 - 2(E_l/a_l)(E_r/a_r) \cos \delta = \sin^2 \delta, \quad (3.38)$$

где $\delta = \delta_r - \delta_l$ есть разность фаз.

Уравнение (3.38) представляет собой уравнение конуса. Связанный с ним определитель равен

$$\begin{vmatrix} 1/a_l^2 & -\cos \delta/(a_l a_r) \\ -\cos \delta/(a_l a_r) & 1/a_r^2 \end{vmatrix} = \frac{\sin^2 \delta}{a_l^2 a_r^2} \geq 0. \quad (3.39)$$

Таким образом, коническое уравнение описывает эллипс и *эллиптически поляризованную* волну, представленную на рис. 3.9 а. Эллипс вписан в прямоугольник, стороны которого параллельны осям координат, а длины сторон составляют $2a_l$ и $2a_r$. Эллипс касается сторон в точках с координатами $(\pm a_l, \pm a_r \cos \delta)$ и $(\pm a_l \cos \delta, \pm a_r)$.

Особенно важны два специальных случая. Если $\delta = m\pi$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), то уравнение (3.38) принимает вид

$$\left(\frac{E_l}{a_l} \pm \frac{E_r}{a_r}\right)^2 = 0, \quad \text{т. е.} \quad \frac{E_l}{a_l} = \mp \frac{E_r}{a_r}. \quad (3.40)$$

Данное уравнение описывает две взаимно перпендикулярные линии, и в этом случае волну называют *линейно поляризованной*. С другой стороны, если $\delta = m\pi/2$ ($m = \pm 1, \pm 3, \dots$), а $a_l = a_r = a$, то

$$E_l^2 + E_r^2 = a^2. \quad (3.41)$$

Данное уравнение описывает круг, и в этом случае волну называют волной *круговой поляризации*. Если $\sin \delta > 0$, поляризация называется правосторонней, а если $\sin \delta < 0$ — левосторонней. Понятия *правосторонняя*, *левосторонняя* позволяют определить направление вращения вектора электрического поля: если отогнутый большой палец направлен в сторону распространения волны, то сжатые в кулак пальцы правой (левой) руки указывают направление вращения вектора. Представления линейной и круговой поляризаций иллюстрируются рис. 3.9 б.

Для описания эллиптически поляризованной волны, заданной уравнением (3.38), требуются три независимых параметра a_l , a_r , δ . Более удобно, однако, использовать параметры с одинаковой размерностью. Этого можно добиться введением четырех величин (так называемых параметров Стокса), впервые предложенных в 1852 г. Поскольку интенсивность пропорциональна квадрату мо-

для амплитуды электрического поля, то, пренебрегая постоянной пропорциональности, мы можем определить четыре параметра:

$$\begin{aligned} I &= E_l E_l^* + E_r E_r^*, & U &= E_l E_r^* + E_r E_l^*, \\ Q &= E_l E_l^* - E_r E_r^*, & V &= -i(E_l E_r^* - E_r E_l^*), \end{aligned} \quad (3.42)$$

где звездочкой обозначена комплексно сопряженная величина, а $i = \sqrt{-1}$. Величины I , Q , U и V представляют собой соответственно интенсивность, степень поляризации, плоскость поляризации и эллиптичность электромагнитной волны в каждой точке и в лю-

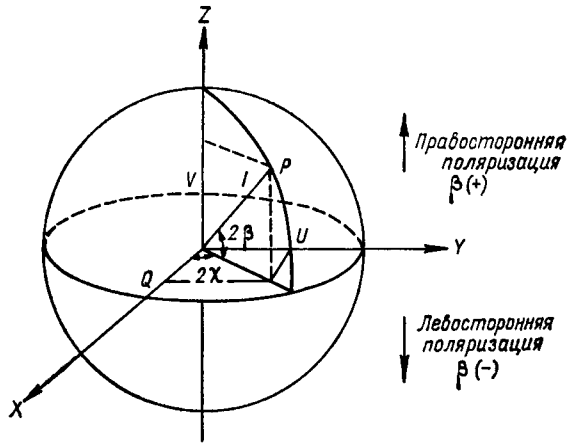


Рис. 3.10. Представление состояния поляризации на сфере Пуанкаре.

бом заданном направлении. Указанные величины вещественные и удовлетворяют соотношению

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2. \quad (3.43)$$

Подставляя уравнение (3.43) в (3.42), получаем

$$\begin{aligned} I &= a_l^2 + a_r^2, & U &= 2a_l a_r \cos \delta, \\ Q &= a_l^2 - a_r^2, & V &= 2a_l a_r \sin \delta. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Эллипс на рис. 3.9 можно описать в терминах длины его большой (b) и малой (c) осей, а также угла ориентации χ , который, по определению, есть угол между направлением большой оси и направлением l . Тогда вытянутость эллипса может быть выражена как $\operatorname{tg} \beta = \pm c/b$, где знак «плюс» относится к правосторонней поляризации, а знак «минус» — к левосторонней. Четыре параметра Стокса могут быть выражены через I , χ и β путем непосредственных, но громоздких преобразований. Таким образом, получим

$$\begin{aligned} I &= I_l + I_r, & U &= I \cos 2\beta \sin 2\chi, \\ Q &= I_l - I_r = I \cos 2\beta \cos 2\chi, & V &= I \sin 2\beta. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Из формулы (3.45) видно, что I и V не зависят от угла ориентации χ . Можно представить эти формулы в декартовых координатах на сфере, называемой *сферой Пуанкаре* (рис. 3.10).

Радиус сферы равен I , а зенитный угол и азимут составляют $\pi/2 - 2\beta$ и 2χ соответственно. Таким образом, оказывается, что величины Q , U и V равны проекциям радиусом I на направления X , Y и Z соответственно. Северная и южная полусферы описанной сферы соответствуют правосторонней и левосторонней эллиптической поляризациям. Северный и южный полюса соответствуют правосторонней и левосторонней круговым поляризациям, а точки на экваторе — линейной поляризации.

3.6.2 Представление светового луча

Представляя волновое колебание с использованием уравнения (3.34), мы полагали амплитуду и фазу постоянными. Однако свет в действительности состоит из многих простых волн, сменяющих друг друга в очень быстрой последовательности. За очень короткий промежуток времени (порядка секунды) датчик воспринимает миллионы простых волн. Следовательно, поддающиеся измерению интенсивности излучения связаны с суперпозицией многих миллионов простых волн, имеющих взаимно независимые фазы. Обозначим осреднение по времени за интервал (t_1, t_2) оператором $\langle \rangle$. Тогда параметры Стокса для полного светового луча за этот временной интервал могут быть выражены следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= \langle a_l^2 \rangle + \langle a_r^2 \rangle = I_l + I_r, & U &= \langle 2a_l a_r \cos \delta \rangle, \\ Q &= \langle a_l^2 \rangle - \langle a_r^2 \rangle = I_l - I_r, & V &= \langle 2a_l a_r \sin \delta \rangle. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Опираясь на уравнение (3.46), можно непосредственно показать, что

$$I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2 \quad (3.47)$$

(см. упражнение 3.5). Степень поляризации светового потока может теперь быть определена как

$$P = (Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2} / I. \quad (3.48)$$

Желательно и удобно представлять параметры Стокса через наблюдаемые величины, чтобы облегчить их расчеты на основе данных измерений. Введем угол задержки ϵ в направлении r по отношению к направлению l и рассмотрим составляющую вектора электрического поля в направлении, составляющем угол ψ с положительным направлением l . Тогда электрическое поле элементарной волны в момент времени t можно представить в виде

$$\begin{aligned} E(t; \psi, \epsilon) &= E_l \cos \psi + E_r e^{-i\epsilon} \sin \psi = a_l \cos \psi e^{-i\zeta} + \\ &+ a_r e^{-i(\delta + \epsilon) - i\zeta} \sin \psi. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Средняя интенсивность, измеренная за интервал времени (t_1, t_2) , описывается выражением

$$I(\psi, \varepsilon) = \langle E(t; \psi, \varepsilon) E^*(t; \psi, \varepsilon) \rangle = \langle a_i^2 \rangle \cos^2 \psi + \langle a_r^2 \rangle \sin^2 \psi + \frac{1}{2} \langle 2a_i a_r \cos \delta \rangle \sin 2\psi \cos \varepsilon - \frac{1}{2} \langle a_i a_r \sin \delta \rangle \sin 2\psi \sin \varepsilon. \quad (3.50)$$

На основании соотношения (3.46) и с учетом того, что $I_l \cos^2 \psi + I_r \sin^2 \psi = (I + Q \cos 2\psi)/2$, получаем

$$I(\psi, \varepsilon) = \frac{1}{2} [I + Q \cos 2\psi + (U \cos \varepsilon - V \sin \varepsilon) \sin 2\psi]. \quad (3.51)$$

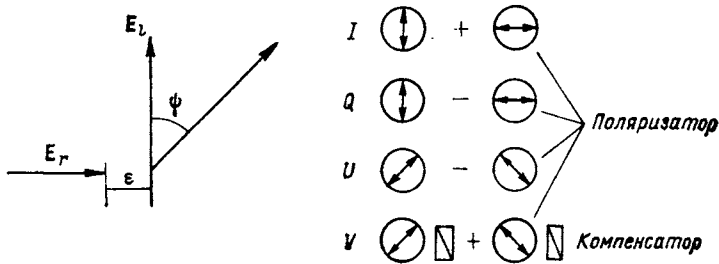


Рис. 3.11. Представление электрического поля в терминах задержки ε и угла поляризации ψ .

Из формулы (3.51) следует, что параметры Стокса могут быть выражены через углы поляризации и задержки:

$$\begin{aligned} I &= I(0; 0^\circ) + I(90; 0^\circ), \\ Q &= I(0; 0^\circ) - I(90; 0^\circ), \\ U &= I(45; 0^\circ) - I(135; 0^\circ), \\ V &= -[I(45; 90^\circ) - I(135; 90^\circ)]. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Таким образом, параметры Стокса для светового луча могут быть измерены путем комбинации ряда поляризаторов и компенсатора (например, четвертьволновой пластинки) (рис. 3.11).

На основе формулы (3.51) можно дать определение *естественного света*. Естественный свет — это свет с постоянной интенсивностью, не зависящей от задержки одного из ортогональных компонентов относительно другого, которая возникает при разложении электрического вектора в любом направлении в поперечной плоскости. Иначе говоря, для естественного света должно выполняться условие $I(\psi, \varepsilon) = I/2$. В таком случае интенсивность не зависит от ψ и ε . Таким образом, необходимым и достаточным условием естественности света является выполнение соотношения $Q = U = V = 0$. Ясно, что при этом значение степени поляризации,

определяемое по уравнению (3.48), для естественного света равно нулю. Следовательно, естественный свет можно считать также *неполяризованным* (т. е. свет, испускаемый Солнцем, неполяризован). Однако после взаимодействия с молекулами воздуха и атмосферными частицами в ходе рассеяния неполяризованный солнечный свет частично поляризуется. Этот процесс будет обсужден ниже. Можно показать, что естественный свет, характеризуемый соотношением $Q = U = V = 0$, эквивалентен суперпозиции двух любых независимых световых потоков с противоположной поляризацией и половинной интенсивностью.

В атмосфере свет в общем случае частично поляризован, и соответствующие параметры Стокса (I, Q, U, V) могут быть разложены на две независимые группы параметров, так что одна из них будет описывать естественный свет, а другая — эллиптически поляризованный:

$$\begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I - (Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2} \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}. \quad (3.53)$$

Кроме того, из соотношений (3.45) с помощью выражения $\operatorname{tg} 2\chi = U/Q$ можно определить ориентацию плоскости поляризации и эллиптичность: $\sin 2\beta = V/(Q^2 + U^2 + V^2)^{1/2}$.

3.7 РЭЛЕЕВСКОЕ РАССЕЯНИЕ

Простейший и в некоторых отношениях наиболее важный пример физического закона, определяющего характеристики процесса рассеяния и имеющего к тому же целый ряд практических приложений, это закон, открытый Рэлеем в 1871 г. Ниже мы сформулируем закономерности рассеяния неполяризованного солнечного света молекулами воздуха и опишем важные аспекты их приложения к атмосферным наукам.

3.7.1 Теоретическая формулировка

Рассмотрим малую однородную изотропную сферическую частицу, радиус которой много меньше длины волны падающего на нее излучения. Падающее излучение создает однородное электрическое поле E_0 , которое называется *приложенным полем*. Поскольку частица очень мала, под влиянием приложенного поля в ней создается дипольное распределение напряженности. Собственное электрическое поле частицы, вызванное этим электрическим диполем, изменяет приложенное поле внутри частицы и вблизи нее. Пусть E — комбинация приложенного поля и собственного поля частицы. Далее, пусть p_0 — диполь-

ный момент. Тогда, используя формулу электростатики, можно записать

$$\mathbf{p}_0 = \alpha \mathbf{E}_0. \quad (3.54)$$

Это уравнение определяет поляризуемость α малой частицы. Величина \mathbf{E}_0 имеет размерность заряда, деленного на площадь, \mathbf{p}_0 — произведения заряда на длину, а α — объема.

Приложенное поле \mathbf{E}_0 вызывает колебания электрического диполя в определенном направлении. Колеблющийся диполь в свою очередь генерирует рассеянную электромагнитную волну с плоской поляризацией. Для оценки значения рассеянного электрического поля в областях, достаточно удаленных от диполя, введем следующие обозначения. Пусть r — расстояние между диполем и точкой наблюдения, γ — угол между дипольным моментом рассеянного поля \mathbf{p} и направлением наблюдения, а c — скорость света. В соответствии с классическим решением в рамках электромагнитной теории, данным Герцем в 1889 г., рассеянное электрическое поле прямо пропорционально ускорению дипольного момента рассеянного поля и величине $\sin \gamma$ и обратно пропорционально расстоянию r . Напряженность электрического поля в удаленных областях определяется выражением

$$\mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \mathbf{p}}{\partial t^2} \sin \gamma, \quad (3.55)$$

где все величины даны в системе СГС. Для периодически колеблющегося поля дипольный момент рассеянной волны может быть выражен через дипольный момент индуцированной волны следующим образом:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 e^{-ik(r-ct)}. \quad (3.56)$$

Заметим, что k — волновое число, а $(kc = \omega)$ — круговая частота. Объединяя уравнения (3.54) и (3.56), получаем из уравнения (3.55)

$$\mathbf{E} = -\mathbf{E}_0 \frac{e^{-ik(r-ct)}}{r} k^2 \alpha \sin \gamma. \quad (3.57)$$

Теперь рассмотрим рассеяние неполяризованного солнечного света молекулами воздуха. Пусть опорная плоскость (плоскость рассеяния) определяется направлениями падающей и рассеянной волн. Поскольку любой вектор напряженности электрического поля может быть произвольным образом разложен на ортогональные составляющие, можно выбрать в качестве этих двух составляющих одну перпендикулярную (E_r), а другую параллельную (E_l) плоскости рассеяния. Из сказанного выше следует, что неполяризованный солнечный свет характеризуется одинаковой напряженностью электрического поля в направлениях r и l и случайным соотношением фаз между двумя составляющими. Следовательно, мы можем рассматривать по отдельности рассеяние двух составляющих электрического поля E_{0r} и E_{0l} молекулами, которые в свою

очередь считаются однородными изотропными сферическими частицами. Тогда в соответствии с формулой (3.57) имеем

$$E_r = -E_{or} \frac{e^{-ik(r-ct)}}{r} k^2 \alpha \sin \gamma_1, \quad (3.58a)$$

$$E_l = -E_{ol} \frac{e^{-ik(r-ct)}}{r} k^2 \alpha \sin \gamma_2. \quad (3.58b)$$

Из рис. 3.12 видно, что $\gamma_1 = \pi/2$, а $\gamma_2 = \pi/2 - \Theta$, где Θ — угол рассеяния, т. е. угол между падающей и рассеянной волнами. Заметим, что угол γ_1 всегда равен 90° , поскольку дипольный момент рассеянной волны (или рассеянного электрического поля) в направлении r нормален к определенной выше плоскости рассеяния.

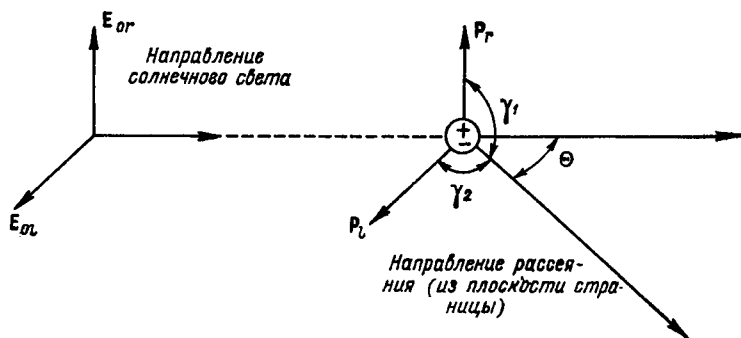


Рис. 3.12. Дипольное рассеяние.

Соответствующие интенсивности (в телесном угле $\Delta\Omega$) для падающей и рассеянной радиации в гауссовых единицах могут быть записаны как

$$I_0 = \frac{1}{\Delta\Omega} \frac{c}{4\pi} |E_0|^2, \quad I = \frac{1}{\Delta\Omega} \frac{c}{4\pi} |E|^2. \quad (3.59)$$

Таким образом, в терминах интенсивностей формулы (3.58) и (3.59) могут быть переписаны в виде

$$I_r = I_{or} k^4 \alpha^2 / r^2, \quad (3.60a)$$

$$I_l = I_{ol} k^4 \alpha^2 \cos^2 \Theta / r^2, \quad (3.60b)$$

где I_r и I_l — поляризованные составляющие интенсивности, одна из которых перпендикулярна, а другая параллельна плоскости, содержащей падающую и рассеянную волны, т. е. плоскости рассеяния. Полная интенсивность рассеиваемого неполяризованного солнечного света, падающего на молекулу в направлении Θ , описывается тогда следующим выражением:

$$I = I_r + I_l = (I_{or} + I_{ol} \cos^2 \Theta) k^4 \alpha^2 / r^2. \quad (3.61)$$

В то же время для неполяризованного солнечного света $I_{0r} = I_{0l} = I_0/2$. Учитывая, что $k = 2\pi/\lambda$, получаем

$$I = \frac{I_0}{r^2} \alpha^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \frac{1 + \cos^2 \Theta}{2}. \quad (3.62)$$

Это и есть формула Рэля. Поэтому рассеяние солнечного света молекулами и называется *рэлеевским рассеянием*. Согласно этой формуле, интенсивность рассеянного молекулой неполяризованного солнечного света прямо пропорциональна интенсивности падающего света I_0 и обратно пропорциональна квадрату расстояния от молекулы до точки наблюдения. Кроме того, она зависит от поляризуемости, длины волны падающего света, а также от угла рассеяния. Зависимость молекулярного рассеяния солнечного света от этих трех факторов приводит к возникновению ряда важных физических эффектов.

3.7.2 Индикатриса рассеяния, сечение рассеяния и поляризуемость

Согласно формулам (3.60) и (3.62), интенсивность излучения, рассеянного молекулой, зависит от состояния поляризации падающего

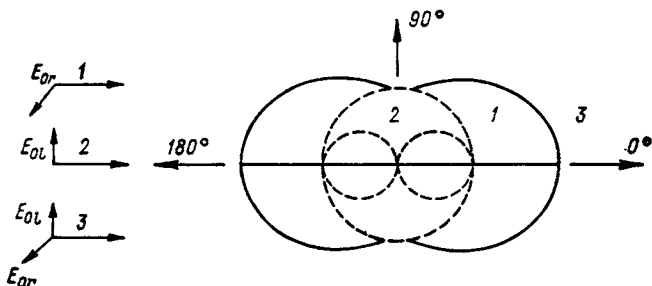


Рис. 3.13. Угловое распределение интенсивности излучения, рассеянного рэлеевскими молекулами, в полярных координатах.

1 — поляризованный падающий свет, электрический вектор перпендикулярен плоскости рисунка; 2 — поляризованный падающий свет, электрический вектор находится в плоскости рисунка; 3 — неполяризованный падающий свет.

щего света. Интенсивность излучения, рассеянного из падающей вертикально поляризованной волны (r), не зависит от выбора направления в плоскости рассеяния. В этом случае рассеяние считается изотропным. С другой стороны, интенсивность излучения, рассеянного из падающей горизонтально поляризованной волны (l), является функцией величины $\cos^2 \Theta$. Если падающий свет неполяризован (например, солнечный свет), то интенсивность рассеянного излучения будет зависеть от величины $(1 + \cos^2 \Theta)$. Угловое распределение рассеянного излучения в зависимости от поляризации падающего света представлено на рис. 3.13. Из приведенной

схемы видно, что рассеяние неполяризованного солнечного света молекулами достигает максимума в направлениях вперед (0°) и назад (180°), в то время как минимумы приходятся на боковые направления (90 и 270°). Кроме того, следует отметить, что свет, рассеянный частицами или молекулами, не сосредоточен только в плоскости падения, но распространяется во всех направлениях. Поскольку считается, что молекулы сферически симметричны, угловое распределение рассеянного излучения одинаково во всех плоскостях, включая плоскость падения (рис. 3.13). Иными словами, для неполяризованного падающего света трехмерная картина углового распределения рассеянного излучения по форме напоминает бублик.

Для описания углового распределения рассеянной электромагнитной энергии при анализе процессов многократного рассеяния и переноса радиации, а также использования этой теории в приложении к атмосферам планет необходимо и достаточно определить безразмерный параметр, который называется индикатрисой рассеяния (или фазовой функцией) $P(\cos \Theta)$. Этот параметр удовлетворяет условию

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{P(\cos \Theta)}{4\pi} \sin \Theta d\Theta d\varphi = 1. \quad (3.63)$$

Согласно такому определению, индикатриса рассеяния нормирована на единицу. В случае рэлеевского рассеяния выполнение простого интегрирования приводит к выражению для индикатрисы рассеяния:

$$P(\cos \Theta) = \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \Theta). \quad (3.64)$$

Используя определение индикатрисы рассеяния, можно переписать формулу (3.62) в виде

$$I(\Theta) = \frac{I_0}{r^2} \alpha^2 \frac{128\pi^5}{3\lambda^4} \frac{P(\Theta)}{4\pi}. \quad (3.65a)$$

Отсюда следует, что угловое распределение интенсивности рассеянного излучения непосредственным образом связано с индикатрисой рассеяния.

Поток рассеянного излучения (или мощность в единицах энергии в единицу времени) \dot{f} может быть оценен путем интегрирования плотности потока рассеянного излучения ($I \Delta\Omega$) по соответствующей поверхности, расположенной на расстоянии r от рассеивающего элемента. Таким образом,

$$\dot{f} = \int_{\Omega} (I \Delta\Omega) r^2 d\Omega, \quad (3.66)$$

где, согласно определению телесного угла, $r^2 d\Omega$ — площадь. Вводя выражения для интенсивности рассеянной радиации и элементарного телесного угла, определенные уравнениями (3.65) и (1.5) со-

ответственно, в уравнение (3.66) и выполняя интегрирование по телесному углу на сфере, получаем выражение для эквивалентного изотропно рассеянного потока излучения в виде

$$\dot{f} = F_0 \alpha^2 128 \pi^5 / (3\lambda^4), \quad (3.67)$$

где плотность потока падающего излучения F_0 равна $I_0 \Delta\Omega$. На данном этапе мы можем ввести определение поперечника рассеяния в расчете на одну молекулу σ_s :

$$\sigma_s = \dot{f}/F_0 = \alpha^2 128 \pi^5 / (3\lambda^4). \quad (3.68)$$

Поперечник рассеяния (измеряемый в единицах площади) показывает, какая доля энергии падающего излучения удаляется из исходного направления в однократном акте рассеяния. Эта рассеянная энергия изотропно распределяется по поверхности сферы с центром в точке рассеяния и радиусом r .

С помощью понятия поперечника рассеяния интенсивность рассеянного излучения может быть определена как

$$I(\Theta) = I_0 \frac{\sigma_s}{r^2} \frac{P(\Theta)}{4\pi}. \quad (3.656)$$

Это общее выражение для интенсивности рассеянного излучения, справедливое не только для молекул, но и для частиц, размеры которых больше длины волны падающего излучения (см. главу 5).

Выражение для поляризуемости α , которое входит в предыдущие формулы, может быть выведено с учетом принципа дисперсии электромагнитных волн:

$$\alpha = \frac{3}{4\pi N_s} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right), \quad (3.69)$$

где N_s — полное количество молекул на единицу объема, а m — безразмерный коэффициент преломления частиц. Это уравнение называется формулой Лоренц—Лоренца, а ее вывод приведен в приложении 4. Коэффициент преломления — оптический параметр, связанный с изменением скорости распространения электромагнитных волн в сплошной среде по сравнению со скоростью в вакууме. Его определение и физический смысл также приведены в приложении 4. Обычно коэффициент преломления атмосферных частиц и молекул состоит из двух частей: вещественной m_r и мнимой m_i , соответствующих рассеивающим и поглощательным свойствам частиц и молекул. В видимой области солнечного спектра мнимая часть коэффициента преломления (m_i) молекул воздуха пренебрежимо мала, так что при рассмотрении явления рассеяния поглощением солнечной радиации молекулами воздуха можно пренебречь. Вещественная часть коэффициента преломления для молекул воздуха в диапазоне длин волн солнечного спектра близка к единице, однако она значительно зависит от длины волны (или частоты) падающего излучения. В связи с этим белый свет *диспергируется* молекулами, действующими, подобно призмам, на составляющие его цвета. Согласно выводу, приведенному в прило-

жении 4 (формула П. 4.17), вещественная часть коэффициента преломления может быть приближенно описана выражением

$$(m - 1) \cdot 10^8 = 6432,8 + \frac{2\,949\,810}{146 - \lambda^{-2}} + \frac{25\,540}{41 - \lambda^{-2}}, \quad (3.70)$$

где длина волны λ дана в микрометрах. Поскольку величина $m_r \approx 1$, то при любых практических приложениях формула (3.69) может быть приближенно представлена как

$$\alpha \approx \frac{1}{4\pi N_s} (m_r^2 - 1). \quad (3.71)$$

Таким образом выражение для поперечника рассеяния, определенное формулой (3.68), принимает вид

$$\sigma_s = \frac{8\pi^3 (m_r^2 - 1)^2}{3\lambda^4 N_s^2} f(\delta). \quad (3.72)$$

С целью учета анизотропии свойств молекул в формулу (3.68) вводят поправочный множитель $f(\delta)$, который выражается через фактор анизотропии $\delta = 0,035$ следующим образом:

$$f(\delta) = (6 + 3\delta)(6 - 7\delta).$$

Под анизотропией свойств молекул понимается тот факт, что коэффициент преломления молекул варьирует вдоль направлений X , Y и Z и является, таким образом, вектором, а не скалярной величиной. Следовательно, поляризуемость α оказывается тензором.

Оптическая толщина всей молекулярной атмосферы (см. уравнение (2.62)) может быть выражена через поперечник рассеяния:

$$\tau(\lambda) = \sigma_s(\lambda) \int_0^{z_t} N(Z) dz, \quad (3.73)$$

где $N(Z)$ — счетная концентрация молекул в зависимости от высоты, а z_t — верхняя граница атмосферы. Оптическая толщина является физическим параметром, определяющим степень ослабления падающего света молекулами в зависимости от длины волны.

3.7.3 Голубой цвет неба и поляризация света небосвода

Возвращаясь к формуле (3.65а), следует отметить, что интенсивность рассеянного излучения зависит от длины волны падающего света, а также от коэффициента преломления молекул воздуха, который входит в член, описывающий поляризуемость. В соответствии с результатами анализа, выполненного в приложении 4, и формулой (3.70) коэффициент преломления также зависит от длины волны. Однако вклад последней зависимости относительно мал и при расчете интенсивности рассеянного излучения необходимо прежде всего учитывать прямую зависимость рассеяния от

длины волны. Таким образом, зависимость от длины волны интенсивности излучения, рассеянного молекулами воздуха в заданном направлении, может быть выражена в виде

$$I_{\lambda} \sim 1/\lambda^4. \quad (3.74)$$

Наличие обратно пропорциональной зависимости интенсивности рассеянного излучения от четвертой степени длины волны непосредственно следует из теории рассеяния Рэлея и позволяет объяснить голубой цвет неба.

Излучение в солнечном спектре (см. рис. 2.6) распределено так, что значительная часть энергии, излучаемой Солнцем, содержится в видимой части спектра между областями синего и красного света. Голубому свету соответствуют более короткие длины волн ($\lambda \approx 0,425$ мкм), чем красному ($\lambda \approx 0,650$ мкм). Следовательно, в соответствии с формулой (3.74) голубой свет рассеивается примерно в 5,5 раз эффективнее красного. Очевидно, что зависимость интенсивности рассеянного излучения от λ обуславливает значительно большее рассеяние голубого света, чем красного, зеленого и желтого, поэтому в направлениях, отличных от направления на солнечный диск, небосвод имеет голубой цвет. Поскольку концентрация молекул резко падает с высотой, следует ожидать, что в направлениях, отличных от направления на солнечный диск, небосвод будет постепенно темнеть с высотой, а в космическом пространстве станет совершенно черным. Солнце же с ростом высоты должно казаться блее и ярче. По мере приближения Солнца к горизонту (при восходе или заходе) солнечный свет проходит сквозь все большую толщу воздуха и, таким образом, все большая доля голубого света и света с более короткими длинами волн рассеивается из исходного пучка, так что светящее Солнце принимает все более глубокий красный оттенок. Возникает вопрос, почему, если длина волны фиолетового света ($\sim 0,405$ мкм) меньше, чем длина волны голубого, небо не кажется фиолетовым. Дело в том, что энергия, заключенная в фиолетовой части спектра, гораздо меньше энергии, заключенной в голубой части, а также в том, что глаз человека обладает гораздо более низкой чувствительностью к фиолетовому цвету.

Более крупные частицы в атмосфере, такие, как аэрозоли, облачные частицы и кристаллы льда, также рассеивают солнечный свет и обуславливают возникновение целого ряда интереснейших физических явлений. Однако индивидуальные светорассеивающие свойства этих частиц в меньшей степени зависят от длины волны излучения и определяются главным образом размерами самих частиц. В результате облака в атмосфере в целом кажутся белыми, а не голубыми. При наличии облачности к голубому свету небосвода примешивается рассеянный облаками белый свет, в результате чего голубой цвет неба становится не столь чистым, как в случае чисто рэлеевского рассеяния.

Точное решение задачи рассеяния света на сферической частице произвольного размера было получено Ми в 1908 г. путем

анализа уравнения для электромагнитной волны, выведенного из фундаментальных уравнений Максвелла. В отличие от рэлеевского рассеяния, рассеяние на больших частицах называется *рассеянием Ми*. Подробно оно будет рассмотрено и обсуждено в главе 5.

Другое важное явление, описание которого дает теория рэлеевского рассеяния,— поляризация рассеянного излучения небосвода. Во многих прикладных задачах зондирования атмосферы, основанных на использовании явления поляризации, широко применяется параметр, называемый *степенью линейной поляризации*, который

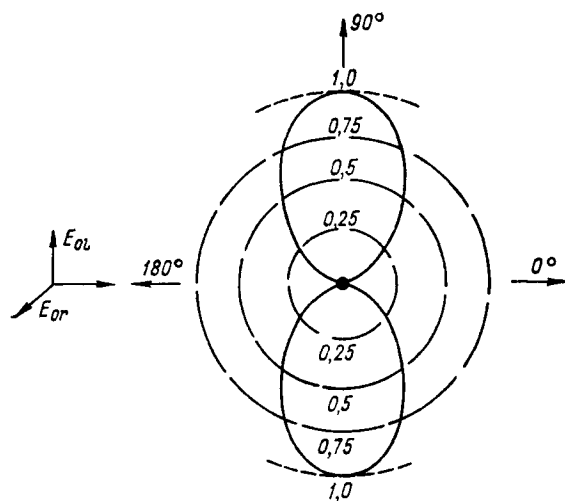


Рис. 3.14. Угловое распределение степени линейной поляризации для рэлеевской частицы в случае неполяризованного падающего света.

Распределение обладает осевой симметрией относительно направления распространения падающего света.

можно определить, если пренебречь компонентами U и V в формуле (3.48), принимающей тогда вид

$$LP = -Q/I. \quad (3.75a)$$

Таким образом, в случае рэлеевского рассеяния, используя выражения (3.60a) и (3.60б), степень линейной поляризации можно определить следующим образом:

$$LP(\theta) = -\frac{I_l - I_r}{I_l + I_r} = -\frac{\cos^2 \theta - 1}{\cos^2 \theta + 1} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + 1}. \quad (3.75б)$$

На рис. 3.14 представлено угловое распределение степени линейной поляризации неполяризованного света, возникающей при рассеянии на молекулах воздуха. График распределения степени поляризации показывает, что в направлениях вперед и назад рассеянный свет остается полностью неполяризованным, тогда как при угле рассеяния 90° рассеянный свет полностью поляризуется. В других направлениях рассеянный свет поляризован частично, причем степень поляризации изменяется от 0 до 100%. Теория рэлеевского рассеяния, рассмотренная в п. 3.7.1, основана на допущении, что молекулы представляют собой однородные изотропные

сферы. Однако поскольку молекулы, вообще говоря, являются анизотропными, поляризуемость, определенная уравнением (3.69), изменяется по всем трем осям и, следовательно, представляет собой не скаляр, а тензор. Эффект анизотропии молекул лишь немного уменьшает степень линейной поляризации (см. уравнение (3.75а)). При угле рассеяния 90° степень линейной поляризации составляет для сухого воздуха примерно 0,94. Теория рэлеевского рассеяния, развитая выше, рассматривает только первичное (однократное) рассеяние. Однако в земной атмосфере, содержащей большое количество молекул и аэрозольных частиц, квант света может участвовать в бесконечном числе однократных актов рассеяния. К тому же земная поверхность отражает часть достигаю-

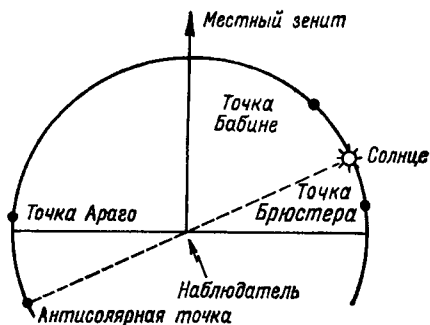


Рис. 3.15. Положение нейтральных точек на меридиане Солнца.

Отметим, что точки Араго и Брюстера обычно не наблюдаются одновременно над горизонтом.

щего ее света. Процессы многократного рассеяния, в которых участвуют и атмосфера, и подстилающая поверхность, значительно усложняются. Для описания процесса многократного рассеяния света требуется более сложный математический аппарат, опирающийся на теорию радиационного переноса (см. главу 6).

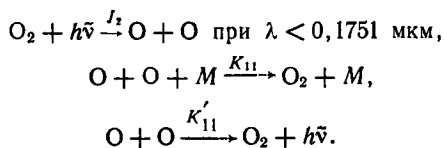
Теория рэлеевского рассеяния предсказывает существование *нейтральных точек*, т. е. точек с нулевой поляризацией только в направлениях строго вперед и назад. Однако вследствие многократного рассеяния молекулами и атмосферными частицами, а также отражения от подстилающей поверхности в случае безоблачной атмосферы обычно наблюдается целый ряд нейтральных точек. Нейтральные точки и явление частичной поляризации света небосвода были зарегистрированы Араго еще в 1809 г. Он обнаружил существование нейтральной точки, расположенной на небосводе примерно на 25° выше антисолярной точки. Две другие нейтральные точки, находящиеся при нормальных условиях на освещенном Солнцем участке неба на 25° выше и 20° ниже Солнца, были открыты соответственно Бабине в 1840 г. и Брюстером в 1842 г. Эти три нейтральные точки были названы в честь своих первооткрывателей, а их относительные положения на небосводе показаны на рис. 3.15. Положение нейтральных точек на небосводе варьирует в пределах $\pm 5^\circ$ в зависимости от мутности атмосферы (что является показателем степени загрязненности атмосферы аэрозо-

лем), высоты Солнца и отражательных характеристик поверхности, с которой производятся наблюдения. Поскольку два последних параметра легко измерить, то по вариациям положения нейтральных точек можно судить о степени замутненности атмосферы. Основанные на измерениях поляризации методы, которые использовались для получения характеристик облаков и аэрозоля, будут рассмотрены в п. 7.2.2.

УПРАЖНЕНИЯ

3.1. С помощью условия фотохимического равновесия выведите выражения для концентраций озона и атомарного кислорода.

3.2. Основные фотохимические реакции с участием кислорода в термосфере следующие:



Опишите эти фотохимические процессы в терминах скоростей изменения счетной концентрации молекул O и O₂. Полагая, что счетная концентрация молекул O₂ есть величина постоянная, выведите выражение для счетной концентрации O при условии фотохимического равновесия.

3.3.¹ Рассчитайте скорость радиационного нагревания за счет поглощения солнечного излучения водяным паром при условии, что Солнце находится в зените, а эффектом рассеяния можно пренебречь. Вертикальные профили массовой доли водяного пара и плотности потока нисходящего солнечного излучения в различных полосах H₂O следующие:

Давление, гПа	Массовая доля водяного пара, %	Спектральные полосы, мкм	Относительная плотность потока солнечного излучения
1000	0,82	0,94	0,1346
950	0,49	1,10	0,0892
900	0,43	1,38	0,1021
850	0,42	1,87	0,0622
800	0,41	2,7	0,0300
750	0,30	3,2	0,0218
700	0,20		
650	0,09		
600	0,04		

3.4. Какие значения принимают параметры Стокса для неполяризованного, линейно поляризованного света и света круговой поляризации?

3.5. Любая средняя по времени величина может быть представлена путем суммирования отдельных составляющих

$$\left(\text{например, } \langle x \rangle = \sum_{n=1}^N t_n x_n \right).$$

¹ Для решения задачи 3.3 требуется элементарный навык программирования на ЭВМ.

Используя этот принцип, покажите, что уравнение (3.47) справедливо и следует из соотношений (3.46). При выполнении этого упражнения положите для простоты $N=2$.

3.6. 1. Поворотом вектора напряженности электрического поля на угол χ , т. е.

$$\begin{bmatrix} E'_l \\ E'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \chi & \sin \chi \\ -\sin \chi & \cos \chi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_l \\ E_r \end{bmatrix},$$

покажите, что параметры Стокса в исходной системе выражаются матричным соотношением

$$\begin{bmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\chi & \sin 2\chi & 0 \\ 0 & -\sin 2\chi & \cos 2\chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}.$$

2. Покажите, что эллиптически поляризованный свет может быть разложен на составляющие с круговой и линейной поляризацией. Затем выполните вращение линейно поляризованной составляющей на угол χ и покажите, что угол χ , при котором достигается максимальная или минимальная интенсивность в направлении I' , определяется соотношением

$$\operatorname{tg} 2\chi = U/Q.$$

3. Пусть имеются два световых пучка: один с 50-процентной линейной поляризацией в направлении r и другой, не зависящий от первого, также с 50-процентной правосторонней круговой поляризацией. Определите параметры Стокса, полную результирующую интенсивность и процент поляризации их смеси. Рассчитайте интенсивность, измеренную за поляризатором с плоскостью поляризации также в направлении r . Представьте графически результирующую поляризацию.

4. С учетом результатов решения задачи 3 разложите пучок частично поляризованного света на естественный свет и полностью эллиптически поляризованный свет и рассчитайте плоскость поляризации χ и угол эллиптичности β для поляризованной составляющей.

5. Естественный свет может быть представлен как сумма двух любых независимых пучков половинной интенсивности, поляризованных во взаимно противоположных направлениях. Оцените, пользуясь этим принципом, параметры Стокса для двух упомянутых поляризованных пучков, опираясь на результаты решения задачи 3.6.

6. Каковы будут параметры Стокса, соответствующие двум независимым поляризованным пучкам, если скомбинировать поляризованные пучки света, полученные при решении задач 4 и 5?

3.7. В 1 см^3 воздуха на ур. м. при стандартных атмосферных условиях содержится примерно $2,55 \cdot 10^{19}$ молекул. Рассчитайте молекулярное сечение рассеяния на длинах волн 0,3; 0,5; 0,7 мкм.

3.8. Профиль счетной концентрации N молекул воздуха в функции высоты z задается следующими значениями:

z км	...	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$N, 10^{18} \text{ см}^{-3}$...	25,5	20,9	17,0	13,7	10,9	8,60	6,49	4,74	3,46

Рассчитайте оптическую толщину чистой атмосферы для длин волн, указанных в задаче 3.7.

3.9. Во всех практических приложениях можно считать, что коэффициент преломления m_r и молекулярная плотность ρ связаны соотношением

$$(m_r - 1)_{\text{газ}} = \text{const} \cdot \rho.$$

На уровне моря коэффициент преломления воздуха составляет примерно 1,000 292 на длине волны 0,3 мкм. Определите коэффициенты преломления на

высотах, указанных в упражнении 3.8. Заметим, что плотность ($\text{г}\cdot\text{см}^{-3}$) связана со счетной концентрацией N (см^{-3}) соотношением $\rho = (M/N_0)$, где M — молекулярная масса воздуха ($28,97 \text{ г}\cdot\text{моль}^{-1}$), а N_0 — число Авогадро ($6,02295 \times 10^{23} \text{ моль}^{-1}$). Поскольку коэффициент преломления изменяется в зависимости от плотности атмосферы, световые лучи искривляются, следуя профилю плотности атмосферного воздуха, что вызывает появление ряда оптических явлений, таких, как приподнятые и погруженные изображения, верхние и нижние миражи.

3.10. С целью исследования распределения плотности в атмосфере при ясном небе вертикально вверх посылается неполяризованный пучок излучения рубинового лазера, работающего на длине волны $0,7 \text{ мкм}$. Для измерения плотности потока излучения, рассеянного из лазерного импульса молекулами воздуха, используется приемник, который находится в 10 км от точки расположения лазера. Полагая, что распределение плотности потока излучения на выходе лазера однородно по сечению пучка (т. е. $I_0 = F_0/l \text{ ср}$), а также что эффектом многократного рассеяния можно пренебречь, рассчитайте интенсивность излучения, рассеянного из пучка на высоте 6 и 10 км и принятого приемником. Угол поля зрения приемника в общей плоскости составляет $0,05 \text{ рад}$. Используйте значение поперечника рассеяния и профиль молекулярной плотности, полученные в упражнениях 3.7 и 3.8.

3.11. 1. Коэффициент обратного рассеяния радиолокатора (в единицах обратной длины) для некоторого объема идентичных облачных капель определяется как

$$\beta_{\pi} = N_c \sigma_{\pi} = N_c \sigma_s P(\pi),$$

где N_c — счетная концентрация капель, σ_{π} — поперечник обратного рассеяния, а $P(\pi)$ — индикатриса рассеяния в направлении назад. Используя выражения для поперечника рассеяния и индикатрисы рассеяния и учитывая, что $N_c = 1/V$, где V — объем сферической капли радиусом a ($V = 4/3\pi a^3$), докажите формулу

$$\beta_{\pi} = \frac{64\pi^5}{\lambda^4} N_c a^6 \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2.$$

Методы радиолокационного исследования радиозоха от облачности и осадков основаны на использовании зависимости коэффициента β_{π} от a^6 .

2. Полагая, что счетная концентрация и радиус облачных капель составляют 100 см^{-3} и 20 мкм соответственно, рассчитайте коэффициент обратного рассеяния β_{π} для двух следующих длин волн излучения радиолокатора с учетом соответствующих значений коэффициента преломления воды m :

$\lambda \text{ см}$	10	3,21
m	3,99—1,47i	7,14—2,89i

Рассчитайте снова β_{π} , используя лишь вещественную часть коэффициента преломления, и оцените разницу между результатами двух расчетов.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Chandrasekhar, S. (1950). *Radiative Transfer*. Dover, New York (Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии.— М., 1953). (В п. 15 главы 1 на более высоком уровне рассматриваются способы представления поляризованного света.)
- McCartney, E. J. (1976). *Optics of the Atmosphere*. Wiley, New York (МакКартни Э. Оптика атмосферы.— М.: Мир, 1979). (Глава 4 дает достаточно ясное описание рэлеевского молекулярного рассеяния.)
- McEwan, M. J., and Phillips, L. F. (1975). *Chemistry of the Atmosphere*. Wiley, New York (Мак-Ивен М., Филлипс Л. Химия атмосферы.— М.: Мир, 1978). (В главах 4 и 7 всесторонне рассмотрены фотохимические реакции с участием озона.)
- Robinson, N., Ed. (1966). *Solar Radiation*. Elsevier, New York. (В главе 3 обсуждаются процессы поглощения и рассеяния солнечного излучения в атмосфере.)

Глава 4

ПЕРЕНОС ИНФРАКРАСНОЙ РАДИАЦИИ В АТМОСФЕРЕ

4.1 ТЕПЛОВОЙ СПЕКТР ИНФРАКРАСНОЙ РАДИАЦИИ И ЕЕ ПЕРЕНОС В АТМОСФЕРЕ

Система Земля—атмосфера отражает примерно 31 % солнечной радиации, приходящей на верхнюю границу атмосферы, и поглощает оставшуюся часть. В атмосфере происходят процессы поглощения и рассеяния солнечного излучения, которые обсуждались в предыдущей главе. Значительная часть приходящей к Земле солнечной радиации поглощается ее поверхностью, примерно на 70 % покрытой океаном. За климатически значимые промежутки времени, например за год или более, не происходит сколько-нибудь заметного изменения глобальной температуры Земли. Следовательно, для сохранения равновесного энергетического состояния радиационная энергия, излученная Солнцем и поглощенная системой Земля—атмосфера, должна быть переизлучена в пространство.

Подобно Солнцу, Земля испускает электромагнитную энергию, перекрывающую весь диапазон частот. Однако средняя глобальная температура системы Земля—атмосфера составляет всего около 250 К, что гораздо ниже температуры фотосферы Солнца. В связи с этим, согласно закону Планка и закону смещения Вина (см. главу 1), интенсивность излучения Земли оказывается ниже, а длина волны в максимуме интенсивности излучения больше. Электромагнитную энергию, излучаемую системой Земля—атмосфера, называют *тепловой инфракрасной радиацией* (или собственным излучением системы). На рис. 4.1 представлено спектральное распределение инфракрасного излучения абсолютно черного тела при различных температурах в диапазоне значений температуры системы Земля—атмосфера. Огибающая спектра излучения, измеренного со спутника, приближается к спектру излучения абсолютно черного тела при температуре около 290 К, что соответствует температуре поверхности Земли.

В определенных спектральных областях инфракрасное излучение перехватывается различными газами-поглотителями в атмосфере. Из них наиболее важными поглотителями являются углекислый газ, водяной пар и озон. Сравнительно менее важными поглотителями с точки зрения формирования теплового режима системы Земля—атмосфера являются окись углерода, окись азота, метан и закись азота. Углекислый газ интенсивно поглощает инфракрасное излучение в полосе поглощения 15 мкм (примерно от

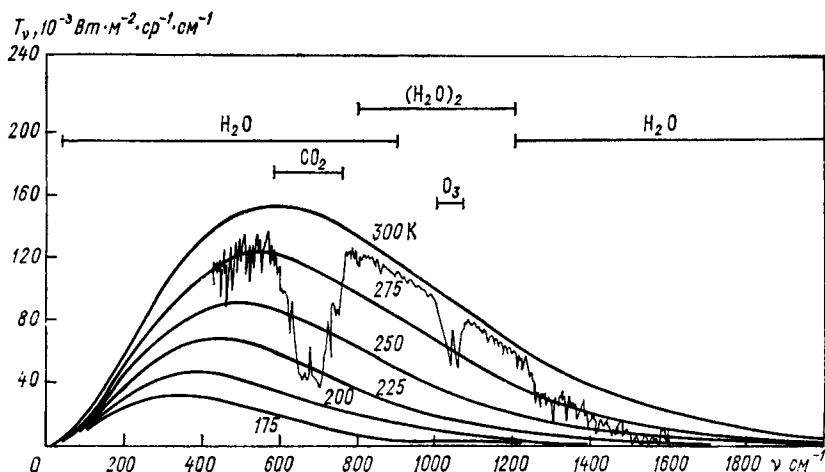


Рис. 4.1. Инфракрасный спектр излучения Земли T_v и различные полосы поглощения. По Кунде и др. [66].

Приведен также реальный спектр уходящего излучения атмосферы, полученный с борта ИСЗ «Нимбус-4» с помощью прибора ИКСИ в районе о. Гуам на $15,1^\circ$ с. ш. и $215,3^\circ$ з. д. 27 апреля 1970 г.

600 до 800 см^{-1}). Этот спектральный диапазон соответствует также максимуму функции Планка, рассчитанной в единицах волновых чисел. Водяной пар поглощает тепловую инфракрасную радиацию в 6,3-мкм полосе (примерно от 1200 до 2000 см^{-1}), а также во вращательной полосе (менее 500 см^{-1}). За исключением озона, полоса поглощения которого лежит в области около 9,6 мкм, атмосфера сравнительно прозрачна в интервале $800\text{—}1200 \text{ см}^{-1}$. Эта область называется *атмосферным окном* (*окном прозрачности атмосферы*). Кроме 15-мкм полосы, углекислый газ имеет полосу поглощения в более коротковолновой области вблизи 4,3 мкм. Глобальное пространственное распределение углекислого газа сравнительно однородно, но имеются экспериментальные данные, свидетельствующие о непрерывном росте его глобального содержания на протяжении последнего столетия за счет интенсификации сжигания ископаемого топлива, что может привести к изменениям климата. В то же время, в отличие от углекислого газа, водяной пар и озон весьма изменчивы как во времени, так и в пространстве в зависимости от географического района. Эти изменения играют

важную роль в радиационном балансе системы Земля—атмосфера и долговременных климатических изменениях.

Сквозь прозрачную атмосферу при отсутствии облачности и аэрозоля проходит значительная часть (до 50 %) солнечной энергии, которая поглощается поверхностью Земли (см. рис. 2.6). И, наоборот, энергия, излученная поверхностью Земли, в значительной степени поглощается углекислым газом, водяным паром и озоном в атмосфере (см. рис. 4.1). Характерное явление задержки инфракрасного излучения атмосферными газами называется *атмосферным эффектом*. Атмосферный эффект называют также *парниковым эффектом*, поскольку стекло, закрывающее парник, аналогичным образом пропускает коротковолновую солнечную радиацию, а тепловую инфракрасную — поглощает. Однако, согласно Флиглю и Бузингеру [33], высокая температура в парнике обусловлена не поглощением теплового инфракрасного излучения, а главным образом тем, что стеклянное покрытие препятствует подъему теплого воздуха от поверхности и отводу, таким образом, тепла из парника.¹

Солнечное излучение называется также *коротковолновой радиацией*, поскольку оно концентрируется в диапазоне более коротких длин волн с максимумом около 0,5 мкм. Тепловая инфракрасная радиация земной поверхности и атмосферы называется *длинноволновой радиацией*, поскольку максимум ее энергии приходится на более длинные волны (около 10 мкм). Солнечный и инфракрасный спектры делятся на два спектральных диапазона (короче и длиннее 4 мкм), причем их перекрытие сравнительно незначительно. Благодаря такому разделению можно рассматривать отдельно перенос двух типов излучения, а также соответствующие функции источника, что упрощает в целом сложную проблему описания переноса радиации. Ниже рассматривается фундаментальная теория переноса инфракрасной радиации. Обсуждаются также модели полос поглощения, вводится понятие излучательной способности в широких полосах спектра, описываются радиационные номограммы и способы вычисления скоростей радиационного инфракрасного выхолаживания. В заключение рассматривается проблема углекислого газа и климата.

4.2 ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИНФРАКРАСНЫХ СПЕКТРОВ ПОГЛОЩЕНИЯ АТМОСФЕРНЫХ ГАЗОВ

Согласно спектроскопическим данным высокого разрешения, в пределах каждой упомянутой выше полосы поглощения имеются тысячи отдельных линий поглощения. На рис. 4.2 показана тонкая структура полос молекулярного поглощения в диапазоне 320—

¹ Физическая природа парникового эффекта в реальном парнике была установлена в 1949 г. К. Я. Кондратьевым (см. Кондратьев К. Я. Лучистый теплообмен в атмосфере.— Л.: Гидрометеониздат, 1956). (*Прим. ред.*)

380 см^{-1} (линии поглощения водяного пара), а также в диапазоне $680\text{—}740 \text{ см}^{-1}$ (линии поглощения углекислого газа). Молекулы основных оптически активных газовых компонентов атмосферы — углекислого газа, водяного пара и озона — являются трехатомными. Спектроскопические свойства полос поглощения трехатомных молекул исчерпывающе изложены Герцбергом [49]. Ниже мы лишь кратко опишем основные спектроскопические характеристики некоторых из этих молекул.

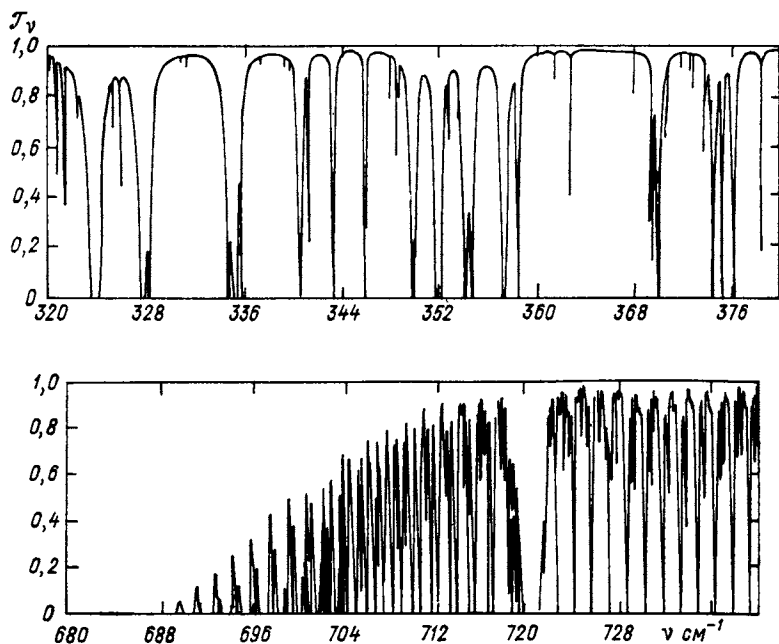


Рис. 4.2. Спектры поглощения \mathcal{T}_v вращательной полосы водяного пара и 15-мкм полосы углекислого газа, полученные при высоком разрешении. По Мак-Клатчи и Селби [84].

Спектроскопические данные свидетельствуют о том, что три атома молекулы CO_2 образуют симметричную линейную структуру: расположенный в середине атом углерода с обеих сторон окружен атомами кислорода. Длина связи C—O в исходном колебательном состоянии молекулы составляет $1,1632 \cdot 10^{-4}$ мкм. Вследствие линейной симметрии молекула не может обладать статическим электрическим дипольным моментом. На рис. 4.3 *a* показаны три типа нормальных колебаний, возможных при такой конфигурации молекулы. Симметричное колебательное движение ν_1 не должно создавать электрического дипольного момента, а потому и не должно быть оптически активным. Колебательное состояние ν_1 было идентифицировано в рамановском спектре вблизи длины волны 7,5 мкм. В колебательном состоянии ν_2 дипольный момент перпендикулярен

оси молекулы. Этот конкретный тип колебаний представлен 15-мкм полосой поглощения. Указанная полоса называется *основной*, поскольку она обусловлена переходом из основного состояния в первое возбужденное колебательное состояние. Другой основной полосой, соответствующей типу колебаний ν_3 , является 4,3-мкм полоса, которая приходится на коротковолновое крыло излучения абсолютно черного тела при характерных атмосферных температурах.

Поскольку молекула CO_2 обладает линейной структурой, ее спектроскопические свойства близки к свойствам двухатомных мо-

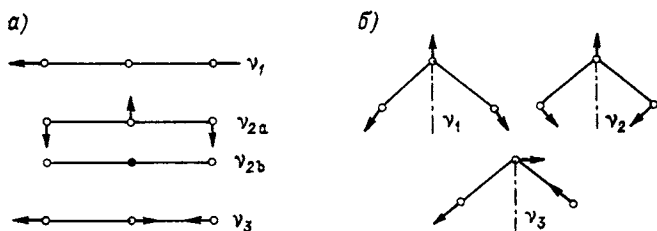


Рис. 4.3. Нормальные типы колебаний для линейной (а) и треугольной (б) молекул.

лекул. В частности, 15-мкм полоса имеет все три ветви типичной полосы двухатомной молекулы, а именно: *P*-, *Q*- и *R*-ветви, соответствующие переходам с изменением вращательного квантового числа на -1 , 0 и $+1$. Линии в *P*- и *R*-ветвях разнесены примерно на одинаковое расстояние. Таким образом, если бы можно было пренебречь перекрыванием этих двух ветвей с основной частотой ν_2 , то регулярная модель Эльзассера, которая будет обсуждена в п. 4.5.2, была бы идеальным приближением при расчетах пропускания. *Q*-ветвь располагается в узком интервале вблизи центра 15-мкм полосы и поэтому не вносит важного вклада в перенос радиации.

Молекула воды образует равнобедренный тупоугольный треугольник с углом при вершине $104,5^\circ$. Расстояние между атомами водорода и кислорода составляет $9,58 \cdot 10^{-5}$ мкм. На рис. 4.3 б показаны три типа нормальных колебаний, возможных при такой структуре. В частности, 6,3-мкм полоса водяного пара соответствует основной частоте ν_2 . Две другие основные частоты (ν_1 и ν_3) обнаруживаются рядом в 2,7-мкм полосе, т. е. у коротковолновой границы инфракрасного спектрального диапазона. Эта полоса представляет особый интерес с точки зрения метеорологии, поскольку вносит вклад в поглощение солнечного излучения атмосферой (см. п. 3.4).

Полоса, перекрывающая диапазон спектра $900-40 \text{ см}^{-1}$ и представленная на рис. 4.1, является чисто вращательной полосой водяного пара. Следует отметить, что молекула воды представляет собой асимметричный волчок и линейчатая структура ее спектра не обладает простотой спектра симметричного ротатора, каким

является молекула CO_2 . Тщательное исследование показывает, что линии поглощения водяного пара расположены нерегулярно. Типичная тонкая структура вращательной полосы H_2O была представлена на рис. 4.2. Благодаря носящей случайный характер нерегулярности пропускание в таких полосах может моделироваться с помощью статистической формулы Гуди, которая будет обсуждаться в п. 4.5.3. Тонкая структура 6,3-мкм полосы, по сути, аналогична структуре чисто вращательной полосы.

В области между двумя полосами водяного пара (т. е. примерно 8—12 мкм), в так называемом атмосферном окне прозрачности, поглощение непрерывно и обусловлено прежде всего специфическими свойствами водяного пара. Здесь поглощение углекислым газом, как правило, составляет лишь малую часть общего поглощения. Перекрывание в этой области полос озона и водяного пара несущественно при расчетах скоростей радиационного выхолаживания, поскольку водяной пар играет важную роль в основном в нижней атмосфере, в то время как выхолаживание за счет озона происходит главным образом в стратосфере и выше. В последние годы появились свидетельства того, что вклад в континуальное поглощение в области инфракрасных окон прозрачности в атмосфере обусловлен главным образом димером водяного пара $(\text{H}_2\text{O})_2$. Кроме того, определенную роль играет эффект самоуширения в крыльях линий водяного пара, однако, как правило, вклад самоуширения в поглощение в атмосфере обычно мал. Димер водяного пара образуется по реакции $2\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons (\text{H}_2\text{O})_2 + E$, где E — энергия связи в молекуле димера. Поглощение димером водяного пара зависит от парциального давления водяного пара и температуры воздуха.

Молекула озона является трехатомной молекулой нелинейного типа (см. рис. 4.3 б) с довольно сильным вращательным спектром. Углы при вершине и расстояние между атомами кислорода составляют 116,8 и $1,278 \cdot 10^{-4}$ мкм соответственно. Три основные колебательные частоты ν_1 , ν_2 и ν_3 приходятся на длины волн 9,066, 14,27 и 9,597 мкм соответственно. Очень сильная основная полоса ν_3 и умеренно сильная полоса ν_1 образуют хорошо известную 9,6-мкм полосу озона. Основная полоса озона ν_2 маскируется 15-мкм полосой CO_2 . Сильная полоса примерно на 4,7 мкм, образованная обертонами и комбинационными частотами колебаний молекулы O_3 , приходится на ту часть планковской кривой для атмосферы, в которой заключено мало энергии. Заметим, что полосы поглощения озона в ультрафиолетовой области солнечного спектра обязаны своим происхождением электронным переходам в молекуле.

4.3 ТЕОРИЯ ПЕРЕНОСА ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АТМОСФЕРАХ

Рассмотрим нерассеивающую плоскопараллельную атмосферу, находящуюся в состоянии локального термодинамического равновесия, и предположим, что тепловое инфракрасное излучение зем-

ной атмосферы не зависит от азимута φ . Общее уравнение переноса, определяемое формулой (1.63), может тогда быть записано в терминах волновых чисел:

для восходящего излучения

$$\mu \frac{dI_v(\tau, \mu)}{d\tau} = I_v(\tau, \mu) - B_v(T), \quad (4.1)$$

для нисходящего излучения

$$-\mu \frac{dI_v(\tau, -\mu)}{d\tau} = I_v(\tau, -\mu) - B_v(T), \quad (4.2)$$

где функция источника совпадает с функцией Планка. Решения для интенсивности восходящей и нисходящей радиации в соответствии с (1.64) и (1.65) примут следующий вид:

$$I_v(\tau, \mu) = I_v(\tau_1, \mu) e^{-(\tau_1 - \tau)/\mu} + \int_{\tau}^{\tau_1} B_v[T(\tau')] e^{-(\tau' - \tau)/\mu} \frac{d\tau'}{\mu}, \quad (4.3)$$

$$I_v(\tau, -\mu) = I_v(0, -\mu) e^{-\tau/\mu} + \int_0^{\tau} B_v[T(\tau')] e^{-(\tau' - \tau)/\mu} \frac{d\tau'}{\mu}, \quad (4.4)$$

где дифференциал оптической толщины в направлении нормали задается, согласно уравнению (1.62), как

$$d\tau = -k_{\nu\rho} dz. \quad (4.5)$$

На нижней границе атмосферы ($\tau = \tau_1$) восходящая радиация — это излучение поверхности Земли. В инфракрасном диапазоне поверхность Земли с хорошим приближением можно считать абсолютно черным телом. Отсюда $I_v(\tau_1, \mu) = B_v(T_n)$, где T_n — температура поверхности. Поскольку на верхней границе атмосферы отсутствует источник нисходящего излучения ($\tau = 0$), то $I_v(0, -\mu) = 0$.

Таким образом, плотности восходящего и нисходящего монохроматических потоков, определенные уравнением (1.9), описываются выражениями:

$$F_v^{\uparrow}(\tau) = 2\pi B_v(T_n) \int_0^1 e^{-(\tau_1 - \tau)/\mu} \mu d\mu + 2 \int_0^1 \int_{\tau}^{\tau_1} \pi B_v[T(\tau')] e^{-(\tau' - \tau)/\mu} d\tau' d\mu, \quad (4.6)$$

$$F_v^{\downarrow}(\tau) = 2 \int_0^1 \int_0^{\tau} \pi B_v[T(\tau')] e^{-(\tau - \tau')/\mu} d\tau' d\mu. \quad (4.7)$$

Определим интегральную показательную функцию как

$$E_n(\tau) \equiv \int_1^{\infty} \frac{e^{-\tau x}}{x^n} dx. \quad (4.8)$$

Ясно, что

$$\frac{dE_n(\tau)}{d\tau} = - \int_0^{\infty} \frac{e^{-\tau x}}{x^{n-1}} dx = -E_{n-1}(\tau). \quad (4.9)$$

В уравнениях (4.6) и (4.7) положим $x = 1/\mu$. Тогда $d\mu = -dx/x^2$. Далее, заметим, что

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-(\tau_1 - \tau)x}}{x^3} dx = E_3(\tau_1 - \tau) \quad (4.10)$$

и

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-(\tau' - \tau)x}}{x^2} dx = E_2(\tau' - \tau). \quad (4.11)$$

Следовательно, интегрирование в уравнениях (4.6) и (4.7) по μ может быть выполнено с использованием широко известной интегральной показательной функции в следующем виде:

$$F_v^\uparrow(\tau) = 2\pi B_v(T_n) E_3(\tau_1 - \tau) + 2 \int_{\tau}^{\tau_1} \pi B_v[T(\tau')] E_2(\tau' - \tau) d\tau', \quad (4.12)$$

$$F_v^\downarrow(\tau) = 2 \int_0^{\tau} \pi B_v[T(\tau')] E_2(\tau - \tau') d\tau'. \quad (4.13)$$

Для оценки интегральных восходящего и нисходящего потоков на уровне τ по всему инфракрасному спектру требуется выполнить интегрирование по волновому числу. Таким образом,

$$F^\uparrow(\tau) = \int_0^{\infty} F_v^\uparrow(\tau) dv = 2 \int_0^{\infty} \pi B_v(T_n) E_3(\tau_1 - \tau) dv + \\ + 2 \int_{\tau}^{\tau_1} \int_0^{\infty} \pi B_v[T(\tau')] E_2(\tau' - \tau) dv d\tau', \quad (4.14)$$

$$F^\downarrow(\tau) = \int_0^{\infty} F_v^\downarrow(\tau) dv = 2 \int_0^{\tau} \int_0^{\infty} \pi B_v[T(\tau')] E_2(\tau - \tau') dv d\tau'. \quad (4.15)$$

На этом завершается формальное решение задачи переноса инфракрасного излучения в чистой атмосфере. Однако существует ряд практических трудностей использования уравнений (4.14) и (4.15) непосредственно в приложении к реальным атмосферам. Главная из них состоит в высокой изменчивости коэффициента поглощения с изменением волнового числа в инфракрасных колебательных и вращательных спектрах (см. рис. 4.2). Для определения потоков в атмосфере на заданном уровне τ необходимо выполнить двойное интегрирование по тысячам спектральных линий. Даже с помощью современных быстродействующих ЭВМ проводить ин-

тегрирование линия за линией слишком трудоемко и непрактично. Для решения этой проблемы было предложено рассматривать не монохроматическое излучение, а излучение в конечных спектральных интервалах полос, для которых теоретическим или экспериментальным путем можно получить эффективные *функции пропускания* (называемые также *пропусканием* или *пропускательной способностью*). Эти функции пропускания обычно значительно сложнее простого экспоненциального ослабления в случае монохроматического излучения (см. уравнение (1.51)). Ниже мы обсудим физический смысл функции пропускания в ее приложении к теории переноса инфракрасного излучения.

4.4 ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ ПРОПУСКАНИЯ

Рассмотрим спектральный интервал $\Delta\nu$, не только достаточно узкий для того, чтобы в нем можно было пользоваться средним значением функции Планка $B_{\bar{\nu}}(T)$, но и достаточно широкий, чтобы в нем содержалось несколько спектральных линий. Тогда функция пропускания может быть определена выражением

$$\mathcal{F}_{\ddagger}(\tau) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} e^{-\tau} d\nu, \quad (4.16)$$

где монохроматическая оптическая толщина, введенная по уравнению (1.62), может быть записана как

$$\tau = \int_u^{u_1} k_{\nu} du. \quad (4.17)$$

Заметим, что τ является функцией волнового числа и оптической длины пути (или содержания поглощающего излучение вещества). Полная оптическая длина пути по вертикали и оптическая толщина определяются соответственно выражениями

$$u_1 = \int_0^{\infty} \rho dz \quad \text{и} \quad \tau_1 = \int_0^{u_1} k_{\nu} du. \quad (4.18)$$

Для того чтобы использовать выражение (4.16), необходимо знать, как изменяется коэффициент поглощения k_{ν} с волновым числом ν в пределах заданного спектрального интервала.

Вернемся теперь к формуле (4.12). Используем при интегрировании по волновому числу конечный спектральный интервал $\Delta\nu$ и получим

$$\begin{aligned} F_{\ddagger}^{\uparrow}(\tau) &= \int_{\Delta\nu} F_{\nu}^{\uparrow}(\tau) \frac{d\nu}{\Delta\nu} = 2\pi B_{\bar{\nu}}(T_n) \int_{\Delta\nu} E_3(\tau_1 - \tau) \frac{d\nu}{\Delta\nu} + \\ &+ 2 \int_{\tau}^{\tau_1} \pi B_{\bar{\nu}}(T) \int_{\Delta\nu} E_2(\tau' - \tau) d\nu d\tau'. \end{aligned} \quad (4.19)$$

По аналогии с определением функции пропускания для интенсивности можно ввести определение *диффузной* функции пропускания, или функции пропускания *слоя* для плотности потока излучения, в виде

$$\mathcal{F}_{\nu}^{\downarrow}(\tau) = 2 \int_0^1 \mathcal{F}_{\nu}(\tau/\mu) \mu d\mu = 2 \int_{\Delta\nu} E_3(\tau) \frac{d\nu}{\Delta\nu}. \quad (4.20)$$

Из уравнения (4.9) следует, что

$$\frac{d\mathcal{F}_{\nu}^{\downarrow}(\tau)}{d\tau} = -2 \int_{\Delta\nu} E_2(\tau) \frac{d\nu}{\Delta\nu}. \quad (4.21)$$

Вводя выражения из формул (4.20) и (4.21) в соотношение (4.19), получаем

$$F_{\nu}^{\downarrow}(\tau) = \pi B_{\nu}(T_{\pi}) \mathcal{F}_{\nu}^{\downarrow}(\tau_1 - \tau) - \int_{\tau}^{\tau_1} \pi B_{\nu}(\tau') \frac{d\mathcal{F}_{\nu}^{\downarrow}(\tau' - \tau)}{d\tau'} d\tau'. \quad (4.22)$$

Таким образом, теперь спектральная плотность потока восходящего излучения выражена через осредненную функцию Планка и функцию пропускания слоя. Иногда вместо оптической толщины τ удобно пользоваться оптической длиной пути u . На основании формул (4.17) и (4.18) соотношение (4.22) можно переписать следующим образом:

$$F_{\nu}^{\downarrow}(u) = \pi B_{\nu}(T_{\pi}) \mathcal{F}_{\nu}^{\downarrow}(u) + \int_0^u \pi B_{\nu}(u') \frac{d\mathcal{F}_{\nu}^{\downarrow}(u - u')}{du'} du'. \quad (4.23)$$

Аналогичным образом можно вывести выражение для спектральной плотности потока нисходящего излучения:

$$F_{\nu}^{\uparrow}(u) = \int_{u_1}^u \pi B_{\nu}[T(u')] \frac{d\mathcal{F}_{\nu}^{\uparrow}(u' - u)}{du'} du'. \quad (4.24)$$

Заметим, что в последней формуле произведено преобразование координат от τ к u . При этом не учитывается эффект изменчивости коэффициента поглощения k_{ν} . Зависимость функции пропускания слоя от коэффициента поглощения и, следовательно, от температуры будет подробно обсуждаться в п. 4.8.2.

Если до выполнения интегрирования по оптической длине пути получить подходящие функции пропускания для потока в умеренно широких спектральных интервалах, то можно существенно упростить расчеты переноса излучения. Заменяя τ на u и вводя $x = u/\mu$, можно переписать уравнение (4.20) в виде

$$\mathcal{F}_{\nu}^{\downarrow}(u) = 2 \int_0^1 \mathcal{F}_{\nu}(u/\mu) \mu d\mu = 2u^2 \int_u^{\infty} \mathcal{F}_{\nu}(x) dx/x^3. \quad (4.25)$$

Если функция пропускания \mathcal{F}_{ν} в уравнении (4.16) может быть получена теоретическим или экспериментальным путем как функ-

ция длины пути u , то уравнение (4.25) может быть непосредственно решено численно. При большом разнообразии атмосферных условий форма кривой \mathcal{T}_{ν}^f чрезвычайно близка к форме \mathcal{T}_{ν}^- . Поэтому в большинстве практических приложений с достаточной точностью выполняется соотношение

$$\mathcal{T}_{\nu}^f(u) = \mathcal{T}_{\nu}^-(1,66u), \quad (4.26)$$

где постоянная 1,66 называется фактором диффузности.

С помощью соотношения (4.26) можно проводить вычисления восходящих и нисходящих потоков для любой полосы поглощения на любом уровне при оптической длине пути u . Основной задачей, конечно, остается определение функции пропускания \mathcal{T}_{ν}^- для полос поглощения в инфракрасной области спектра. Одним из способов ее решения является измерение функции пропускания \mathcal{T}_{ν}^- для данной полосы поглощения в лабораторных условиях при разных оптических длинах пути для различных атмосферных условий. Затем с помощью соотношения (4.26) можно ввести значения \mathcal{T}_{ν}^- в уравнения (4.23) и (4.24) и рассчитать плотности потоков излучения в атмосфере. Другой способ решения заключается в использовании классических теоретических моделей полос, которые подробно будут рассмотрены ниже.

4.5 МОДЕЛИ ПОЛОС ДЛЯ ФУНКЦИЙ ПРОПУСКАНИЯ (ПРОПУСКНИЙ)

4.5.1 Изолированная спектральная линия

Контур спектральных линий может зависеть от целого ряда факторов, но в нижней части атмосферы линии в инфракрасной части спектра имеют в основном лоренцовский контур, описываемый выражением (1.34). Полагая, что коэффициент поглощения k_{ν} не зависит от оптической длины пути, т. е. считая атмосферу однородной, можно записать выражение для функции пропускания в виде

$$\mathcal{T}_{\nu}^-(u) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} e^{-k_{\nu}u} d\nu. \quad (4.27)$$

Путем подстановки выражения для коэффициента k_{ν} из уравнения (1.34) в формулу (4.27) можно получить

$$\mathcal{T}_{\nu}^-(u) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\Delta\nu} d\nu \exp \left[-\frac{Su/\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + a^2} \right]. \quad (4.28)$$

Введем новые переменные x и y в виде

$$x = Su/2\pi a, \quad \operatorname{tg} y/2 = (\nu - \nu_0)/a. \quad (4.29)$$

Если интервал, в котором рассматривается спектральная линия, достаточно широк, то пределы интегрирования по волновому числу могут быть расширены от $-\infty$ до $+\infty$. Таким образом, с помощью выражений (4.28) и (4.29) поглощательная способность может быть записана следующим образом:

$$A_{\bar{\nu}} = 1 - \mathcal{T}_{\bar{\nu}} = \frac{\alpha}{\Delta\nu} \int_{-\pi}^{\pi} \{1 - \exp[-x(1 + \cos y)]\} d(\operatorname{tg} y/2). \quad (4.30)$$

Теперь, выполняя интегрирование по частям и последующие тригонометрические преобразования, получим

$$A_{\bar{\nu}} = \frac{\alpha x e^{-x}}{\Delta\nu} \int_{-\pi}^{\pi} (e^{-x \cos y} - \cos y e^{-x \cos y}) dy. \quad (4.31)$$

Заметим, что интегральное представление функций Бесселя имеет вид

$$J_n(x) = \frac{i^{-n}}{\pi} \int_0^{\pi} e^{ix \cos \theta} \cos n\theta d\theta. \quad (4.32)$$

Приведенная функция Бесселя первого рода порядка n есть

$$I_n(x) = i^{-n} J_n(ix). \quad (4.33)$$

Таким образом, с помощью приведенных функций Бесселя выражение (4.31) может быть записано в виде

$$A_{\bar{\nu}} = (2\pi\alpha/\Delta\nu) L(x) = (2\pi\alpha/\Delta\nu) x e^{-x} [I_0(x) + I_1(x)], \quad (4.34)$$

где $L(x)$ — функция Ладенберга и Райхе. Два важных предельных случая связаны со слабым и с сильным поглощением. При $x \rightarrow 0$, $J_0(ix) \approx 1$ и $iJ_1(ix) \approx -x/2$. Тогда $L(x) \approx x$, и мы имеем

$$A_{\bar{\nu}} \approx (S/\Delta\nu) u. \quad (4.35)$$

Поглощательная способность в этом случае прямо пропорциональна оптической длине пути, и область малых значений x называется областью *линейного поглощения*. С другой стороны,

$$\text{если } x \rightarrow \infty, \text{ то } J_n(ix) \approx i^n e^x \sqrt{2\pi/x}.$$

Следовательно,

$$L(x) \approx \sqrt{2x/\pi},$$

откуда

$$A_{\bar{\nu}} \approx (2\sqrt{S\alpha}/\Delta\nu) \sqrt{u}. \quad (4.36)$$

В этом случае поглощение пропорционально квадратному корню из оптической длины пути, и область больших значений x называется областью закона квадратного корня.

Линейное приближение и приближение квадратного корня для поглощательной способности могут быть непосредственно выведены из формул (4.27) и (4.28). Для поглощения в слабой линии $k_{\nu} u \ll 1$, и интегрирование по волновому числу может быть выполнено аналитически. Для поглощения в сильной линии $\alpha \ll 1$, и интегрирование также может быть выполнено непосредственно. Поглощение в отдельной линии для различных поглотителей (в зависимости от оптической длины пути u) показано на рис. 4.4. Очевидно, что при сильном поглощении в центральной части линии излучение поглощается полностью и дополнительное поглощение может происходить только в крыльях линии.

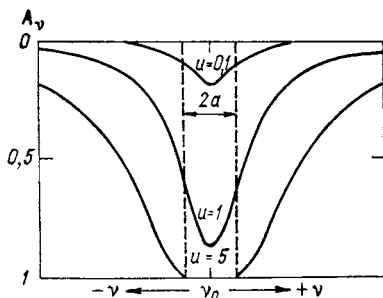


Рис. 4.4. Поглощение A_{ν} в линии при различных оптических длинах пути u в поглотителе.

4.5.2 Модель регулярной полосы (модель Эльзассера)

Исследование реальных полос поглощения в инфракрасной области спектра показывает, что в ряде случаев описываемая уравнением (1.34) отдельная спектральная линия может периодически

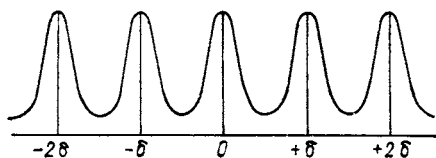


Рис. 4.5. Модель регулярной полосы Эльзассера.

(или регулярно) повторяться (рис. 4.5). Таким образом, при смещении от центра данной конкретной линии на ν по шкале волновых чисел коэффициент поглощения будет описываться формулой

$$k_{\nu} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{S\alpha/\pi}{(\nu - i\delta)^2 + \alpha^2}, \quad (4.37)$$

где δ — расстояние между линиями. На основе теоремы Миттага—Лefлера (см. [135]) можно показать, что такая бесконечная сумма может быть выражена с помощью тригонометрических и гиперболических функций как

$$k_{\nu} = \frac{S}{\delta} \frac{\sinh \beta}{\cosh \beta - \cos \gamma}, \quad (4.38)$$

где

$$\beta = 2\pi a/\delta, \quad \gamma = 2\pi v/\delta. \quad (4.39)$$

С помощью преобразования переменных функция пропускания может быть выражена следующим образом:

$$\mathcal{T}_{\bar{v}} = \frac{1}{\delta} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-k_v u} dv = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-k_v(\gamma) u} d\gamma. \quad (4.40)$$

Кроме того, имеем

$$\frac{d\mathcal{T}_{\bar{v}}}{du} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-k_v u} k_v d\gamma. \quad (4.41)$$

Положим

$$\cos \rho = \frac{1 - \cosh \beta \cos \gamma}{\cosh \beta - \cos \gamma}, \quad (4.42)$$

тогда

$$d\rho = -\frac{\sinh \beta}{\cosh \beta - \cos \gamma} d\gamma = -k_v \frac{\delta}{S} d\gamma. \quad (4.43)$$

Подставляя выражения (4.38) и (4.43) в уравнение (4.41), получаем

$$\frac{d\mathcal{T}_{\bar{v}}}{du} = -\frac{S}{2\pi\delta} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left(-\frac{Su}{\delta} \frac{\cosh \beta - \cos \rho}{\sinh \beta}\right) d\rho. \quad (4.44)$$

Определим далее новую переменную

$$y = Su/(\delta \sinh \beta), \quad (4.45)$$

для того чтобы с ее помощью получить

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{T}_{\bar{v}}}{dy} &= -\frac{\sinh \beta}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(-y \cosh \beta - y \cos \rho) d\rho = \\ &= -\sinh \beta e^{-y \cosh \beta} J_0(iy). \end{aligned} \quad (4.46)$$

Поскольку $\mathcal{T}_{\bar{v}} = 0$ при u (или y) $\rightarrow \infty$, то

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\bar{v}} &= \int_0^{\mathcal{T}_{\bar{v}}} d\mathcal{T}_{\bar{v}} = \sinh \beta \int_y^{\infty} e^{-y \cosh \beta} J_0(iy) dy = \\ &= \int_z^{\infty} e^{-z \operatorname{cth} \beta} J_0(iz/\sinh \beta) dz, \end{aligned} \quad (4.47)$$

где $z = y \sinh \beta$. Это и есть функция пропускания Эльзассера, которую можно оценить численно. В приведенной модели могут

быть сделаны дальнейшие приближения и упрощения. Поскольку $\alpha \ll \delta$ и $\beta \rightarrow 0$, то

$$\begin{aligned} \operatorname{cth} \beta &= \frac{1}{\beta} + \frac{\beta}{3} - \frac{\beta^3}{45} + \dots \approx \frac{1}{\beta} + \frac{\beta}{3}, \\ \operatorname{cosech} \beta &= \frac{1}{\beta} - \frac{\beta}{6} + \frac{7\beta^3}{360} - \dots \approx \frac{1}{\beta} - \frac{\beta}{6}, \end{aligned} \quad (4.48)$$

и

$$J_0(iz \operatorname{cosech} \beta) \approx e^{z \operatorname{cosech} \beta} / \sqrt{2\pi z \operatorname{cosech} \beta} \approx \exp\left[z\left(\frac{1}{\beta} - \frac{\beta}{6}\right)\right] / \sqrt{2\pi z / \beta}. \quad (4.49)$$

С использованием приближений, приведенных в (4.48) и (4.49), уравнение (4.47) преобразуется в

$$\mathcal{T}_{\bar{v}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^{\infty} \sqrt{\beta/z} e^{-z\beta/2} dz. \quad (4.50)$$

Наконец, обозначим $x^2 = z\beta/2$. Тогда поглощательная способность будет описываться выражением

$$A_{\bar{v}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-x^2} dx. \quad (4.51)$$

Замечая, что $(2/\sqrt{\pi}) \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = 1$, получаем

$$A_{\bar{v}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx = \operatorname{erf}(x) = \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{\pi S_{au}}}{\delta}\right). \quad (4.52)$$

Значения $\operatorname{erf}(x)$ могут быть найдены в любых стандартных математических таблицах. Эта модель полосы, состоящей из периодически расположенных линий, была введена Эльзассером, наблюдавшим в 1938 г. довольно равномерно расположенные линии в 15-мкм полосе CO_2 . В связи с этим данная полоса иногда называется полосой Эльзассера. При малых значениях x

$$A_{\bar{v}} = 2x / \sqrt{\pi} = 2 \sqrt{S_{au}} / \delta.$$

Это и есть область закона квадратного корня, введенная формулой (4.36).

4.5.3 Статистическая модель полосы (модель Гуди)

Исследуя вращательную полосу водяного пара, Гуди в 1952 г. обнаружил, что единственной характерной чертой в диапазоне более 25 см^{-1} является случайное расположение линий. Поэтому

имеет смысл исследовать поглощение в полосе с определенными случайными свойствами.

Пусть $\Delta\nu$ — спектральный интервал, содержащий n линий, расположенных на среднем расстоянии δ друг от друга, так что $\Delta\nu = n\delta$. Пусть далее $P(S_i)$ — вероятность того, что i -я линия имеет интенсивность S_i , причем P нормировано так, что

$$\int_0^{\infty} P(S) dS = 1. \quad (4.53)$$

Предполагается, что любая линия может с равной вероятностью находиться в любом месте в пределах интервала $\Delta\nu$. Средняя функция пропускания находится осреднением по всем интенсивностям и всем положениям линий. Таким образом,

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\bar{\nu}} &= \frac{1}{(\Delta\nu)^n} \int_{\Delta\nu} d\nu_1 \dots \int_{\Delta\nu} d\nu_n \times \\ &\times \int_0^{\infty} P(S_1) e^{-k_1 u} dS_1 \dots \int_0^{\infty} P(S_n) e^{-k_n u} dS_n, \end{aligned} \quad (4.54)$$

где k_n — коэффициент поглощения для n -й линии. Поскольку все интегралы одинаковы, имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\bar{\nu}} &= \left[\frac{1}{\Delta\nu} \int d\nu \int_0^{\infty} P(S) e^{-k u} dS \right]^n = \\ &= \left[1 - \frac{1}{\Delta\nu} \int d\nu \int_0^{\infty} P(S) (1 - e^{-k u}) dS \right]^n. \end{aligned} \quad (4.55)$$

С учетом соотношения $\Delta\nu = n\delta$ можно показать, что выражение (4.55) при больших n приближается к экспоненциальной функции, иначе говоря $(1 - x/n)^n \rightarrow e^{-x}$. Таким образом,

$$\mathcal{T}_{\bar{\nu}} \cong \exp \left\{ -\frac{1}{\delta} \int_0^{\infty} P(S) \left[\int (1 - e^{-k u}) d\nu \right] dS \right\}. \quad (4.56)$$

Рассмотрим простое распределение Пуассона для линий различной интенсивности, т. е.

$$P(S) = \bar{S}^{-1} e^{-S/\bar{S}}, \quad (4.57)$$

где \bar{S} — средняя интенсивность линии. Вводя в формулу (4.56) лоренцовский контур для k и выполняя интегрирование по интенсивности линий и волновым числам от $-\infty$ до $+\infty$, получаем окончательный результат для функции пропускания в виде

$$\mathcal{T}_{\bar{\nu}} = \exp \left[-\frac{\bar{S}u}{\delta} \left(1 + \frac{\bar{S}u}{\pi\alpha} \right)^{-1/2} \right]. \quad (4.58)$$

Заметим, что выведенная для случайной модели функция пропускания может быть выражена как функция лишь *двух* парамет-

ров, а именно: \bar{S}/δ и $\pi\alpha/\delta$, если не считать оптической длины пути u . Для заданной полосы поглощения эти два параметра могут быть получены подгонкой под случайную модель данных лабораторных измерений или квантово-механических данных. Ясно, что функция пропускания, таким образом, свелась к экспоненциальному ослаблению. Благодаря вычислительной простоте и относительно высокой точности получаемых результатов случайная модель широко используется при расчетах скоростей радиационного выхолаживания атмосферы и при решении задач спутникового зондирования.

С целью вывода значений параметров \bar{S}/δ и $\pi\alpha/\delta$ из квантово-механических данных сначала определим эквивалентную ширину для n линий в виде

$$W = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_i = \int_0^{\infty} P(S) \left[\int (1 - e^{-ku}) dv \right] dS = \bar{S}u \left(1 + \frac{\bar{S}u}{\pi\alpha} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (4.59)$$

Из определения поглощательной способности (см. формулы (4.27) и (4.30)) следует, что эквивалентная ширина, по сути, представляет собой спектральную поглощательную способность. Теперь рассмотрим случайную модель для случаев сильного и слабого поглощения. Для слабого поглощения $\bar{S}u/\pi\alpha \ll 1$, и с учетом соотношения (4.35) можно получить

$$\frac{1}{n\delta} \sum W_{i \text{ сл}} = \frac{\bar{S}u}{\delta} = \frac{1}{\Delta\nu} \sum S_i u, \quad (4.60a)$$

где $n\delta = \Delta\nu$, а S_i — интенсивность i -й отдельной линии. В случае сильного поглощения $\bar{S}u/\pi\alpha \gg 1$, и с учетом соотношения (4.36) можно получить

$$\frac{1}{n\delta} \sum W_{i \text{ сн}} = \frac{1}{\delta} \sqrt{\pi\bar{S}\alpha u} = \frac{2}{\Delta\nu} \sum \sqrt{S_i \alpha_i u}. \quad (4.60b)$$

Таким образом, согласно уравнениям (4.60a) и (4.60b),

$$\frac{\bar{S}}{\delta} = \frac{\sum S_i}{\Delta\nu}, \quad \frac{\bar{S}\pi\alpha}{\delta^2} = \left(\frac{2 \sum \sqrt{S_i \alpha_i}}{\Delta\nu} \right)^2. \quad (4.61)$$

С другой стороны, зависимость пропускания от оптической длины пути в газовой среде может быть получена в лабораторных условиях. Кроме того, согласно уравнению (4.58), случайная модель может быть описана соотношением

$$\left(\frac{u}{\ln \mathcal{T}^{-\frac{1}{\nu}}} \right)^2 = \frac{\delta^2}{\bar{S}^2} + \frac{\delta^2}{\bar{S}\pi\alpha} u. \quad (4.62)$$

Если представить лабораторные данные, относящиеся к зависимости вида (4.62), с помощью переменных $(u/\ln \mathcal{T}^{-\frac{1}{\nu}})^2$ и u , а затем проанализировать их методами статистического регрессионного анализа, то по наклону соответствующей прямой к оси абсцисс можно оценить значение $\delta^2/\bar{S}\pi\alpha$, а по положению точки пересече-

ния прямой с осью — значение δ^2/S^2 . Следовательно, могут быть определены величины \bar{S}/δ и $\pi\alpha/\delta$.

С помощью лабораторных данных для 6,3-мкм колебательно-вращательной полосы водяного пара, а также квантово-механических данных для вращательной полосы H_2O и 15-мкм полосы CO_2 Роджерс и Уолшоу [103] получили параметры статистической модели для этих полос. Эти параметры приведены в табл. 4.1, так же как и параметры статистической модели для 9,6-мкм полосы озона, рассчитанные Голдманом и Кэйлем [38] на основании квантово-механических данных. В полосе озона параметры полосы были рассчитаны для интервала 1000—1060 см^{-1} при температуре 233 К с использованием среднего интервала 6,5 см^{-1} .

ТАБЛИЦА 4.1 *Параметры статистической модели полосы в инфракрасном диапазоне*

Интервал, см^{-1}	\bar{S}/δ $\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$	$\pi\alpha/\delta$
Вращательная полоса H_2O		
40—160	7210,30	0,182
160—280	6024,80	0,094
280—380	1614,10	0,081
380—500	139,03	0,080
500—600	21,64	0,068
600—720	2,919	0,060
720—800	0,386	0,059
800—900	0,0715	0,067
15-мкм полоса CO_2		
582—752	718,7	0,448
9,6-мкм полоса O_3		
1000,0—1006,5	$6,99 \cdot 10^2$	5,0
1006,5—1013,0	$1,40 \cdot 10^2$	5,0
1013,0—1019,5	$2,79 \cdot 10^3$	5,0
1019,5—1026,0	$4,66 \cdot 10^3$	5,5
1026,0—1032,5	$5,11 \cdot 10^3$	5,8
1032,5—1039,0	$3,72 \cdot 10^3$	8,0
1039,0—1045,5	$2,57 \cdot 10^3$	6,1
1045,5—1052,0	$6,05 \cdot 10^3$	8,4
1052,0—1058,5	$7,69 \cdot 10^3$	8,3
1058,5—1065,0	$2,79 \cdot 10^3$	6,7
6,3-мкм полоса H_2O		
1200—1350	12,65	0,089
1350—1450	134,4	0,230
1450—1550	632,9	0,320
1550—1650	331,2	0,296
1650—1750	434,1	0,452
1750—1850	136,0	0,359
1850—1950	35,65	0,165
1950—2050	9,015	0,104
2050—2200	1,529	0,116

4.6 ПРИБЛИЖЕНИЕ КУРТИСА—ГОДСОНА ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ АТМОСФЕР

При анализе функций пропускания и моделей полос было сделано допущение о том, что коэффициент поглощения k_ν не зависит от оптической длины пути. Однако, как было отмечено в п. 1.3.1, описываемое лоренцовским контуром уширение столкновениями в целом зависит от давления и температуры. Поэтому для того чтобы использовать сформулированные выше модели полос в приложении к неоднородной атмосфере, в которой давление и температура изменяются с высотой, необходимо несколько видоизменить способ физического описания. Среди различных подходов имеется упрощенная процедура — так называемое приближение Куртиса—Годсона (К—Г), — предназначенная для использования на неоднородных трассах значений пропускания, которые были рассчитаны для однородных условий. Было показано, что приближение К—Г обеспечивает достаточную точность при расчетах переноса инфракрасного излучения в атмосферах, содержащих водяной пар и углекислый газ.

Прежде всего следует отметить, что конечная ширина лоренцовского контура обусловлена столкновениями излучающей молекулы с другими молекулами. Как уже говорилось в п. 1.3.1, согласно кинетической теории газов, число столкновений пропорционально $pT^{-1/2}$. Выражение для полуширины линии было приведено в (1.37). Исследования показали, что при расчетах переноса инфракрасного излучения необходимо учитывать прежде всего влияние давления, описываемое (1.37), тогда как температурный эффект менее важен. Это связано с тем, что в земной атмосфере давление изменяется в значительно более широких пределах, чем температура. Интенсивность линии S также является функцией длины пути, поскольку зависит от температуры, и может быть выражена соотношением

$$S = S_0 \left(\frac{T_0}{T} \right)^m \exp \left[- \frac{E}{k} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right], \quad (4.63)$$

где E — энергия нижнего уровня, k — постоянная Больцмана, m — числовой показатель степени, зависящий от характера поглотителя ($m = 1, 3/2$ и $5/2$ для CO_2 , H_2O и O_3 соответственно), T_0 — нормальная температура атмосферы, S_0 — интенсивность линии при нормальных атмосферных условиях.

Рассмотрим теперь трассу в атмосфере, интегральное содержание поглотителей на которой равно u , причем

$$\int_0^u k_\nu du \neq k_\nu u,$$

где k_ν определяется выражением

$$k_\nu = \frac{S}{\pi} \frac{\alpha}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2} = k_\nu(p, T).$$

Поскольку полуширина и интенсивность линии в атмосфере изменяется, коэффициент поглощения зависит от температуры и давления. Определим два новых параметра:

$$\bar{S} = \int_0^u S(T) du/u \quad (4.64a)$$

и

$$\bar{\alpha} = \int_0^u S(T) \alpha(p, T) du \Big/ \int_0^u S(T) du, \quad (4.64б)$$

которые представляют собой соответственно среднюю интенсивность линии и среднюю полуширину на неоднородной трассе $(0, u)$.

Выражения (4.64a) и (4.64б) описывают приближение К—Г для переноса инфракрасного излучения на неоднородных трассах в атмосфере. Согласно этому приближению, пропускание на неоднородной трассе примерно равно пропусканию на такой однородной трассе (при постоянных температуре и давлении), интегральное содержание поглотителя на которой составляет u , а средняя полуширина и средняя интенсивность линий равны соответственно $\bar{\alpha}$ и \bar{S} . Приближение К—Г устраняет необходимость интегрирования по точным контурам линий (см. п. 4.4). Было показано, что приближение К—Г достаточно хорошо описывает поглощение в сильных и слабых линиях и обеспечивает приемлемые результаты в промежуточных случаях (15-мкм полоса CO_2 и вращательная полоса водяного пара). Вместе с тем указанное приближение не обеспечивает необходимой точности результатов для 9,6-мкм полосы озона вследствие роста концентрации озона в стратосфере с падением давления. Распределение озона с высотой коренным образом отличается от распределения водяного пара и углекислого газа, оптическая масса которых уменьшается с падением давления. Отметим, что если пренебречь влиянием температуры, то формула (4.64б), по сути, сводится к соотношению (3.32), которое обсуждалось в п. 3.4.

4.7 ВЫЧИСЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ ИНФРАКРАСНОГО РАДИАЦИОННОГО ВЫХОЛАЖИВАНИЯ

Соотношения, описывающие потоки излучения в п. 4.4, были приведены для интервала $\Delta\nu$. Чтобы получить плотность потока излучения для всего инфракрасного диапазона спектра, необходимо выполнить суммирование плотностей потока по всем полосам. Полагая, что инфракрасный спектр состоит из N спектральных интервалов $\Delta\nu_i$ ($i = 1, \dots, N$), с помощью формулы (4.23) можно

описать полную плотность потока восходящего инфракрасного излучения:

$$F^\uparrow(u) = \sum_{i=1}^N F_{\bar{\nu}_i}^\uparrow(u) = \sum_{i=1}^N \left\{ \pi B_{\bar{\nu}_i}(T_{\pi}) \mathcal{T}_{\bar{\nu}_i}^i(u) + \int_0^u \pi B_{\bar{\nu}_i}[T(u')] d\mathcal{T}_{\bar{\nu}_i}^i(u-u') \right\}. \quad (4.65a)$$

Полная плотность потока нисходящего инфракрасного излучения описывается аналогичным выражением

$$F^\downarrow(u) = \sum_{i=1}^N F_{\bar{\nu}_i}^\downarrow(u) = \sum_{i=1}^N \int_{u_i}^u \pi B_{\bar{\nu}_i}[T(u')] d\mathcal{T}_{\bar{\nu}_i}^i(u'-u). \quad (4.65b)$$

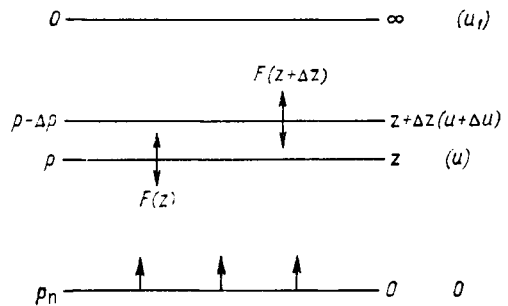


Рис. 4.6. Дивергенция полной плотности потока излучения в координатах u, z, ρ .

В п. 3.5 мы ввели понятие скорости радиационного нагревания солнечным излучением. В ходе этого процесса общий перенос излучения происходит сверху вниз. Однако поскольку можно считать, что тепловое инфракрасное излучение возникает у поверхности Земли и распространяется вверх, соотношение для эффективной плотности потока инфракрасного излучения на заданной высоте будет иметь вид

$$F(z) = F^\uparrow(z) - F^\downarrow(z). \quad (4.66a)$$

Обозначим два уровня в плоскопараллельной атмосфере через z и $z + \Delta z$ (рис. 4.6). Тогда полная потеря радиационной энергии в слое толщиной Δz на единицу площади в единицу времени будет описываться следующим образом:

$$\Delta F = F(z + \Delta z) - F(z). \quad (4.66b)$$

Радиационное выхолаживание или нагревание слоя можно оценить (см. п. 3.5) с помощью принципа сохранения энергии. Если разность плотностей потоков излучения на верхней границе слоя меньше, чем на нижней, то приращение этой разности должно, очевидно, расходоваться на нагревание слоя, и наоборот. Опираясь на результаты п. 3.5, можно выразить скорость нагревания или выхолаживания следующим образом:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{ИК}} = - \frac{1}{c_p \rho} \frac{\Delta F}{\Delta z} = \frac{g}{c_p} \frac{\Delta F}{\Delta p} = - \frac{g}{c_p} \frac{\Delta F}{\Delta u}. \quad (4.67)$$

На рис. 4.7 приведены профили скорости инфракрасного радиационного выхолаживания в типичной чистой тропической атмосфере, полученные с помощью расчетов «полоса за полосой». При расчетах скоростей выхолаживания использовались параметры случайной модели для полос O_3 , CO_2 и H_2O , приведенные в табл. 4.1, а также приближение К—Г для неоднородных атмосфер. Кроме того, в расчетах были использованы недавно получен-

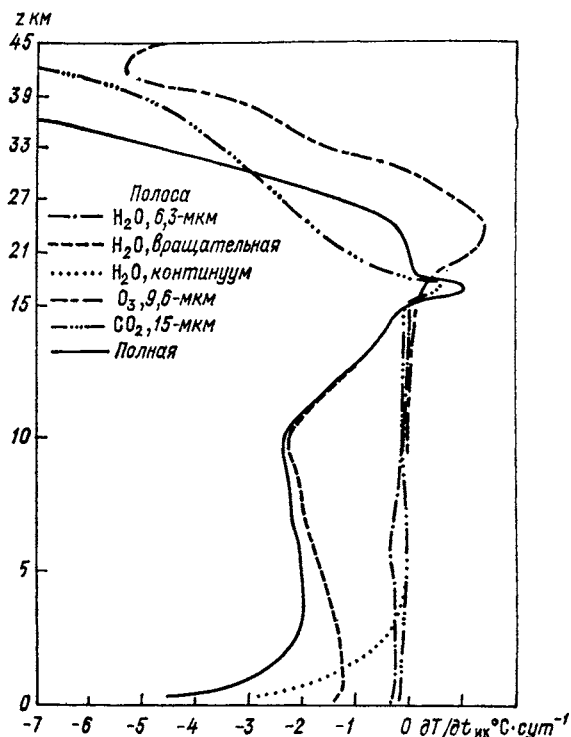


Рис. 4.7. Полная скорость радиационного выхолаживания $\partial T / \partial t_{ИК}$ чистой тропической атмосферы и ее составляющие. По Роу и Лиоу [104].

ные Робертсом и др. [100] данные по поглощению в континууме водяного пара. В соответствии с результатами анализа, выполненного этими авторами, коэффициент поглощения в континууме в области окна 8—12 мкм при нормальной температуре 296 К описывается соотношением

$$k(\nu, 296) = a + be^{-\beta\nu}, \quad (4.68a)$$

где $a = 4,2 \text{ см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$, $b = 5588 \text{ см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$, а $\beta = 7,87 \cdot 10^{-3} \text{ см}$. Приведенное выражение учитывает вклад в континуальное поглощение как водяного пара, так и его димера. Кроме того, было установлено, что коэффициент поглощения в значительной степени зависит от температуры. Эта зависимость может быть учтена с помощью эмпирической формулы

$$k(\nu, T) = k(\nu, 296) \exp \left[T_0 \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{296} \right) \right], \quad (4.68б)$$

причем наилучшее эмпирически найденное значение T_0 составляет 1800 К.

На рис. 4.7 показан также вклад каждой полосы в полное радиационное выхолаживание. В нижнем 2-км слое атмосферы наиболее важную роль в процессах выхолаживания играет континуум водяного пара, что связано с быстрым ростом температуры и парциального давления водяного пара по мере приближения к поверхности. Однако на высоте более 5 км континуум вносит незначительный вклад в общую скорость выхолаживания. По сравнению с другими полосами вклад колебательно-вращательной 6,3-мкм полосы H_2O в общее радиационное выхолаживание всегда мал. Это объясняется тем, что при характерных для земной атмосферы температурах излучение абсолютно черного тела содержит на этих длинах волн лишь малую часть энергии по сравнению с областями, которые заняты полосами, расположенными ближе к максимуму планковской кривой. Если в нижней тропосфере в выхолаживании доминирует континуум водяного пара, то выхолаживание средней и верхней тропосферы обусловлено прежде всего поглощением во вращательной полосе водяного пара. Достаточно сильный эффект нагревания за счет поглощения озоном на высоте 18—27 км возникает в результате резкого увеличения содержания озона и сильного нагревания его восходящим излучением. На высоте более 30 км скорость радиационного выхолаживания в 15-мкм полосе CO_2 и 9,6-мкм полосе O_3 начинает быстро расти и все большую роль играет выхолаживание в космическое пространство.

4.8 ПОТОК ИНФРАКРАСНОЙ РАДИАЦИИ В ТЕРМИНАХ ЗАКОНА СТЕФАНА—БОЛЬЦМАНА И РАДИАЦИОННЫЕ НОМОГРАММЫ

4.8.1 Понятие потоковой широкополосной излучательной способности

В соответствии с формулами (4.14) и (4.15), а также с учетом соотношений (4.23) и (4.24) можно описать полные плотности потоков восходящего и нисходящего инфракрасного излучения:

$$F^\uparrow(u) = \int_0^\infty \pi B_\nu(T_n) \mathcal{T}_\nu^f(u) d\nu + \int_0^\infty \int_0^u \pi B_\nu[T(u')] \frac{d\mathcal{T}_\nu^f(u-u')}{du'} du' d\nu, \quad (4.69)$$

$$F^\downarrow(u) = \int_0^\infty \int_{u_1}^u \pi B_\nu[T(u')] \frac{d\mathcal{T}_\nu^f(u'-u)}{du'} du' d\nu, \quad (4.70)$$

где \mathcal{T}_ν^f — монохроматическая функция пропускания для слоя. Из закона Стефана—Больцмана (см. п. 1.2.2) следует, что

$$\int_0^\infty \pi B_\nu(T) d\nu = \sigma T^4. \quad (4.71)$$

С помощью этого соотношения выражения (4.69) и (4.70) можно переписать в виде

$$F^\dagger(u) = \sigma T_n^4 t^f(u, T_n) + \int_0^u \sigma T^4(u') \frac{dt^f(u - u', T)}{du'} du', \quad (4.72)$$

$$F^\dagger(u) = \int_{u_1}^u \sigma T^4(u') \frac{dt^f(u' - u, T)}{du'} du'. \quad (4.73)$$

В формулы (4.72) и (4.73) введена величина $t^f(u, T)$ — изотермическое *потокосвое широкополосное пропускание*. Она является функцией температуры и оптической длины пути и определяется согласно соотношению

$$t^f(u, T) = \int_0^\infty \pi B_\nu(T) \mathcal{F}_\nu^f(u) d\nu / \sigma T^4. \quad (4.74)$$

При этом мы полагали, что плоскопараллельная атмосфера может быть разделена на множество бесконечно тонких изотермических слоев. Далее, изотермическая потоковая широкополосная излучательная способность определяется соотношением

$$\varepsilon^f(u, T) = 1 - t^f(u, T) = \int_0^\infty \pi B_\nu(T) [1 - \mathcal{F}_\nu^f(u)] d\nu / (\sigma T^4). \quad (4.75a)$$

Как правило, имеются теоретические или экспериментальные функции пропускания для слоя \mathcal{F}_ν^f которые относятся к малому конечному спектральному интервалу, а не к монохроматическим волновым числам. Таким образом, практически широкополосная излучательная способность определяется как

$$\varepsilon^f(u, T) = \sum_{i=1}^N \pi B_{\nu_i}(T) [1 - \mathcal{F}_{\nu_i}^f(u)] \Delta\nu_i / (\sigma T^4), \quad (4.75b)$$

где инфракрасный спектр разделен на N спектральных интервалов $\Delta\nu_i$ ($i = 1, \dots, N$). Потокосвые излучательные способности для H_2O , CO_2 и O_3 были эмпирически определены Эльзассером и Калбертсоном [32] и с поправками представлены Стейли и Юрикой [116].

На рис. 4.8 показана зависимость потоковых широкополосных излучательных способностей для водяного пара и углекислого газа от оптической длины пути при различных температурах. Напомним, что для углекислого газа единицами оптической длины пути являются см-атм. Видно, что при больших значениях оптической длины пути потоковая излучательная способность для углекислого газа весьма сильно зависит от температуры. Для того чтобы ввести поправку на перекрытие полос водяного пара и углекислого газа, допустим, что u_w и u_{CO_2} — оптические длины пути

этих газов. Тогда с учетом поглощения как водяным паром, так и углекислым газом можно записать монохроматическую потоковую функцию пропускания в виде

$$\mathcal{T}_v^f(u_w, u_{CO_2}) = \mathcal{T}_v^f(u_w) \mathcal{T}_v^f(u_{CO_2}).$$

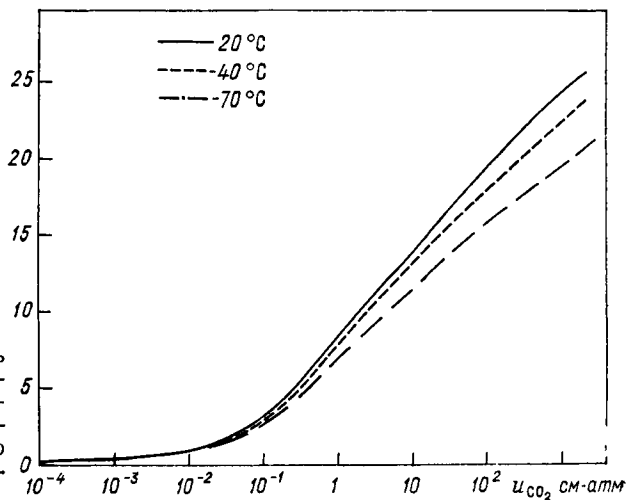
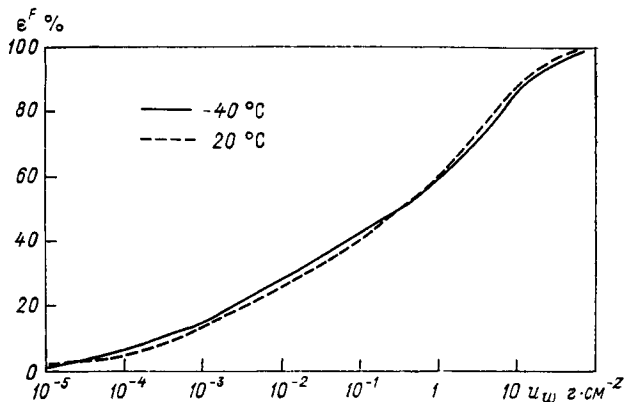


Рис. 4.8. Зависимость широкополосной потоковой излучательной способности ϵ^f для водяного пара и углекислого газа от оптической длины пути u .

Теперь уравнение (4.75а) может быть переписано следующим образом:

$$\epsilon^f(u_w, u_{CO_2}, T) = \epsilon^f(u_w, T) + \epsilon^f(u_{CO_2}, T) - \Delta\epsilon^f(u_w, u_{CO_2}, T), \quad (4.75в)$$

где последний член — поправка на перекрытие крыльев полос поглощения водяного пара и углекислого газа:

$$\Delta\epsilon^f(u_w, u_{CO_2}, T) = \int_0^{\infty} \pi B_\nu(T) [1 - \mathcal{T}_v^f(u_w)] [1 - \mathcal{T}_v^f(u_{CO_2})] d\nu / (\sigma T^4).$$

Значения поправок $\Delta\epsilon^f$ на перекрытие H_2O-CO_2 для ряда температур также были представлены Стейли и Юрикой.

На основании эмпирических значений потоковых широкополосных излучательных способностей с помощью формул (4.72) и (4.73) соответственно можно вычислить полные плотности потоков нисходящего и восходящего инфракрасного излучения при заданных профилях температуры и концентрации газов в атмосфере. Затем можно оценить скорости инфракрасного радиационного выхолаживания за счет различных газов. Однако из кривых, приведенных на рис. 4.8, как правило, трудно получить точное значение наклона (производной) потоковой излучательной способности $d\epsilon^f(u)/du$, которая входит в формулы (4.72) и (4.73). Поэтому желательно выполнить в данных формулах интегрирование по частям для того, чтобы избежать дифференцирования потокового широкополосного пропускания по оптической длине пути.

4.8.2 Радиационные номограммы

С целью введения понятия радиационной номограммы определим монохроматическую функцию пропускания слоя для плотности потока излучения в виде (см. уравнение (4.20))

$$\mathcal{F}_v^f(\tau) = 2E_3(\tau), \quad \frac{d\mathcal{F}_v^f(\tau)}{d\tau} = -2E_2(\tau). \quad (4.76)$$

Таким образом, представленные в формулах (4.12) и (4.13) плотности монохроматических потоков восходящего и нисходящего излучения могут быть описаны как

$$F_v^\dagger(\tau) = \pi B_v(T_n) \mathcal{F}_v^f(\tau_1 - \tau) - \int_{\tau}^{\tau_1} \pi B_v(\tau') \frac{d\mathcal{F}_v^f(\tau' - \tau)}{d\tau'} d\tau', \quad (4.77)$$

$$F_v^\ddagger(\tau) = \int_0^{\tau} \pi B_v(\tau') \frac{d\mathcal{F}_v^f(\tau - \tau')}{d\tau'} d\tau'. \quad (4.78)$$

Интегрирование по частям дает следующие формулы:

$$F_v^\dagger(\tau) = \{\pi B_v(T_n) - \pi B_v[T(\tau_1)]\} \mathcal{F}_v^f(\tau_1 - \tau) + \pi B_v[T(\tau)] + \\ + \int_{\tau}^{\tau_1} \mathcal{F}_v^f(\tau' - \tau) \frac{d\pi B_v(\tau')}{d\tau'} d\tau'. \quad (4.79)$$

$$F_v^\ddagger(\tau) = \pi B_v[T(\tau)] - \pi B_v[T(0)] \mathcal{F}_v^f(\tau) - \\ - \int_0^{\tau} \mathcal{F}_v^f(\tau - \tau') \frac{d\pi B_v(\tau')}{d\tau'} d\tau'. \quad (4.80)$$

В соответствии со схемой на рис. 4.9 изменим координату оптической толщины на координаты температуры и оптической длины пути и предположим, что температура подстилающей поверхности совпадает с температурой воздуха у этой поверхности, т. е. $T_n =$

$= T(\tau_1)$. Поскольку $T(0) = T_{\text{ВГ}}$, формулы (4.79) и (4.80) можно переписать следующим образом:

$$F^\dagger(u) = \int_0^\infty F_v^\dagger(u) dv = \int_0^\infty \pi B_v(T) dv + \int_T^{\tau_1} \left[\int_0^\infty \mathcal{F}_v^\dagger(u - u', T') \frac{d\pi B_v(T')}{dT'} dv \right] dT', \quad (4.81)$$

$$F^\downarrow(u) = \int_0^\infty F_v^\downarrow(u) dv = \int_0^\infty \pi B_v(T) dv - \int_0^\infty \pi B_v(T_{\text{ВГ}}) \mathcal{F}_v^\downarrow(u_1 - u, T_{\text{ВГ}}) / dv - \int_{T_{\text{ВГ}}}^T \left[\int_0^\infty \mathcal{F}_v^\downarrow(u' - u, T') \frac{d\pi B_v(T')}{dT'} dv \right] dT'. \quad (4.82)$$

Для того чтобы построить радиационную номограмму, определим

$$Q(u, T) = \int_0^\infty \mathcal{F}_v^\downarrow(u, T) \frac{d\pi B_v(T)}{dT} dv. \quad (4.83)$$

Далее, с учетом того, что $\mathcal{F}_v^\downarrow(0, T) = 1$, получим

$$\int_0^\infty \pi B_v(T) dv = \int_0^\infty dv \int_0^T \mathcal{F}^\downarrow(0, T') \frac{d\pi B_v(T')}{dT'} dT' = \int_0^T Q(0, T') dT' = \sigma T^4 \quad (4.84)$$

и

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \pi B_v(T_{\text{ВГ}}) \mathcal{F}_v^\downarrow(u_1 - u, T_{\text{ВГ}}) dv = \\ &= \int_0^\infty dv \int_0^{T_{\text{ВГ}}} \frac{d}{dT'} [\pi B_v(T') \mathcal{F}_v^\downarrow(u_1 - u, T')] dT' = \\ &= \int_0^\infty dv \int_0^{T_{\text{ВГ}}} \left[\mathcal{F}_v^\downarrow(u_1 - u, T') \frac{d\pi B_v(T')}{dT'} + \right. \\ & \quad \left. + \pi B_v(T') \frac{d\mathcal{F}_v^\downarrow(u_1 - u, T')}{dT'} \right] dT'. \end{aligned} \quad (4.85)$$

Если пренебречь температурной зависимостью пропускания слоя, т. е. $d\mathcal{F}_v^i/dT = 0$, то можно показать, что

$$\int_0^\infty \pi B_v(T_{\text{ВГ}}) \mathcal{F}_v^i(u_1 - u, T_{\text{ВГ}}) dv \cong \int_0^{T_{\text{ВГ}}} Q(u_1 - u, T') dT'. \quad (4.86)$$

С учетом формул (4.84) и (4.86) получим

$$F^\dagger(u) = \int_0^T Q(0, T') dT' + \int_T^{T_{\text{ВГ}}} Q(u' - u, T') dT' + \int_{T_{\text{ВГ}}}^0 Q(u_1 - u, T') dT', \quad (4.87)$$

$$F^\dagger(u) = \int_0^T Q(0, T') dT' + \int_T^{T_{\text{п}}} Q(u - u', T') dT'. \quad (4.88)$$

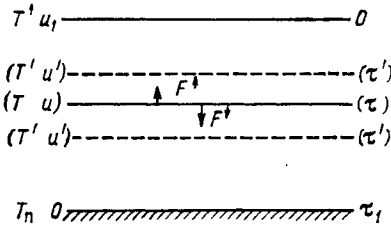


Рис. 4.9. Система координат для переменных τ , u и температуры T .

Отметим, что τ растет по направлению вниз, а u — вверх.

Очевидно, что тепер плотности потоков восходящего и нисходящего излучения представлены с помощью интегрирования по замкнутому контуру на плоскости $Q - T$ и могут быть, таким образом, оценены графическим методом с помощью номограммы. Выражения (4.87) и (4.88) первоначально были получены Эльзассером [31]. Теперь опишем способ построения графика радиационной номограммы.

Прежде всего определим абсциссу и ординату радиационной номограммы соответственно как

$$x = aT^2, \quad y = Q/(2aT), \quad (4.89)$$

где a — произвольная постоянная. Следовательно,

$$y dx = \frac{Q}{2aT} 2aT dT = Q dT. \quad (4.90)$$

Таким образом, площадь замкнутой фигуры на плоскости диаграммы $Q - T$ равна плотностям потоков, определенных формулами (4.87) и (4.88). Далее, определим границы номограммы. Согласно формуле (4.83), величина Q — это функция двух переменных u и T с максимальным значением при $\mathcal{F}_v^i = 1$, т. е. при $u = 0$.

Тогда

$$Q_{\max} = \int_0^{\infty} \frac{d}{dT} \pi B_{\nu}(T) d\nu = \frac{d}{dT} \int_0^{\infty} \pi B_{\nu}(T) d\nu = \frac{d}{dT} (\sigma T^4) = 4\sigma T^3. \quad (4.91)$$

Отсюда следует, что $y_{\max} = (2\sigma/a^2)x$. Поскольку в этом случае значение y прямо пропорционально x , уравнение $u = 0$, определяющее верхнюю границу радиационной номограммы, представляется на графике в виде прямой линии. Далее, при $u = \infty$ $\mathcal{F}_{\nu}^{\uparrow} = 0$, следовательно, $Q = 0$, т. е. $y = 0$. Данные соотношения можно интерпретировать таким образом, что на этом уровне опти-

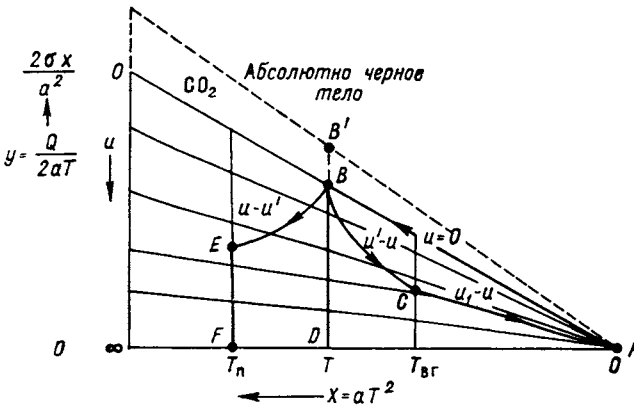


Рис. 4.10. Радиационная номограмма Эльзассера.

ческая толщина становится бесконечной и поглощается все падающее излучение, что соответствует поглощению абсолютно черным телом. Радиационная номограмма схематически представлена на рис. 4.10.

Для оценки по радиационной номограмме плотностей потоков нисходящего и восходящего излучения, которые формируются за счет поглощения водяным паром и вычисляются по формулам (4.87) и (4.88), обход контура выполняется следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} 0 \rightarrow T \text{ (вдоль } u = 0), AB \\ T \rightarrow T_{\text{вг}} \text{ (вдоль } (u' - u), u' = u_1, u), BC \\ T_{\text{п}} \rightarrow 0 \text{ (вдоль } (u_1 - u)), CA \end{array} \right\} F^{\downarrow}(u) = \text{площади } (ABCA),$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \rightarrow T \text{ (вдоль } u = 0), AB \\ T \rightarrow T_{\text{п}} \text{ (вдоль } (u - u'), u' = u, 0), BE \\ T_{\text{п}} \text{ (поверхность абсолютно черного тела), } EF \end{array} \right\} F^{\uparrow}(u) = \text{площади } (ABEFA).$$

Заметим, что при последней оценке плотности потока восходящего излучения интегрирование по температуре проводится до подстилающей поверхности. Поскольку подстилающая поверхность излучает как абсолютно черное тело и может быть представлена как бесконечно протяженный изотермический слой с температурой $T_{\text{п}}$, точка E , двигаясь вдоль изотермы $T_{\text{п}}$, должна достичь положения, в котором $u = \infty$. Далее отметим, что плотность потока, приходящего от изотермического слоя бесконечно большой толщины, равна площади треугольника, ограниченного прямой $u = 0$ и лежащего вправо от изотермы, соответствующей температуре слоя.

Для расчета плотностей потока излучения, формирующихся за счет вклада углекислого газа, используется эмпирический метод. Предполагается, что в 15-мкм полосе углекислый газ поглощает излучение очень интенсивно и в этом спектральном интервале даже геометрически тонкая атмосфера может рассматриваться как абсолютно черное тело. Таким образом, можно считать, что на любом уровне плотности потоков $F^{\uparrow\downarrow}$ (CO_2) формируются в тонком слое с температурой T , непосредственно прилегающем к данному уровню. Приближенно они определяются выражением $0,185\sigma T^4$. Теперь можно непосредственно оценить по радиационной номограмме разность плотностей потоков излучения и скорость инфракрасного радиационного выхолаживания. Поскольку плотности потоков как восходящего, так и нисходящего излучения, формирующиеся за счет CO_2 , одинаковы, оценка скорости радиационного выхолаживания с использованием радиационной номограммы Эльзассера может выполняться только для водяного пара. Различные графические способы определения потоков инфракрасного излучения, основанные на описанном выше принципе, были предложены также Меллером [90] и Ямамото [138].¹

Из формулы (4.86) видно, что выражение

$$\int_0^{\infty} \pi B_{\nu}(T) \mathcal{F}_{\nu}^{\downarrow}(u, T) d\nu = \int_0^T \tilde{Q}(u, T') dT' \quad (4.92)$$

характеризует пропускание изотермического слоя с оптической длиной пути u . Таким образом, излучение этого изотермического слоя может быть записано в виде

$$\int_0^{\infty} \pi B_{\nu}(T) [1 - \mathcal{F}_{\nu}^{\downarrow}(u, T)] d\nu = \int_0^T \tilde{R}(u, T') dT', \quad (4.93)$$

где с помощью потоковой функции пропускания определен новый параметр $\tilde{R}(u, T)$. Далее, из данных в формулах (4.74) и (4.75)

¹ В СССР радиационные номограммы были обоснованы А. А. Дмитриевым (1940), Ф. Н. Шехтер (1950), К. Я. Кондратьевым и Х. Ю. Нийлиск (1960). (Прим. ред.)

определений потокового широкополосного пропускания и излучательной способности очевидно, что

$$\int_0^T \tilde{Q}(u, T') dT' = t^f(u, T) \sigma T^4, \quad \int_0^T \tilde{R}(u, T') dT' = \varepsilon^f(u, T) \sigma T^4. \quad (4.94)$$

Следует отметить, что при построении радиационной номограммы Эльзассера с целью использования уравнения (4.86) пренебрегалось зависимостью пропускания слоя от температуры. На этот недостаток указывали Здунковский и др. [139], Сасамори [105], Чарлок и Херман [15], которые обсудили также возможность применения при расчетах плотностей потоков излучения числовых таблиц, представленных Эльзассером и Калбертсоном [32].

4.9 УГЛЕКИСЛЫЙ ГАЗ И КЛИМАТ

В последние годы в ходе климатических исследований основное внимание уделяется проблеме устойчивого роста содержания углекислого газа в атмосфере, обусловленного сжиганием ископаемого топлива. Считается, что рост содержания CO_2 должен приводить к изменению температуры воздуха и климатическим сдвигам в системе Земля — атмосфера. С начала промышленной революции за счет сжигания ископаемого топлива (прежде всего угля, нефти и природного газа) в атмосферу непрерывно, причем нарастающими темпами, выбрасывается углекислый газ антропогенного происхождения. Сжигание ископаемого углерода приводит к образованию CO_2 в ходе реакции $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$.

Данные о концентрации атмосферного CO_2 , полученные в обсерватории Мауна-Лоа (19° с. ш.) и на других станциях, свидетельствуют об устойчивом росте средних годовых значений. На рис. 4.11 представлены средние месячные значения концентрации CO_2 , полученные на Мауна-Лоа. При анализе этих данных наблюдений выявляются две характерные особенности. Это, во-первых, наличие годового хода: в течение летнего сезона вегетации в северном полушарии концентрация CO_2 уменьшается. Во-вторых, это долговременный восходящий тренд, обусловленный, вероятно, сжиганием ископаемого топлива. В результате этого тренда общее содержание CO_2 с 1958 по 1972 г. возросло на 4 %. В настоящее время избыток CO_2 по сравнению с 1850 г. (когда концентрация CO_2 составляла 290 млн^{-1}) равен примерно 13 %. Согласно некоторым оценкам, при сжигании топлива в атмосферу попадает от 50 до 75 % CO_2 , тогда как остальная часть этого газа поступает в океаны и биосферу, в основном в леса. Кроме того, оценки показывают, что современная концентрация CO_2 (330 млн^{-1}) к 2000 г. возрастет примерно до 380—390 млн^{-1} .

Как указывалось в п. 3.4, CO_2 полностью прозрачен для солнечного излучения. Однако он является сильным поглотителем теплового инфракрасного излучения в 15-мкм полосе (примерно

12—18 мкм). Следовательно, рост содержания атмосферного CO_2 может вызвать задержку уходящего теплового инфракрасного излучения, испускаемого нижней атмосферой, что в свою очередь может усилить парниковый эффект и привести к росту температуры воздуха. Таким образом, необходимо получить ответ на вопрос о том, в какой степени рост концентрации CO_2 влияет на температуру атмосферы и земной поверхности.

Имеется целый ряд исследований влияния изменения содержания CO_2 в атмосфере на радиационный баланс системы Земля—

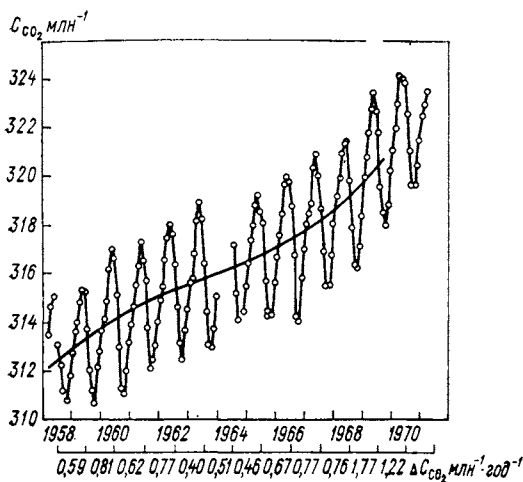


Рис. 4.11. Средние месячные значения концентрации CO_2 на Мауна-Лоа, Гавайи, за период 1958—1971 гг. Из [117].

Сплошная линия — кривая наилучшей аппроксимации данных.

атмосфера. Однако следует отметить, что, для того чтобы установить изменения температуры атмосферы за счет роста концентрации CO_2 , необходимо учитывать не только радиационный аспект свойств CO_2 , но и конвективную природу нижней атмосферы (см. п. 8.5.2). Манабе и Везеролд [80] на основании исследований с помощью радиационно-конвективной модели пришли к выводу о том, что рост содержания CO_2 приводит к нагреванию всей нижней атмосферы. Предположив, что относительная влажность постоянна, зафиксировав облачность и используя значения широкополосной излучательной способности для H_2O , CO_2 и O_3 , они получили ряд интересных результатов. Увеличение концентрации CO_2 на 10 % (от 300 до 330 млн⁻¹) приводит к глобальному нагреванию на 0,3 К, а удвоение концентрации CO_2 (от 300 до 600 млн⁻¹) вызовет рост равновесной температуры земной поверхности на 2,36 К. Позднее с помощью трехмерной модели общей циркуляции атмосферы Манабе и Везеролд [81] установили, что при удвоении концентрации CO_2 глобальная температура возрастает на 2,39 К (это несколько превышает предыдущие оценки). К тому же они нашли, что в результате роста излучения в космическое пространство при увеличении концентрации CO_2 происходит сильное выхолаживание модельной атмосферы. Манабе и Везеролд также заметили, что

тропосферное потепление наиболее выражено в высоких широтах в нижней тропосфере вследствие того, что в полярных районах вертикальное конвективное перемешивание подавлено в устойчивом слое тропосферы. Следует отметить, что ни в одной из этих моделей — начиная с простых одномерных радиационно-конвективных и кончая более сложными моделями общей циркуляции атмосферы — не были учтены важные термические эффекты обратной связи за счет изменений облачного покрова. До тех пор пока эффекты взаимодействия с облачностью не будут надежно учтены в моделях, весьма вероятно, что тепловые эффекты изменения содержания CO_2 в атмосфере, предсказываемые с помощью современных моделей, будут отличаться от реальных.

УПРАЖНЕНИЯ

4.1. Покажите, что скорость спектрального инфракрасного выхолаживания может быть выражена как

$$-\frac{c_p}{q} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\bar{v}} = \pi B_{\bar{v}} (T_{\text{ВГ}}) \frac{d\mathcal{F}_{\bar{v}}^{\downarrow}(u_1 - u)}{du} - \int_0^{u_1} \frac{\partial \mathcal{F}_{\bar{v}}^{\downarrow}(u - u')}{du'} d\pi B_{\bar{v}}(u') du',$$

где $T_{\text{ВГ}}$ — температура верхней границы атмосферы.

4.2. Выведите законы линейного поглощения и квадратного корня непосредственно из уравнений (4.27) и (4.28). Учтите при этом, что в случае слабого поглощения $k_{\bar{v}} u \ll 1$, а в случае сильного $a \ll v - v_0$. Положите в случае сильного поглощения $\eta = \alpha u / [\pi(v - v_0)^2]$.

4.3. Рассчитайте и постройте монохроматическую функцию пропускания для лоренцовского контура линии в функции $(v - v_0)/a$ при $x = su/(2\pi a)$, принимая значения 0,1, 1 и 5. Сравните ваши результаты с представленными на рис. 4.4.

4.4. Выведите формулу (4.31) из (4.30).

4.5. Выведите формулу (4.58) из (4.56) и покажите, что если полуширины линий много меньше их расстояния друг от друга, то функция пропускания сводится к

$$\mathcal{F}_{\bar{v}}(u) = \exp(-\sqrt{\pi S_0 a u} / \delta).$$

Это выражение есть приближение квадратного корня для случайной модели.

4.6. На основании формулы (4.56) эквивалентная ширина линий определяется как

$$W = \int_0^{\infty} P(S) dS \int_{-\infty}^{\infty} (1 - e^{-k_{\bar{v}} u}) dv.$$

Было установлено, что реальные распределения интенсивности линий следуют не функции Пуассона, как в формуле (4.57), а скорее распределению вида

$$P(S) = (N_0/S) e^{-S/\bar{S}},$$

где N_0 — нормирующий множитель. Покажите, что функция пропускания в таком случае имеет вид

$$\mathcal{F}_{\bar{v}} = e^{-W/\delta},$$

где

$$W = 2\pi a N_0 \left[\left(1 + \frac{\bar{S}u}{\pi a} \right)^{1/2} - 1 \right].$$

4.7. Используя приближение квадратного корня для случайной модели, покажите, что количество осажденной влаги в атмосфере (при отсутствии облаков и аэрозоля) может быть получено из

$$PW = (c/m) [\ln (F_{\Delta\lambda}/F_{0, \Delta\lambda})]^2,$$

где c — постоянная, связанная с данной полосой и известными атмосферными параметрами; m — масса воздуха (пропорциональная давлению); $F_{\Delta\lambda}$ и $F_{0, \Delta\lambda}$ — наблюдаемый поток солнечного излучения у поверхности Земли в полосе 0,94 мкм и на верхней границе атмосферы. На указанном соотношении основан принцип работы солнечного фотометра для измерения количества осажденной влаги.

4.8. На основании приведенных данных радиозондирования рассчитайте с помощью формул (4.72) и (4.73) плотности потоков восходящего и нисходящего инфракрасного излучения и вычислите скорость радиационного нагревания на уровне 800 гПа. Используйте эмпирические значения излучательной способности, приведенные на рис. 4.8. Для удобства выполните интегрирование (4.72) и (4.73) по частям и избавьтесь от дифференцирования потоковой излучательной способности по оптической длине пути. Данные радиозондирования о вертикальном распределении температуры и массовой доле водяного пара следующие:

Давление, гПа	Температура, °С	Массовая доля водяного пара, %
1000	12,0	0,82
950	10,3	0,49
900	8,1	0,43
850	4,1	0,42
800	0,1	0,41
750	-3,7	0,30
700	-7,5	0,20
650	-9,6	0,09
600	-11,8	0,04

4.9. С помощью схематического представления радиационной номограммы Эльзассера (см. рис. 4.19) вычертите контуры, соответствующие следующим условиям: а) скорости выхолаживания слоя, верхняя и нижняя границы которого имеют температуры T_1 и T_2 ($T_1 < T_2$); б) разности плотностей потоков на подстилающей поверхности; в) разности плотностей потоков под абсолютно черным облаком, температура основания которого есть $T_{НГ}$ ($T_{НГ} < T_{п}$).

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Кондратьев К. Я. Актинометрия.— Л.: Гидрометеиздат, 1965.— 692 с. (Поглощение излучения газами и перенос инфракрасного излучения обсуждаются в главах 3 и 9.)
- Elsasser, W. M., and Culbertson, M. F. (1960). Atmospheric radiation tables. *Meteorol. Monog.* 4, No. 23, 1—43. (Данная монография содержит важную информацию о переносе инфракрасного излучения и широкополосной излучательной способности.)
- Goody, R. M. (1964). *Atmospheric Radiation*, Vol. I: Theoretical Basis. Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York. (Главы 3—5 освещают теорию поглощения излучения газами и моделей полос.)
- Tiwari, S. N. (1978). *Models for infrared atmospheric radiation. Adv. Geophys.* 20, 1—80. (В данной обзорной работе содержится современная информация о различных моделях полос и расчете функций пропускания.)

Глава 5

РАССЕЯНИЕ СВЕТА ЧАСТИЦАМИ В АТМОСФЕРЕ

Земная атмосфера содержит облачные и аэрозольные частицы, размеры которых значительно превосходят длину волны падающего видимого излучения. Оказалось, что представление о дипольном распределении электрического поля в частице, которое привело к созданию теории рэлеевского рассеяния, к подобным объектам неприменимо. Из-за большого размера частиц падающий пучок света возбуждает поляризацию с конфигурациями более высоких порядков, для анализа которых требуется более сложный и совершенный аппарат. В настоящей главе представлена теория рассеяния электромагнитных волн однородной изотропной сферой, основанная на классических волновых уравнениях, — так называемая теория рассеяния Ми [88]. Вначале вводятся основные соотношения теоретической оптики — уравнения Максвелла. Далее, после вывода решения векторного волнового уравнения в сферических координатах представлено формальное решение задачи рассеяния. Затем даются решения для поля в точках, удаленных от центра рассеяния, и демонстрируется, как получается матрица рассеяния относительно плоскости, содержащей падающую и рассеянную волны. Обсуждаются также понятия поперечников ослабления и рассеяния для единичной сферы и полидисперсной системы сфер. И, наконец, рассматривается асимптотический подход к задаче рассеяния (лучевая оптика). Это приближение основано на принципе локализации, согласно которому падающий пучок света состоит из отдельных лучей света, распространяющихся каждый по своему пути. Обсуждаются также понятия фраунгоферовой дифракции и геометрических отражения и преломления. С помощью этих представлений можно объяснить явления венца, радуги и гало соответственно. Далее, для объяснения характерных особенностей распределения интенсивности рассеянного излучения и его поляризации сравниваются формальные решения, полученные по теории рассеяния Ми и в приближении лучевой оптики. Наконец, в данной главе рассматривается рассеяние солнечного света несферическими ледяными кристаллами, которые, как правило, наблюдаются в перистой облачности.

5.1 УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Состояние возбуждения, вызываемое наличием электрических зарядов, называется электромагнитным полем. Оно представляется двумя векторами \mathbf{E} и \mathbf{B} , которые называются векторами электрического поля и магнитной индукции соответственно. Для описания эффекта воздействия электромагнитного поля на материальное тело необходимо ввести еще один набор векторов, а именно: вектор плотности электрического тока \mathbf{j} , электрическое смещение \mathbf{D} и магнитный вектор \mathbf{H} . В каждой точке пространства, характеризуемой непрерывностью свойств среды в непосредственной близости от точки, пространственные и временные производные этих пяти векторов могут быть связаны между собой уравнениями Максвелла:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (5.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (5.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho, \quad (5.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (5.4)$$

где t — время, c — скорость света, а ρ — плотность заряда. Уравнение (5.3) можно рассматривать в качестве определения плотности электрического заряда ρ , а из уравнения (5.4) следует, что не существует свободных магнитных полюсов. В приведенной записи использована система СГС. С учетом соотношения $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H} = 0$ операция скалярного произведения дает вместо уравнения (5.1) следующее соотношение:

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{1}{4\pi} \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (5.5)$$

Далее, дифференцируя уравнение (5.3) по времени, получаем уравнение непрерывности электромагнитного поля:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0. \quad (5.6)$$

С целью получения на основе заданного распределения токов и зарядов единственного решения для пяти векторов поля приведенные уравнения должны быть дополнены соотношениями, описывающими поведение вещества под влиянием поля. Эти соотношения можно выразить следующим образом:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (5.7)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (5.8)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (5.9)$$

где σ — удельная проводимость, ε — поляризуемость, μ — магнитная проницаемость.

Рассмотрим теперь поле в однородной среде (ϵ и μ постоянные), в которой нет свободных зарядов ($\rho = 0$) и токов ($|\mathbf{j}| = 0$). Таким образом, уравнения Максвелла сводятся к следующему:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (5.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \frac{-\mu}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (5.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (5.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \quad (5.13)$$

Уравнения (5.10)—(5.13) будут использованы для вывода уравнения электромагнитной волны. Отметим, что уравнения (5.12) и (5.13) можно непосредственно получить из (5.10) и (5.11) путем скалярного умножения.

5.2 УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ И ЕГО РЕШЕНИЕ

Рассмотрим плоскую электромагнитную волну в периодическом поле с круговой частотой ω , которая может быть описана как

$$\mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}e^{i\omega t}, \quad (5.14)$$

$$\mathbf{H} \rightarrow \mathbf{H}e^{i\omega t}. \quad (5.15)$$

С учетом этих преобразований уравнения (5.10) и (5.11) принимают вид

$$\nabla \times \mathbf{H} = ikm^2\mathbf{E}, \quad (5.16)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -ik\mathbf{H}, \quad (5.17)$$

где ($k = 2\pi|\lambda| = \omega/c$) — волновое число, обозначающее постоянную распространения волны в вакууме; λ — длина волны в вакууме; ($m = \sqrt{\epsilon}$) — комплексный показатель преломления среды при частоте ω ; магнитная проницаемость для воздуха $\mu \approx 1$.

Теперь проведем операцию ротора над уравнением (5.17) и получим

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -ik \nabla \times \mathbf{H}. \quad (5.18)$$

Далее, замечая, что $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{E} = 0$ и $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, получаем

$$\nabla^2 \mathbf{E} = -k^2 m^2 \mathbf{E}. \quad (5.19)$$

Аналогичным образом из уравнений (5.16) и (5.13) имеем

$$\nabla^2 \mathbf{H} = -k^2 m^2 \mathbf{H}. \quad (5.20)$$

Уравнения (5.19) и (5.20) показывают, что в однородной среде векторы электрического поля и магнитной индукции удовлетворяют векторному волновому уравнению

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 m^2 \mathbf{A} = 0, \quad (5.21)$$

где \mathbf{A} — вектор \mathbf{E} или \mathbf{H} .

Известно, что если функция ψ удовлетворяет скалярному волновому уравнению

$$\nabla^2 \psi + k^2 m^2 \psi = 0, \quad (5.22)$$

то векторы \mathbf{M}_ψ и \mathbf{N}_ψ , определяемые в сферических координатах (r, θ, φ) как

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_\psi &= \nabla \times [\mathbf{a}_r(r\psi)] = \left(\mathbf{a}_r \frac{\partial}{\partial r} + \mathbf{a}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \mathbf{a}_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \times \\ &\times [\mathbf{a}_r(r\psi)] = \mathbf{a}_\theta \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (r\psi)}{\partial \varphi} - \mathbf{a}_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial (r\psi)}{\partial \theta}, \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} mk\mathbf{N}_\psi &= \nabla \times \mathbf{M}_\psi = \mathbf{a}_r \left[\frac{\partial^2 (r\psi)}{\partial r^2} + m^2 k^2 (r\psi) \right] + \mathbf{a}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r\psi)}{\partial r \partial \theta} + \\ &+ \mathbf{a}_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 (r\psi)}{\partial r \partial \varphi}, \end{aligned} \quad (5.24)$$

удовлетворяют векторному волновому уравнению (5.21) при условии выполнения (5.22). Векторы \mathbf{a}_r , \mathbf{a}_θ , \mathbf{a}_φ — единичные векторы в сферических координатах. Для получения уравнения (5.24) мы воспользовались введенным ниже уравнением (5.29).

Если принять, что u и v — два независимых решения скалярного волнового уравнения, заданного соотношением (5.22), то векторы электрического и магнитного поля, выраженные как

$$\mathbf{E} = \mathbf{M}_v + i\mathbf{N}_u, \quad (5.25)$$

$$\mathbf{H} = m(-\mathbf{M}_u + i\mathbf{N}_v), \quad (5.26)$$

удовлетворяют уравнениям (5.16) и (5.17). Используя уравнения (5.23) и (5.24), можно представить векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} в явном виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{a}_r \frac{i}{mk} \left[\frac{\partial^2 (ru)}{\partial r^2} + m^2 k^2 (ru) \right] + \\ &+ \mathbf{a}_\theta \left[\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial (rv)}{\partial \varphi} + \frac{i}{mkr} \frac{\partial^2 (ru)}{\partial r \partial \theta} \right] + \\ &+ \mathbf{a}_\varphi \left[-\frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial \theta} + \frac{1}{mkr \sin \theta} \frac{\partial^2 (ru)}{\partial r \partial \varphi} \right], \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{a}_r \frac{i}{k} \left[\frac{\partial^2 (rv)}{\partial r^2} + m^2 k^2 (rv) \right] + \mathbf{a}_\theta \left[-\frac{m}{r \sin \theta} \frac{\partial (ru)}{\partial \varphi} + \frac{i}{kr} \frac{\partial^2 (rv)}{\partial r \partial \theta} \right] + \\ &+ \mathbf{a}_\varphi \left[\frac{m}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial \theta} + \frac{i}{kr \sin \theta} \frac{\partial^2 (rv)}{\partial r \partial \varphi} \right]. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Определенное в (5.22) скалярное волновое уравнение в сферических координатах записывается следующим образом:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + k^2 m^2 \psi = 0. \quad (5.29)$$

Это уравнение допускает разделение переменных, если положить

$$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\varphi). \quad (5.30)$$

Подставляя соотношение (5.30) в уравнение (5.29) и деля полученное уравнение на $\psi(r, \theta, \varphi)$, получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{1}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + k^2 m^2 = 0. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Если домножить уравнение (5.31) на величину $r^2 \sin^2 \theta$, то можно получить

$$\begin{aligned} \left[\sin^2 \theta \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \sin \theta \frac{1}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + k^2 m^2 r^2 \sin^2 \theta \right] + \\ + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = 0. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Поскольку первые три члена в этом уравнении содержат только переменные r и θ , уравнение (5.32) может выполняться только при условии

$$\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = \text{const} = -l^2, \quad (5.33)$$

где для удобства постоянная положена равной $-l$, (l — целое число). Из уравнений (5.32) и (5.33) следует, что

$$\sin^2 \theta \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \sin \theta \frac{1}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + k^2 m^2 r^2 \sin^2 \theta - l^2 = 0. \quad (5.34)$$

Деля уравнение (5.34) на $\sin^2 \theta$, мы получаем

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + k^2 m^2 r^2 + \frac{1}{\sin \theta} \frac{1}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) - \frac{l^2}{\sin^2 \theta} = 0. \quad (5.35)$$

Таким образом, для того чтобы удовлетворялось уравнение (5.35), должны выполняться соотношения

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + k^2 m^2 r^2 = \text{const} = n(n+1), \quad (5.36)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{1}{\Theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) - \frac{l^2}{\sin^2 \theta} = \text{const} = -n(n+1), \quad (5.37)$$

где n — целая величина. Комбинируя уравнения (5.33), (5.36) и (5.37), получаем

$$\frac{d^2(rR)}{dr^2} + \left[k^2 m^2 - \frac{n(n+1)}{r^2} \right] (rR) = 0, \quad (5.38)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[n(n+1) - \frac{l^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0, \quad (5.39)$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + l^2 \Phi = 0. \quad (5.40)$$

Единственным решением уравнения (5.40) является простое выражение

$$\Phi = a_l \cos l\varphi + b_l \sin l\varphi, \quad (5.41)$$

где a_l и b_l — произвольные постоянные. Выражение (5.39) — хорошо известное уравнение сферических гармоник. Для удобства мы вводим новую переменную $\mu = \cos \theta$, так что

$$\frac{d}{d\mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{d\Theta}{d\mu} \right] + \left[n(n+1) - \frac{l^2}{1 - \mu^2} \right] \Theta = 0. \quad (5.42)$$

Решения уравнения (5.42) могут быть получены с помощью присоединенных полиномов Лежандра (сферических гармоник первого рода) в виде

$$\Theta = P_n^l(\mu) = P_n^l(\cos \theta). \quad (5.43)$$

Наконец для того чтобы решить остающееся уравнение (5.38), положим

$$kmr = \rho, \quad R = (1/\sqrt{\rho}) Z(\rho) \quad (5.44)$$

и получим

$$\frac{d^2 Z}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dZ}{d\rho} + \left[1 - \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2}{\rho^2} \right] Z = 0. \quad (5.45)$$

Решение этого уравнения может быть выражено через общую цилиндрическую функцию порядка $n + 1/2$ и определяется выражением

$$Z = Z_{n+1/2}(\rho). \quad (5.46)$$

Таким образом, решение уравнения (5.38) принимает вид

$$R = \frac{11}{\sqrt{kmr}} Z_{n+1/2}(kmr). \quad (5.47)$$

Комбинируя уравнения (5.41), (5.43) и (5.47), получаем элементарные волновые функции в любой точке на поверхности сферы:

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{kmr}} Z_{n+1/2}(kmr) P_n^l(\cos \theta) (a_l \cos l\varphi + b_l \sin l\varphi). \quad (5.48)$$

Каждая цилиндрическая функция, указанная в соотношении (5.47), может быть представлена в виде линейной комбинации двух стандартных цилиндрических функций, например функций Бесселя $J_{n+1/2}(\rho)$ и Неймана $N_{n+1/2}(\rho)$. Определим новые функции:

$$\psi_n(\rho) = \sqrt{\pi\rho/2} J_{n+1/2}(\rho), \quad \chi_n(\rho) = -\sqrt{\pi\rho/2} N_{n+1/2}(\rho). \quad (5.49)$$

Функции ψ_n регулярны во всякой конечной области плоскости ρ , включая точку начала отсчета, тогда как функции χ имеют особенность в точке начала отсчета $\rho = 0$, где они обращаются в бесконечность. Поэтому для представления волны внутри сферы сле-

дует пользоваться функциями ψ_n , а не χ . С использованием определений (5.49) уравнение (5.47) можно переписать в виде

$$rR = c_n \psi_n(kmr) + d_n \chi_n(kmr), \quad (5.50)$$

где c_n и d_n — произвольные постоянные. Теперь уравнение (5.50) представляет собой общее решение уравнения (5.38).

Таким образом, общее решение скалярного волнового уравнения (5.29) может быть представлено в виде

$$r\psi(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=-n}^n P_n^l(\cos \theta) [c_n \psi_n(kmr) + d_n \chi_n(kmr)] \times \\ \times (a_l \cos l\varphi + b_l \sin l\varphi). \quad (5.51)$$

Отметим, что векторы электрического и магнитного полей в электромагнитной волне могут быть последовательным образом выведены из уравнений (5.27) и (5.28).

Кроме того, при $c = 1$ и $d_n = i$

$$\psi_n(\rho) + i\chi_n(\rho) = \sqrt{\pi\rho/2} H_{n+1/2}^{(2)}(\rho) = \xi_n(\rho), \quad (5.52)$$

где $H_{n+1/2}^{(2)}$ — функция Ханкеля второго рода полуцелого порядка. В бесконечности на комплексной плоскости она стремится к нулю, благодаря чему ее удобно использовать для представления рассеянной волны.

5.3 ФОРМАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

Получив решение векторного волнового уравнения, мы можем теперь обсудить задачу рассеяния плоской волны на однородной сфере. Для простоты положим, что внешняя среда есть вакуум ($m = 1$), вещество сферы имеет коэффициент преломления m , а падающее излучение линейно поляризовано. Выберем начало отсчета прямоугольной системы координат в центре сферы так, чтобы положительное направление оси Z совпадало с направлением распространения падающей волны. Если амплитуда падающей волны нормирована на единицу, то векторы напряженности электрического и магнитного полей в ней описываются выражениями

$$\mathbf{E}^i = \mathbf{a}_x e^{-ikz}, \quad \mathbf{H}^i = \mathbf{a}_y e^{-ikz}, \quad (5.53)$$

где \mathbf{a}_x и \mathbf{a}_y — единичные векторы вдоль осей X и Y соответственно.

Составляющие любого вектора, например \mathbf{a} , в декартовой системе координат могут быть преобразованы в сферические полярные координаты (r, θ, φ) , определяемые как

$$x = r \sin \theta \cos \varphi, \quad y = r \sin \theta \sin \varphi, \quad z = r \cos \theta. \quad (5.54)$$

В соответствии с геометрическими соотношениями, представленными на рис. 5.1, находим

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_r &= \mathbf{a}_x \sin \theta \cos \varphi + \mathbf{a}_y \sin \theta \sin \varphi + \mathbf{a}_z \cos \theta, \\ \mathbf{a}_\theta &= \mathbf{a}_x \cos \theta \cos \varphi + \mathbf{a}_y \cos \theta \sin \varphi - \mathbf{a}_z \sin \theta, \\ \mathbf{a}_\varphi &= -\mathbf{a}_x \sin \varphi + \mathbf{a}_y \cos \varphi, \end{aligned} \quad (5.55)$$

где \mathbf{a}_x , \mathbf{a}_y и \mathbf{a}_z — единичные векторы по осям x , y и z соответственно, а \mathbf{a}_r , \mathbf{a}_θ и \mathbf{a}_φ — единичные векторы в сферических координатах.

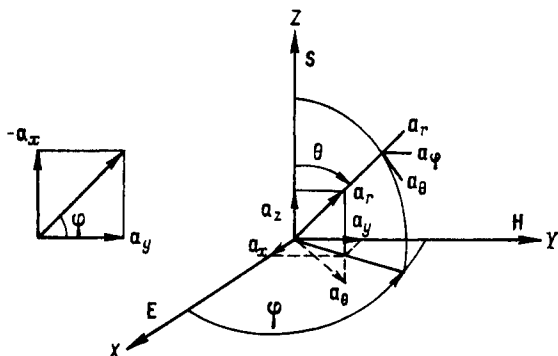


Рис. 5.1. Преобразование прямоугольных координат в сферические.

S — вектор Пойнтинга, \mathbf{a} — произвольный единичный вектор.

Таким образом, электрический и магнитный векторы в падающей волне представляются как

$$\begin{aligned} E_r^i &= e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \varphi, \\ E_\theta^i &= e^{-ikr \cos \theta} \cos \theta \cos \varphi, \\ E_\varphi^i &= -e^{-ikr \cos \theta} \sin \varphi; \\ H_r^i &= e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \sin \varphi, \\ H_\theta^i &= e^{-ikr \cos \theta} \cos \theta \sin \varphi, \\ H_\varphi^i &= e^{-ikr \cos \theta} \cos \varphi. \end{aligned} \quad (5.56)$$

На основании формулы Бауэра [133] первый множитель в этих выражениях может быть выражен следующим дифференцируемым рядом полиномов Лежандра:

$$e^{-ikr \cos \theta} = \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n (2n+1) \frac{\psi_n(kr)}{kr} P_n(\cos \theta), \quad (5.58)$$

где функция ψ_n определена по уравнению (5.49). Кроме того, имеем математические тождества:

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta = \frac{1}{ikr} \frac{\partial}{\partial \theta} (e^{-ikr \cos \theta}), \quad (5.59)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} P_n(\cos \theta) = -P_n^1(\cos \theta); \quad P_0^1(\cos \theta) = 0. \quad (5.60)$$

Соотношения (5.60) связывают полиномы Лежандра P_n с присоединенными полиномами Лежандра P_n^1 . Для определения потенциалов u и v требуется лишь один из компонентов уравнения (5.27). Первый из них (при $m = 1$) есть

$$E_r^i = e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \varphi = \frac{i}{k} \left[\frac{\partial^2 (ru^i)}{\partial r^2} + k^2 (ru^i) \right]. \quad (5.61)$$

С учетом уравнений (5.58) — (5.60) имеем

$$e^{-ikr \cos \theta} \sin \theta \cos \varphi = \frac{1}{(kr)^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^{n-1} (2n+1) \psi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \varphi. \quad (5.62)$$

Исходя из полученных выражений рассмотрим пробное решение уравнения (5.61) в виде аналогичного ряда:

$$ru^i = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \psi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \varphi. \quad (5.63)$$

Подставляя выражения (5.62) и (5.63) в уравнение (5.61) и сравнивая коэффициенты, находим:

$$\alpha_n \left[k^2 \psi_n(kr) + \frac{\partial^2 \psi_n(kr)}{\partial r^2} \right] = (-i)^n (2n+1) \frac{\psi_n(kr)}{r^2}. \quad (5.64)$$

В уравнении (5.50) можно положить $c_n = 1$ и $d_n = 0$, поскольку $\chi_n(kr)$ превращается в бесконечность в точке начала отсчета, через которую должна пройти падающая волна. Таким образом,

$$\psi_n(kr) = rR \quad (5.65)$$

является решением уравнения (5.38) (при $m = 1$):

$$\frac{d^2 \psi_n}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{\alpha}{r^2} \right] \psi_n = 0, \quad (5.66)$$

при условии, что $\alpha = n(n+1)$. Сравнивая уравнения (5.64) и (5.66), находим, что

$$\alpha_n = (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)}. \quad (5.67)$$

Используя аналогичный подход можно получить v^i из уравнения (5.28). Таким образом, вне сферы для падающей волны имеем

$$ru^i = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \psi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \varphi, \\ rv^i = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \psi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \sin \varphi. \quad (5.68)$$

Для того чтобы согласовать u^i и v^i с составляющими внутренней и рассеянной волн, потенциалы которых уже фигурировали в урав-

нении (5.51), последние могут быть выражены с помощью аналогичных рядов с произвольными коэффициентами. Для внутренних волн следует использовать только функции $\psi_n(kmr)$, поскольку функция $\chi(kmr)$ превращается в бесконечность в точке отсчета. В результате для внутренних волн получаем выражения

$$ru^t = \frac{1}{mk} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} c_n \psi_n(kmr) P_n^1(\cos \theta) \cos \varphi,$$

$$rv^t = \frac{1}{mk} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} d_n \psi_n(kmr) P_n^1(\cos \theta) \sin \varphi. \quad (5.69)$$

Для рассеянных волн, которые должны на бесконечности стремиться к нулю, подходят функции Ханкеля, описываемые соотношением (5.52) и обладающие именно таким свойством. Тогда для рассеянных волн получим

$$ru^s = -\frac{1}{k} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} a_n \xi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \cos \varphi,$$

$$rv^s = -\frac{1}{k} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} b_n \xi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \sin \varphi. \quad (5.70)$$

Коэффициенты a_n , b_n , c_n и d_n могут быть определены из граничных условий на поверхности сферы. Граничные условия состоят в том, что нормальные составляющие векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} должны быть непрерывны при переходе через поверхность сферы при $r = a$. Таким образом,

$$\begin{aligned} E_{\theta}^i + E_{\theta}^s &= E_{\theta}^t, & H_{\theta}^i + H_{\theta}^s &= H_{\theta}^t, \\ E_{\varphi}^i + E_{\varphi}^s &= E_{\varphi}^t, & H_{\varphi}^i + H_{\varphi}^s &= H_{\varphi}^t. \end{aligned} \quad (5.71)$$

С учетом уравнений (5.27), (5.29) и (5.68)—(5.70) очевидно, что, кроме общих множителей и дифференцирований по θ и φ , которые одинаковы для волн как внутри, так и снаружи сферы, обе составляющие вектора напряженности поля E_{θ} и E_{φ} содержат выражения v и $\partial(ru)/m \partial r$. Ясно также, что составляющие H_{θ} и H_{φ} содержат выражения tu и $\partial(ru)/\partial r$. Согласно уравнению (5.71), эти четыре выражения должны быть непрерывны при $r = a$. Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} [r(u^i + u^s)] &= \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial r} (ru^t), & u^i + u^s &= mu^t, \\ \frac{\partial}{\partial r} [r(v^i + v^s)] &= \frac{\partial}{\partial r} (rv^t), & v^i + v^s &= v^t. \end{aligned} \quad (5.72)$$

Из этих уравнений теперь очевидно, что

$$\begin{aligned} m [\psi_n'(ka) - a_n \xi_n'(ka)] &= c_n \psi_n'(kma), \\ [\psi_n'(ka) - b_n \xi_n'(ka)] &= d_n \psi_n'(kma), \\ [\psi_n(ka) - a_n \xi_n(ka)] &= c_n \psi_n(kma), \\ m [\psi_n(ka) - b_n \xi_n(ka)] &= d_n \psi_n(kma), \end{aligned} \quad (5.73)$$

где штрих означает дифференцирование по аргументу. После исключения c_n и d_n получаем коэффициенты для рассеянных волн в виде

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{\psi'_n(y) \psi_n(x) - m \psi_n(y) \psi'_n(x)}{\psi'_n(y) \xi_n(x) - m \psi_n(y) \xi'_n(x)}, \\ b_n &= \frac{m \psi'_n(y) \psi_n(x) - \psi_n(y) \psi'_n(x)}{m \psi'_n(y) \xi_n(x) - \psi_n(y) \xi'_n(x)}, \end{aligned} \quad (5.74)$$

где $x = ka$, а $y = mx$. Что касается c_n и d_n , то для них находятся отношения, в которых знаменатели такие же, как и в выражениях для a_n и b_n соответственно, а числитель общий, равный $m[\psi'_n(x) \times \times \xi_n(x) - \psi_n(x) \xi'_n(x)]$. На этом завершается решение задачи рассеяния электромагнитной волны на сфере радиусом $r = a$, обладающей коэффициентом преломления m . Теперь векторы напряженности электрического и магнитного полей, описываемые соотношениями (5.27) и (5.28), выражаются через известные функции, задаваемые выражениями (5.68) — (5.70). До сих пор мы для простоты полагали, что окружающая среда есть вакуум. Теперь положим, что окружающая среда и сфера имеют коэффициенты преломления m_2 (вещественный) и m_1 (может быть комплексным) соответственно. Заменяя m на m_1/m_2 , а волновое число k — на $m_2 k$ (что соответствует вакууму), можно обобщить результаты (5.74) на тот случай, когда сфера взвешена в среде.

5.4 РЕШЕНИЕ ДЛЯ ПОЛЯ В УДАЛЕННЫХ ТОЧКАХ И ПАРАМЕТРЫ ОСЛАБЛЕНИЯ

Рассмотрим теперь рассеянное поле на очень больших расстояниях от сферы (в дальней зоне). Отметим, что при решении всех практических задач наблюдения рассеянного света обычно проводятся в дальней зоне. В этой зоне приведенные в соотношении (5.52) функции Ханкеля сводятся к выражениям

$$\xi_n(kr) \approx i^{n+1} e^{-ikr}, \quad kr \gg 1. \quad (5.75)$$

С таким упрощением уравнения (5.70) принимают вид

$$\begin{aligned} ru^s &\approx -\frac{ie^{-ikr} \cos \varphi}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} a_n P_n^1(\cos \theta), \\ rv^s &\approx -\frac{ie^{-ikr} \sin \varphi}{k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} b_n P_n^1(\cos \theta). \end{aligned} \quad (5.76)$$

Три составляющие векторов напряженности электрического и магнитного полей в соотношениях (5.27) и (5.28) определяются тогда выражениями

$$\begin{aligned}
 E_r^s &= H_r^s \approx 0, \\
 E_\theta^s &= H_\varphi^s \approx \frac{-i}{kr} e^{-ikr} \cos \varphi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \times \\
 &\quad \times \left[a_n \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} + b_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} \right], \\
 -E_\varphi^s &= H_\theta^s \approx \frac{-i}{kr} e^{-ikr} \sin \varphi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} \times \\
 &\quad \times \left[a_n \frac{P_n^1(\cos \theta)}{\sin \theta} + b_n \frac{dP_n^1(\cos \theta)}{d\theta} \right]. \quad (5.77)
 \end{aligned}$$

Таким образом, в дальней зоне радиационными составляющими E_r^s и H_r^s можно пренебречь. С целью упрощения уравнений (5.77) определим две функции рассеяния в виде

$$\begin{aligned}
 S_1(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta)], \\
 S_2(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [b_n \pi_n(\cos \theta) + a_n \tau_n(\cos \theta)], \quad (5.78)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \pi_n(\cos \theta) &= \frac{1}{\sin \theta} P_n^1(\cos \theta), \\
 \tau_n(\cos \theta) &= \frac{d}{d\theta} P_n^1(\cos \theta). \quad (5.79)
 \end{aligned}$$

Тогда можно записать

$$\begin{aligned}
 E_\theta^s &= -\frac{i}{kr} e^{-ikr} \cos \varphi S_2(\theta), \\
 -E_\varphi^s &= -\frac{i}{kr} e^{-ikr} \sin \varphi S_1(\theta). \quad (5.80)
 \end{aligned}$$

Эти поля представляют собой расходящуюся сферическую волну, амплитуда и состояние поляризации которой являются функциями угла рассеяния θ . Удобно определить *перпендикулярную* и *параллельную* составляющие напряженности электрического поля E_r и E_l . Согласно рис. 5.2, перпендикулярная и параллельная составляющие напряженности рассеянного электрического поля определяются как

$$E_r^s = -E_\varphi^s, \quad E_l^s = E_\theta^s. \quad (5.81)$$

Кроме того, нормированный вектор напряженности электрического поля падающей волны (см. уравнение (5.53)) может быть разложен на перпендикулярную и параллельную составляющие:

$$E_r^i = e^{-ikz} \sin \varphi, \quad E_l^i = e^{-ikz} \cos \varphi. \quad (5.82)$$

Тогда уравнение (5.80) может быть представлено в виде

$$\begin{bmatrix} E_l^s \\ E_r^s \end{bmatrix} = \frac{e^{-ikr + ikz}}{ikr} \begin{bmatrix} S_2(\theta) & 0 \\ 0 & S_1(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_l^i \\ E_r^i \end{bmatrix}. \quad (5.83)$$

Соотношение (5.83) — фундаментальное уравнение, служащее для описания излучения, рассеянного сферами, с учетом поляризации.

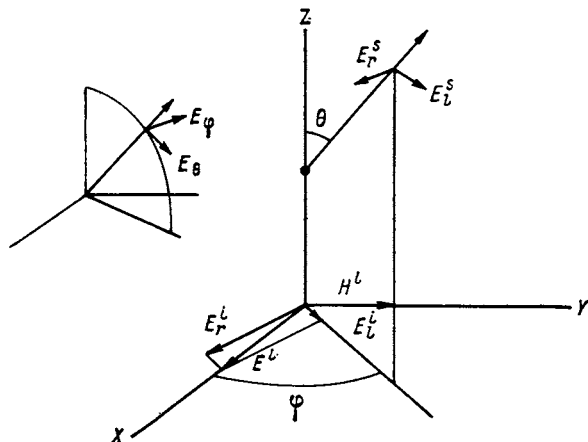


Рис. 5.2. Разложение векторов напряженности электрического поля в падающем и рассеянном излучении на перпендикулярную и параллельную составляющие.

Составляющие интенсивности рассеянного излучения в дальней зоне могут теперь быть выражены через составляющие интенсивности падающего излучения в виде

$$I_l^s = I_l^i \frac{i_2}{k^2 r^2}, \quad I_r^s = I_r^i \frac{i_1}{k^2 r^2}, \quad (5.84)$$

где

$$i_1(\theta) = |S_1(\theta)|^2, \quad i_2(\theta) = |S_2(\theta)|^2. \quad (5.85)$$

Функции (5.85) называются *функциями интенсивности* для перпендикулярной и параллельной составляющих соответственно. Можно считать, что каждая из составляющих рассеянного излучения порождается отдельной составляющей исходного пучка, которая поляризована в том же направлении, что и рассеянная. При расчете рассеяния по теории Ми задача состоит в вычислении i_1 и i_2 как функции угла рассеяния, коэффициента преломления m и параметра размера частицы $x = 2\pi a/\lambda$.

Необходимо также оценить ослабление энергии падающего излучения в дальней зоне за счет поглощения и рассеяния света на

сфере. С этой целью рассмотрим падающее излучение, линейно поляризованное в перпендикулярном направлении. Согласно уравнению (5.83), напряженность рассеянного электрического поля описывается выражением

$$E_r^s = \frac{e^{-ikr + ikz}}{ikr} S_1(\theta) E_r^i. \quad (5.86)$$

Рассмотрим далее точки с координатами (x, y, z) при $\theta \approx 0$ (т. е. в направлении вперед). Поскольку в дальней зоне $x(y) \ll z$, то в направлении вперед имеем

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \approx z + \frac{x^2 + y^2}{2z}. \quad (5.87)$$

Осуществляя в направлении вперед суперпозицию падающего и рассеянного электрических полей, получаем

$$E_r^i + E_r^s \approx E_r^i \left\{ 1 + \frac{S_1(0)}{ikz} e^{-ik(x^2 + y^2)/2z} \right\}. \quad (5.88)$$

Полная плотность потока в дальней зоне в направлении вперед будет тогда пропорциональна

$$|E_r^i + E_r^s|^2 \approx |E_r^i|^2 \left\{ 1 + \frac{2}{kz} \operatorname{Re} \left[\frac{S_1(0)}{i} e^{-ik(x^2 + y^2)/2z} \right] \right\}, \quad (5.89)$$

где $\operatorname{Re}[\]$ означает вещественную часть аргумента (отметим, что $z \gg x$ и y).

Интегрируя полную плотность потока по сечению сферы радиусом $r = a$, получаем полную мощность общего «изображения» сферы:

$$\frac{1}{|E_r^i|^2} \iint |E_r^i + E_r^s|^2 dx dy = \pi a^2 + \sigma_e, \quad (5.90)$$

где πa^2 — поперечное сечение сферы. Физическая интерпретация σ_e состоит в том, что полный поток света, идущего в направлении вперед и воспринимаемого каким-либо приемником, ослабляется сферой и это ослабление таково, как если бы была закрыта часть σ_e площади объектива. Двойной интеграл по $dx dy$, с помощью которого определяется величина σ_e , содержит два интеграла Френеля, и если допустить, что пределы интегрирования расширены до $\pm \infty$, можно получить

$$\iint_{-\infty}^{\infty} e^{-ik(x^2 + y^2)/2z} dx dy = \frac{2\pi z}{ik}. \quad (5.91)$$

Таким образом, поперечник ослабления будет описываться выражением

$$\sigma_e = (4\pi/k^2) \operatorname{Re}[S(0)]. \quad (5.92)$$

Отметим здесь, что в направлении вперед

$$S_1(0) = S_2(0) = S(0) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(a_n + b_n). \quad (5.93)$$

Тот факт, что имеется лишь один член $S(0)$, можно объяснить симметрией рассеяния вперед, при котором ослабление не зависит от состояния поляризации падающего света. Следует отметить, что формула (5.92) справедлива лишь для изотропной однородной сферы. Далее, определим эффективность ослабления сферой радиусом $r = a$ как

$$Q_e = \frac{\sigma_e}{(\pi a^2)} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re} [a_n + b_n], \quad (5.94)$$

где x , как и было указано ранее, называется *параметром размера* ($x = ka$).

Выражение для поперечника рассеяния можно вывести с помощью следующих операций. Согласно формуле (5.80), плотность потока света, рассеянного в произвольном направлении, есть

$$F(\theta, \varphi) = \frac{F_0}{k^2 r^2} [i_2(\theta) \cos^2 \varphi + i_1(\theta) \sin^2 \varphi], \quad (5.95)$$

причем $F_0 = 1$ (единичная амплитуда падающей волны). Полный поток (или мощность) рассеянного света описывается тогда как

$$f = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \varphi) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (5.96)$$

где $\sin \theta d\theta d\varphi$ — дифференциал телесного угла $d\Omega$, а $r^2 d\Omega$ — дифференциал площади. Таким образом, поперечник рассеяния может быть определен как

$$\sigma_s = \frac{f}{F_0} = \frac{\pi}{k^2} \int_0^{\pi} [i_1(\theta) + i_2(\theta)] \sin \theta d\theta. \quad (5.97)$$

Точно так же, как и в случае ослабления, мы определим эффективность рассеяния сферой

$$Q_s = \frac{\sigma_s}{\pi a^2} = \frac{1}{x^2} \int_0^{\pi} [i_1(\theta) + i_2(\theta)] \sin \theta d\theta. \quad (5.98)$$

Отметим (см. приложение 1) следующие свойства ортогональности и рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра:

$$\begin{aligned} & \int_0^{\pi} \left(\frac{dP_n^1}{d\theta} \frac{dP_m^1}{d\theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} P_n^1 P_m^1 \right) \sin \theta d\theta = \\ & = \begin{cases} 0 & \text{при } n \neq m, \\ \frac{2n(n+1)(n+1)!}{(2n+1)(n-1)!} & \text{при } n = m \end{cases} \end{aligned} \quad (5.99)$$

и

$$\int_0^{\pi} \left(\frac{P_n^1}{\sin \theta} \frac{dP_m^1}{d\theta} + \frac{P_m^1}{\sin \theta} \frac{dP_n^1}{d\theta} \right) \sin \theta d\theta = [P_n^1(\theta) P_m^1(\theta)]_0^{\pi} = 0. \quad (5.100)$$

С помощью этих двух соотношений эффективность рассеяния может быть оценена следующим образом:

$$Q_s = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2). \quad (5.101)$$

Наконец, поперечник поглощения и соответствующая эффективность для сферы могут быть рассчитаны исходя из соотношений

$$\sigma_a = \sigma_e - \sigma_s, \quad Q_a = Q_e - Q_s. \quad (5.102)$$

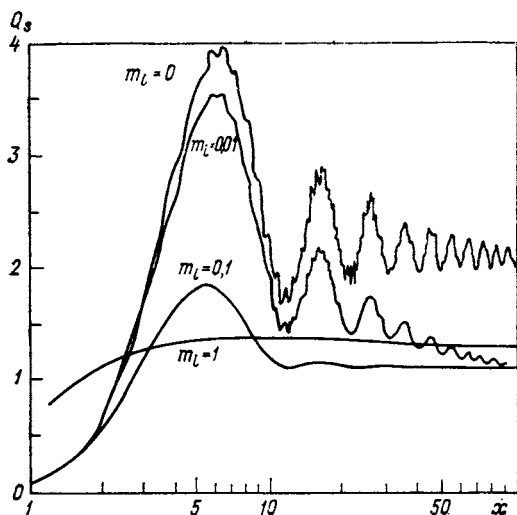


Рис. 5.3. Зависимость фактора эффективности рассеяния Q_s от параметра размера $x = 2\pi a/\lambda$. По Хансену и Трэвису [46].

Для поглощающей сферы удобно определить коэффициент преломления в виде $m = m_r - im_i$, где m_r и m_i — вещественная и мнимая части показателя преломления.

На рис. 5.3 показана зависимость фактора эффективности рассеяния Q_s от параметра размера x при $m_r = 1,33$ для различных значений m_i . При $m_i = 0$, т. е. для идеального отражателя, поглощение отсутствует, так что $Q_s = Q_e$. В этом случае на графике появляются значительные максимумы и минимумы, а также «рябь». Большие максимумы и минимумы связаны с интерференцией дифрагированного и пропущенного сферой излучения, тогда как рябь возникает из-за эффекта краевых лучей, которые скользят по краям сферы, рассеивая энергию во все стороны. Эффективность рассеяния Q_s (или Q_e) быстро растет до тех пор, пока параметр размера не достигает значения примерно 5, а затем приближается к асимптотическому значению 2. Отсюда следует, что количество энергии, выводимое большей частицей из падающего пучка света, вдвое больше перехватываемого ее геометрическим поперечником. Выводимое из падающего пучка излучение включает дифрагированную составляющую, проходящую мимо ча-

стицы, а также свет, рассеянный за счет отражения и рефракции внутри частицы (см. п. 5.6). Как рябь, так и большие максимумы и минимумы затухают по мере увеличения поглощения частицей.

При отсутствии поглощения эффективность рассеяния может быть разложена в ряд по членам разложения коэффициентов рассеяния a_n и b_n . Этот ряд имеет вид [93]

$$Q_s = \frac{8x^4}{3} \left(\frac{m_r^2 - 1}{m_r^2 + 2} \right)^2 \left[1 + \frac{6}{5} x^2 \left(\frac{m_r^2 - 1}{m_r^2 + 2} \right) + \right. \\ \left. + x^4 \left\{ \frac{3}{175} \frac{m_r^6 + 41m_r^4 - 284m_r^2 + 284}{(m_r^2 + 2)^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{900} \left(\frac{m_r^2 + 2}{2m_r^2 + 3} \right)^2 [15 + (2m_r^2 + 3)^2] \right\} + \dots \right]. \quad (5.103)$$

Первый член описывает вклад дипольного момента, т. е. рэлеевского рассеяния. Он совпадает с выражением, приведенным в (3.65), если в указанном уравнении величину πa^2 разделить на поперечник рассеяния; заметим, что $N_s = 1/V$, где ($V = 4/3\pi a^3$) — объем частицы.

5.5 ФАЗОВАЯ МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ

На основе параметров Стокса, введенных уравнением (3.42), теперь можно описать векторы напряженности электрического поля падающего и рассеянного излучения, выраженные в уравнении (5.83) через составляющие интенсивности. Если индексом 0 обозначить падающую составляющую, то можно показать, что

$$\begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} I_0 \\ Q_0 \\ U_0 \\ V_0 \end{bmatrix}, \quad (5.104)$$

где

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{12} & M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} & -M_{34} \\ 0 & 0 & M_{34} & M_{33} \end{bmatrix}, \quad (5.105)$$

и

$$M_{11} = \frac{1}{2k^2 r^2} [S_1(\theta) S_1^*(\theta) + S_2(\theta) S_2^*(\theta)], \\ M_{12} = \frac{1}{2k^2 r^2} [S_2(\theta) S_2^*(\theta) - S_1(\theta) S_1^*(\theta)], \\ M_{33} = \frac{1}{2k^2 r^2} [S_2(\theta) S_1^*(\theta) + S_1(\theta) S_2^*(\theta)], \\ -M_{34} = \frac{1}{2k^2 r^2} [S_1(\theta) S_2^*(\theta) - S_2(\theta) S_1^*(\theta)]. \quad (5.106)$$

Здесь \mathbf{M} — матрица преобразования для единичной сферы. Для падающего неполяризованного света ($Q_0 = U_0 = V_0 = 0$) уравнение (5.104) сводится к уравнению (5.84).

С помощью матрицы преобразования мы можем определить так называемую фазовую матрицу

$$\mathbf{M}(\theta) = \mathbf{C}\mathbf{P}(\theta), \quad (5.107)$$

причем

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{P_{11}(\theta)}{4\pi} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi = 1. \quad (5.108)$$

Из уравнений (5.107) и (5.108) видно, что

$$\mathbf{C} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \mathbf{M}_{11}(\theta) \sin\theta \, d\theta = \frac{1}{4k^2 r^2} \int_0^{\pi} [i_1(\theta) + i_2(\theta)] \sin\theta \, d\theta. \quad (5.109)$$

В соответствии с определением поперечника рассеяния по формуле (5.97) множитель пропорциональности \mathbf{C} будет описываться выражением

$$\mathbf{C} = \sigma_s / (4\pi r^2). \quad (5.110)$$

Таким образом,

$$\frac{P_{11}}{4\pi} = \frac{1}{2k^2 \sigma_s} (i_1 + i_2) = \frac{1}{2} \left(\frac{P_1}{4\pi} + \frac{P_2}{4\pi} \right), \quad (5.111a)$$

$$\frac{P_{12}}{4\pi} = \frac{1}{2k^2 \sigma_s} (i_2 - i_1) = \frac{1}{2} \left(\frac{P_2}{4\pi} - \frac{P_1}{4\pi} \right), \quad (5.111b)$$

$$\frac{P_{33}}{4\pi} = \frac{1}{2k^2 \sigma_s} (i_3 + i_4), \quad (5.111v)$$

$$-\frac{P_{34}}{4\pi} = \frac{1}{2k^2 \sigma_s} (i_4 - i_3), \quad (5.111r)$$

где

$$i_1 = S_1 S_1^* = |S_1|^2, \quad (5.112a)$$

$$i_2 = S_2 S_2^* = |S_2|^2, \quad (5.112b)$$

$$i_3 = S_2 S_1^*, \quad (5.112v)$$

$$i_4 = S_1 S_2^*. \quad (5.112r)$$

Фазовая матрица рассеяния для однородной сферы представляется тогда как

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & -P_{34} \\ 0 & 0 & P_{34} & P_{33} \end{bmatrix}. \quad (5.113)$$

В общем если ничего не известно о форме и положении рассеивателя, то в фазовую матрицу рассеяния следует включать 16 независимых элементов. Ясно, что для единичной сферы количество независимых элементов сводится к четырем. Зависимость функций

P_1 и P_2 от угла рассеяния при $m_r = 1,5$ и $x = 60$ показана на рис. 5.4. Фазовые функции (индикатрисы рассеяния) частицы Ми характеризуются сильным рассеянием вперед; заметно также значительное рассеяние назад. В распределении рассеянного излучения имеются резкие флуктуации, обусловленные интерференционными эффектами, которые в свою очередь зависят от параметра размера. Очевидно, что поведение частицы Ми при рассеянии сильно отличается от поведения рэлеевской молекулы, описанной в п. 3.7. Поскольку сферическая частица симметрична по отношению к падающему свету, картина рассеяния также симметрична в интервалах $(0, 180^\circ)$ и $(180, 360^\circ)$. Поэтому индикатрису рассеяния Ми можно представлять полярной диаграммой, аналогичной представленным на рис. 3.13 и 1.4. На рис. 5.4 показана также зависимость P_{33} и P_{34} от угла рассеяния. Величина P_{33} ведет себя аналогично P_1 и P_2 , но принимает также и отрицательные значения, обусловленные различиями в значениях поперечных компонентов S_1 и S_2 .

Все изложенное выше относится к рассеянию электромагнитных волн отдельной однородной сферой. Теперь обобщим построенную теорию на случай совокупности облачных или аэрозольных частиц с тем, чтобы получить практически приложимые формулы для расчета параметров ослабления и индикатрис рассеяния. Мы полагаем, что частицы достаточно удалены друг от друга, т. е. расстояние между ними много больше длины волны падающего излучения. В таком случае можно рассмотреть рассеяние одной частицей без учета влияния других. Отсюда следует, что можно суммировать интенсивности излучения, рассеянного разными частицами, без учета фаз рассеянных волн. Такой характерный тип рассеяния называется *независимым рассеянием*. Последующие рассуждения основаны именно на понятии независимого рассеяния.

Рассмотрим совокупность облачных частиц, спектр размеров которых может быть описан распределением $dn(a)/da$ (в единицах, например, $\text{см}^{-3} \cdot \text{мкм}^{-1}$). Положим, что размеры частиц составляют от a_1 до a_2 ; тогда полное число частиц есть

$$N = \int_{a_1}^{a_2} \frac{dn(a)}{da} da. \quad (5.114)$$

При заданном распределении частиц по размерам можно определить параметры ослабления и рассеяния для совокупности частиц. Коэффициенты ослабления и рассеяния (в единицах обратной длины) выражаются соответственно как

$$\beta_e = \int_{a_1}^{a_2} \sigma_e(a) \frac{dn(a)}{da} da, \quad (5.115)$$

$$\beta_s = \int_{a_1}^{a_2} \sigma_s(a) \frac{dn(a)}{da} da. \quad (5.116)$$

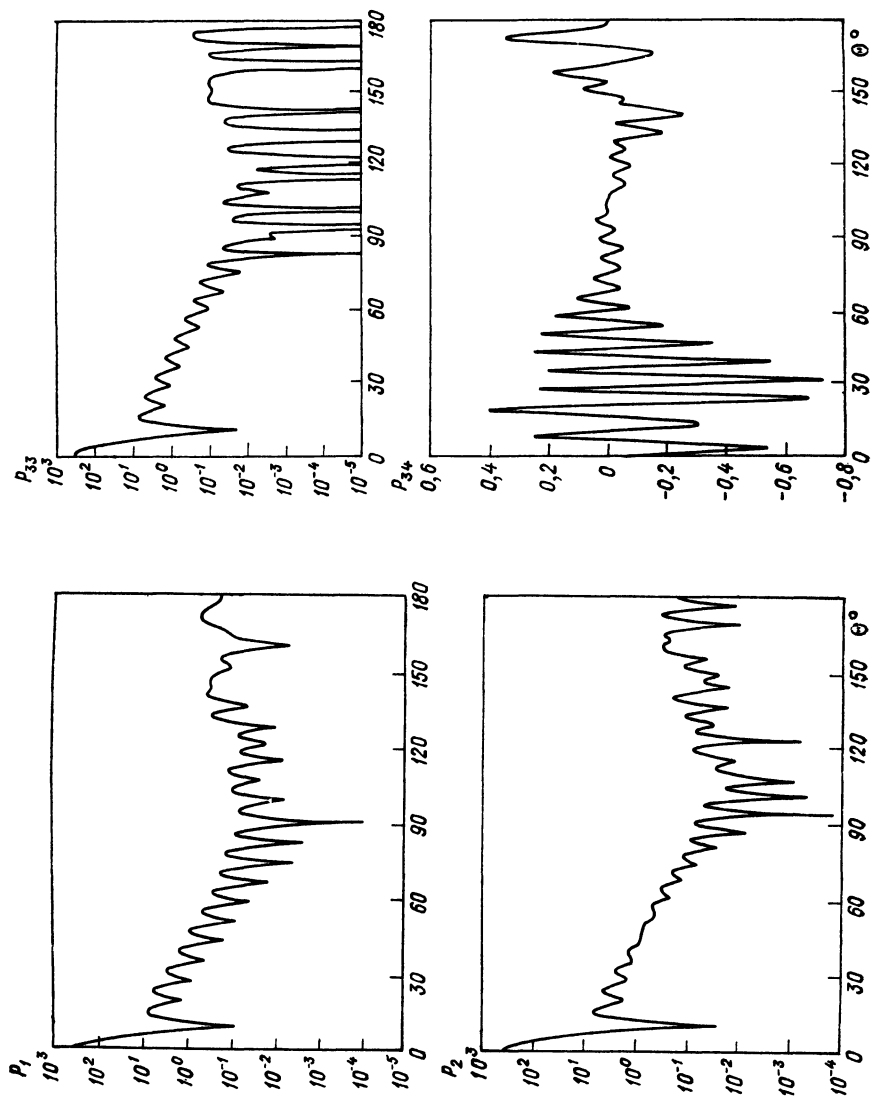


Рис. 5.4. Зависимость индикатрис рассеяния P_1 , P_2 , P_{33} , P_{34} от угла рассеяния θ .

Наконец, определим альbedo однократного рассеяния для совокупности частиц:

$$\tilde{\omega} = \beta_s / \beta_e. \quad (5.117)$$

Очевидно, что альbedo однократного рассеяния указывает на то, какая часть светового пучка подвергнется рассеянию в единичном акте рассеяния.

В заключение определим матрицу рассеяния для совокупности частиц. Поскольку матрица рассеяния является безразмерным физическим параметром, определяющим интенсивность и состояние поляризации для совокупности частиц в диапазоне размеров (a_1, a_2) , то она не зависит от распределения частиц по размерам $dn(a)/da$. Поэтому мы преобразуем уравнение (5.111а) и выполним интегрирование по размерам частиц. Тогда

$$\frac{P_{11}}{4\pi} \int_{a_1}^{a_2} \sigma_s \frac{dn(a)}{da} da = \frac{1}{2k^2} \int_{a_1}^{a_2} [i_1(a) + i_2(a)] \frac{dn(a)}{da} da. \quad (5.118)$$

Из уравнения (5.115) находим

$$\frac{P_{11}}{4\pi} = \frac{1}{2k^2\beta_s} \int_{a_1}^{a_2} [i_1(a) + i_2(a)] \frac{dn(a)}{da} da. \quad (5.119)$$

Аналогично получаем

$$\frac{P_{12}}{4\pi} = \frac{1}{2k^2\beta_s} \int_{a_1}^{a_2} [i_2(a) - i_1(a)] \frac{dn(a)}{da} da, \quad (5.120)$$

$$\frac{P_{33}}{4\pi} = \frac{1}{2k^2\beta_s} \int_{a_1}^{a_2} [i_3(a) + i_4(a)] \frac{dn(a)}{da} da, \quad (5.121)$$

$$\frac{P_{34}}{4\pi} = \frac{1}{2k^2\beta_s} \int_{a_1}^{a_2} [i_4(a) - i_3(a)] \frac{dn(a)}{da} da. \quad (5.122)$$

Заметим, что i_j ($j = 1, 2, 3, 4$) являются функциями радиуса частиц a , коэффициента преломления m , длины волны падающего излучения λ и угла рассеяния θ .

5.6 ЛУЧЕВАЯ ОПТИКА

Для расчетов углового распределения света, рассеянного при падении плоской электромагнитной волны на частицу, размеры которой много больше длины волны падающего света, могут применяться законы геометрической оптики. Такой расчет является приближением, основанным на допущении о том, что свет можно считать состоящим из отдельных локализованных лучей, которые распространяются по прямой линии; это асимптотический метод, который становится все более точным в пределе, когда отношение размеров частицы к длине волны приближается к бесконечности.

В понятиях лучевой оптики могут быть описаны такие процессы, как внешнее отражение лучей от частицы, а также преломление лучей внутри нее; последние могут либо поглощаться частицей, либо выходить из нее — иногда после нескольких внутренних отражений. Таким образом, полная энергия, рассеянная и поглощенная частицей, равна той, которая содержится в исходном пучке света и падает на поперечное сечение частицы.

Частицы, размеры которых значительно больше длины падающего излучения, кроме того, рассеивают свет за счет дифракции. В этом процессе энергия также выводится из световой волны,

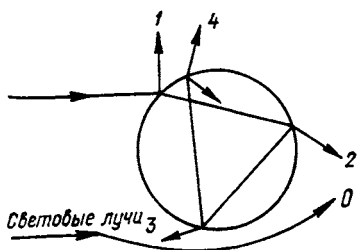


Рис. 5.5. Представление световых лучей, рассеянных сферой, в приближении лучевой оптики.

0 — дифракция, 1 — внешнее отражение, 2 — два преломления, 3 — одно внутреннее отражение, 4 — два внутренних отражения.

проходящей мимо частицы. Дифрагированное излучение концентрируется в узком лепестке вокруг направления вперед и, подобно геометрически отраженному и преломленному излучению, несет энергию, равную той, которая падает на частицу в пределах ее поперечника. В дальней зоне дифрагированная составляющая рассеянного света может быть приближенно описана теорией дифракции Фраунгофера. Картина дифракции зависит только от формы поперечного сечения частицы.

Термин *лучевая оптика* используется для описания как геометрического отражения и преломления, так и фраунгоферовой дифракции. Рис. 5.5 иллюстрирует геометрические представления, связанные с вкладом различных процессов в интенсивность света, рассеянного большой сферой. Ниже мы обсудим теоретические основы подхода к геометрической оптике и дифракции.

5.6.1 Дифракция: венцы

Здесь мы представим теоретическое обоснование явления дифракции на основе принципа Бабиня, согласно которому картина дифракции в дальней зоне, т. е. дифракции Фраунгофера, одинакова как для круглого отверстия, так и для непрозрачной сферы или диска такого же радиуса. Пусть ось Z — направление распространения падающего света. Будем искать волновое возмущение в точке P , удаленной от геометрической апертуры A . В соответствии с рис. 5.6 расстояния от точки P до точки $O'(x, y)$, лежащей в пределах площади апертуры, а также до точки начала координат O обозначены соответственно как r и r_0 . Тогда раз-

ность фаз волновых возмущений, приходящих в точку P из точек O и O' , определяется как

$$\delta = k(r - r_0) = k(x \cos \varphi + y \sin \varphi) \sin \theta, \quad (5.123)$$

где $k = 2\pi/\lambda$, а λ — длина волны.

В дальней зоне световое волновое возмущение в точке P может быть выведено из теории дифракции Фраунгофера и имеет вид

$$u_P = -\frac{iu_0}{r\lambda} \iint_A e^{-ikr} dx dy, \quad (5.124)$$

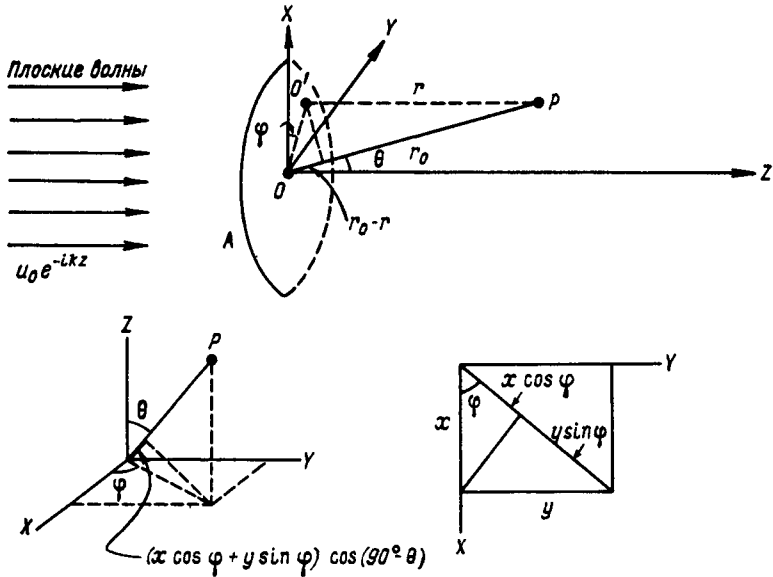


Рис. 5.6. Дифракция на круговой апертуре площадью A .

Показана также геометрическая связь между разностью фаз и системами координат.

где u_0 — возмущение в исходной волне длиной λ в точке O на плоскости волнового фронта. С помощью уравнения (5.123) можно получить выражение

$$u_P = -\frac{iu_0}{r\lambda} e^{-ikr_0} \iint_A e^{-ik(x \cos \varphi + y \sin \varphi) \sin \theta} dx dy. \quad (5.125)$$

Для круговой апертуры удобно поменять прямоугольную систему координат на полярную (ρ, ψ) , так что $x = \rho \cos \psi$ и $y = \rho \sin \psi$. Таким образом, имеем

$$u_P = -\frac{iu_0}{r\lambda} e^{-ikr_0} \int_0^{2\pi} \int_0^a e^{-ik\rho \cos(\psi - \varphi) \sin \theta} \rho d\rho d\psi. \quad (5.126)$$

Заметим, что функция Бесселя нулевого порядка выражается соотношением

$$J_0(y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-iy \cos \alpha} d\alpha, \quad (5.127)$$

которое приводит к выражению

$$u_P = -\frac{i u_0}{r\lambda} e^{-ikr_0} 2\pi \int_0^a J_0(k\rho \sin \theta) \rho d\rho. \quad (5.128)$$

Кроме того, существует хорошо известное рекуррентное соотношение для функций Бесселя:

$$\frac{d}{dy} [yJ_1(y)] = yJ_0(y), \quad (5.129)$$

или

$$\int_0^y y' J_0(y') dy' = yJ_1(y). \quad (5.130)$$

Из уравнений (5.128) и (5.130) следует, что

$$u_P = -\frac{i u_0}{r\lambda} e^{-ikr_0} A \frac{2J_1(x \sin \theta)}{x \sin \theta}, \quad (5.131)$$

где $(A = \pi a^2)$ — площадь геометрической тени, а $(x = ka)$ — параметр размера. Таким образом, интенсивность рассеянного излучения связана с интенсивностью падающего излучения $I_0 = |u_0|^2$ выражением

$$I_P = |u_P|^2 = I_0 \frac{i_P}{k^2 r^2}, \quad (5.132)$$

где так же, как и в теории рассеяния Ми для единичной сферы, введено угловое распределение интенсивности за счет дифракции:

$$i_P = \frac{x^4}{4} \left[\frac{2J_1(x \sin \theta)}{x \sin \theta} \right]^2. \quad (5.133)$$

Ясно, что дифракция зависит от параметра размера, а не от коэффициента преломления.

На рис. 5.7 приведен график зависимости $D^2 = [2J_1(y)/y]^2$ от y . Эта функция имеет главный максимум, который достигается при $y = 0$ (т. е. при $\theta = 0$) и равен 1. С ростом y функция осциллирует при постепенном уменьшении амплитуды. (Напомним, что θ — угол рассеяния, характеризующий угол между направлениями падающей и рассеянной волн.) Если $J_1(y) = 0$, то и $D^2 = 0$; эта связь определяет положение минимумов на дифракционной картине. Положения максимумов соответствуют тем значениям y , которые удовлетворяют уравнению

$$\frac{d}{dy} \{J_1(y)/y\} = 0. \quad (5.134)$$

Эти максимумы и минимумы приведены в табл. 5.1. Положение минимумов (темных колец) может быть приближенно определено по соотношению

$$y = ka \sin \theta = (n + 0,22) \pi \quad (5.135)$$

или

$$\sin \theta = (n + 0,22)\lambda/(2a) \quad (5.136)$$

при $n = 1, 2, \dots$

Первый максимум при $y = 0$ обычно недоступен для наблюдения, поскольку источник имеет конечные размеры. Поэтому, первое наблюдаемое кольцо максимума дифракции соответствует $y = 5,136$.

Развитая выше теория дифракции на единичной сфере может быть использована для объяснения известного оптического явления — так называемых венцов. Венцы — это свечение вокруг Луны, Солнца и других самосветящихся объектов, которое часто возникает при наблюдении этих объектов сквозь туман или тонкое облако. Как правило, венцы имеют форму круга, причем эти круги концентричны со светящимся объектом и расположены в несколько рядов вокруг него. Обычно они имеют очень яркий белый или голубовато-белый цвет с красноватым или коричневатым оттенком, причем цвета размазаны из-за сильного белого света. Было зарегистрировано до четырех колец венцов, хотя вокруг Солнца и Луны чаще всего наблюдается лишь одно. Тонкие облака могут создавать венцы только тогда, когда они состоят из частиц одинакового размера, т. е. *монодисперсны*. С помощью выведенной выше теории дифракции можно оценить угловое расположение венцов, если известна длина волны падающего света

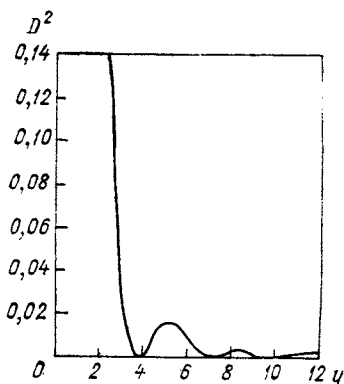


Рис. 5.7. Зависимость относительной дифракции D^2 от параметра $y = x \sin \theta$.

ТАБЛИЦА 5.1 *Положения первых максимумов и минимумов на дифракционной картине*

y	D^2	Максимум или минимум
0	1	Максимум
3,832	0	Минимум
5,136	0,0175	Максимум
7,016	0	Минимум
8,417	0,0042	Максимум
10,174	0	Минимум
11,620	0,0016	Максимум

и средний размер частиц. Из соотношения (5.136) видно, что красный свет (с большей длиной волны) должен наблюдаться на внешней стороне кольца, тогда как голубой и зеленый — внутри него. Очевидно также, что угловая ширина кольца зависит от диаметра частиц. Эти выводы теоретического анализа согласуются с результатами наблюдений.

5.6.2 Геометрическое отражение и преломление: радуги и гало

При падении плоской волны на границу раздела между двумя однородными средами с различными оптическими свойствами она разбивается на две составляющие: прошедшую, распространяющуюся

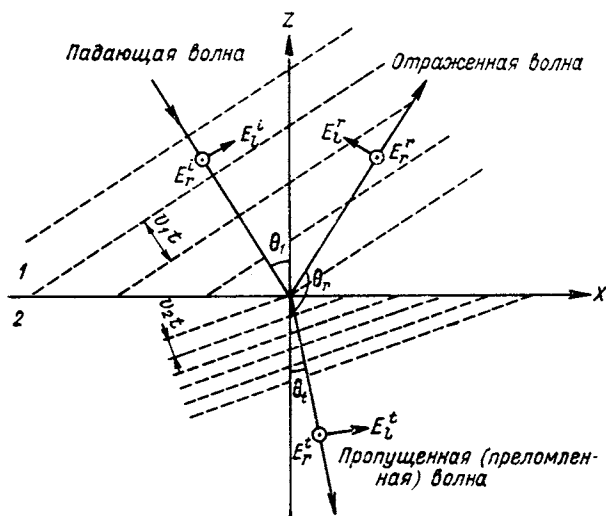


Рис. 5.8. Отражение и преломление плоской волны.

Показаны положительные направления параллельных (l) составляющих векторов напряженности электрического поля; перпендикулярные составляющие (r) входят под прямым углом в опорную плоскость.

щуюся внутрь второй среды, и отраженную, движущуюся обратно в первую среду. Всегда можно выделить из части фронта волны, падающей на плоскость, узкий пучок, значительно меньший общей площади фронта. Такой пучок называется *лучом*, и это понятие служит основой геометрической оптики. Пусть v_1 и v_2 — скорости распространения излучения в двух средах ($v_1 > v_2$) и пусть θ_i и θ_t — углы, соответствующие падающей и преломленной волнам. С учетом рис. 5.8 находим, что

$$\sin \theta_i / \sin \theta_t = v_1 / v_2 = m, \quad (5.137)$$

где m — коэффициент преломления второй среды по отношению к первой. Это соотношение — закон Снелла, связывающий углы падения и преломления с помощью коэффициента преломления.

Пусть \mathbf{E}^i — вектор электрического поля падающей волны. Как показано на рис. 5.8, составляющие электрического поля падающей волны, перпендикулярная (r) и параллельная (l) плоскости,

содержащей падающую и преломленную волны, записываются в прямоугольных координатах следующим образом:

$$\begin{aligned} E_x^i &= -E_i^i \cos \theta_i, \\ E_y^i &= E_i^i, \\ E_z^i &= E_i^i \sin \theta_i. \end{aligned} \quad (5.138)$$

Используя уравнения Максвелла, можно показать, что связь между электрическим и магнитным векторами определяется выражением $\mathbf{H} = \sqrt{\epsilon a} \times \mathbf{E}$ или $\mathbf{E} = -\sqrt{1/\epsilon a} \times \mathbf{H}$, где \mathbf{a} — единичный вектор в направлении распространения. Таким образом, имеем следующие составляющие магнитного вектора ($\mu \approx 1$, $m = \sqrt{\epsilon}$):

$$\begin{aligned} H_x^i &= -E_i^i \cos \theta_i m_1, \\ H_y^i &= -E_i^i m_1, \\ H_z^i &= E_i^i \sin \theta_i m_1, \end{aligned} \quad (5.139)$$

где m_1 — коэффициент преломления первой среды по отношению к вакууму.

Аналогичным образом, если обозначить пропущенный (преломленный) и отраженный электрические векторы через \mathbf{E}^t и \mathbf{E}^r , можно получить следующие соотношения:

$$\begin{aligned} E_x^t &= -E_i^t \cos \theta_t, & H_x^t &= -E_i^t \cos \theta_t m_2, \\ E_y^t &= E_i^t, & H_y^t &= -E_i^t m_2, \\ E_z^t &= E_i^t \sin \theta_t, & H_z^t &= E_i^t \sin \theta_t m_2; \end{aligned} \quad (5.140)$$

$$\begin{aligned} E_x^r &= -E_i^r \cos \theta_r, & H_x^r &= -E_i^r \cos \theta_r m_1, \\ E_y^r &= E_i^r, & H_y^r &= -E_i^r m_1, \\ E_z^r &= E_i^r \sin \theta_r, & H_z^r &= E_i^r \sin \theta_r m_1, \end{aligned} \quad (5.141)$$

где m_2 — коэффициент преломления второй среды по отношению к вакууму. При этом учтена связь углов: $\theta_r = 180 - \theta_t$.

Граничные условия требуют, чтобы тангенциальные составляющие векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} были непрерывны. Отсюда получаем

$$\begin{aligned} E_x^i + E_x^r &= E_x^t, & H_x^i + H_x^r &= H_x^t, \\ E_y^i + E_y^r &= E_y^t, & H_y^i + H_y^r &= H_y^t. \end{aligned} \quad (5.142)$$

Подставляя выражения для всех составляющих в уравнение (5.142), получаем четыре соотношения:

$$\cos \theta_t (E_i^i - E_i^r) = \cos \theta_t E_i^t, \quad (5.143a)$$

$$E_i^r + E_i^r = E_i^t, \quad (5.143б)$$

$$m_1 \cos \theta_t (E_i^r - E_i^r) = m_2 \cos \theta_t E_i^t, \quad (5.143в)$$

$$m_1 (E_i^i + E_i^r) = m_2 E_i^t. \quad (5.143г)$$

Согласно этим уравнениям, решение для составляющих отраженной и пропущенной волн имеет вид

$$E_i^r = R_2 E_i^i, \quad E_i^t = T_2 E_i^i, \quad E_r^r = R_1 E_r^i, \quad E_r^t = T_1 E_r^i, \quad (5.144)$$

где амплитудные коэффициенты описываются следующими выражениями:

$$R_1 = \frac{\cos \theta_i - m \cos \theta_t}{\cos \theta_i + m \cos \theta_t}, \quad R_2 = \frac{m \cos \theta_i - \cos \theta_t}{m \cos \theta_i + \cos \theta_t},$$

$$T_1 = \frac{2 \cos \theta_i}{\cos \theta_i + m \cos \theta_t}, \quad T_2 = \frac{2 \cos \theta_i}{m \cos \theta_i + \cos \theta_t}, \quad (5.145)$$

причем ($m = m_2/m_1$) — коэффициент преломления второй среды по отношению к первой. Уравнения (5.145) называются *формулами Френеля* — в честь ученого, впервые выведшего их в 1823 г. При наличии поглощения амплитудные коэффициенты значительно усложняются, однако их можно вывести путем прямого математического анализа (см. упражнение 5.8).

Что касается энергии, то с помощью векторного уравнения Пойнтинга (3.33), учитывая связь векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} , можно получить, что плотность потока $|\mathbf{S}| = (c/4\pi) \sqrt{\epsilon} |\mathbf{E}|^2$, ($\mu = 1$). Иначе говоря, количество энергии, падающей, отраженной и пропущенной через единицу площади границы раздела в единицу времени, описывается как

$$F^i = |\mathbf{S}^i| \cos \theta_i = (c/4\pi) m_1 |E^i|^2 \cos \theta_i,$$

$$F^r = |\mathbf{S}^r| \cos \theta_i = (c/4\pi) m_1 |E^r|^2 \cos \theta_i,$$

$$F^t = |\mathbf{S}^t| \cos \theta_t = (c/4\pi) m_2 |E^t|^2 \cos \theta_t. \quad (5.146)$$

Таким образом, части общего количества падающей энергии, отраженная и пропущенная в пределах каждой из двух различным образом поляризованных составляющих, пропорциональны величинам $R_{1,2}^2$ и $T_{1,2}^2 m \cos \theta_t / \cos \theta_i$. Можно легко убедиться в том, что $R_{1,2}^2 + T_{1,2}^2 m \cos \theta_t / \cos \theta_i = 1$. Это согласуется с принципом сохранения энергии. Следовательно, пропущенная (или преломленная) часть энергии может быть представлена в виде $(1 - R_{1,2}^2)$.

Рассмотрим теперь большую сферу. Обозначим внешнее отражение как $\mathcal{P} = 0$, два преломления — как $\mathcal{P} = 1$, а внутренние отражения — как $\mathcal{P} \geq 2$. Определим амплитудные коэффициенты:

$$\varepsilon_1 = R_1 \quad \text{при } \mathcal{P} = 0,$$

$$\varepsilon_1 = (1 - R_1^2)^{1/2} (-R_1)^{\mathcal{P}-1} (1 - R_1^2)^{1/2} \quad \text{при } \mathcal{P} \geq 1, \quad (5.147)$$

где R_1 — амплитудный коэффициент в случае внутреннего отражения. Эти определения приложимы также и в случае $l(2)$, т. е. при другой поляризации.

Обсудим теперь эффект воздействия кривизны поверхности на интенсивность отраженного и преломленного излучения. Рассмотрим

рим пучок света, характеризуемый углами $d\theta_i$ и $d\varphi$, где φ — азимут. Обозначим начальную интенсивность пучка света, плоскополяризованного в одном из двух главных направлений, через I_0 . Тогда поток энергии, содержащейся в этом пучке, равен $I_0 a^2 \cos \theta_i \sin \theta_i d\theta_i d\varphi$, где a — радиус сферы. Этот поток делится на части последовательными отражениями и преломлениями. На большом расстоянии r от сферы выходящий из нее пучок расходится, занимая телесный угол $\sin \theta d\theta d\varphi$. В результате интенсивность рассеянного излучения можно описать как

$$I_r = \frac{\varepsilon_1^2 I_0 a^2 \cos \theta_i \sin \theta_i d\theta_i d\varphi}{r^2 \sin \theta d\theta d\varphi}. \quad (5.148)$$

Выходящий из сферы пучок света характеризуется узким углом d_θ вокруг направления рассеяния θ . С учетом рис. 5.9 выражение для полного отклонения от исходного направления принимает вид

$$\theta' = 2(\theta_i - \theta_t) + 2(\mathcal{P} - 1)(\pi/2 - \theta_t). \quad (5.149a)$$

Угол рассеяния, определенный в интервале $[0, \pi]$, может быть выражен как

$$\theta' = 2\pi n - q\theta, \quad (5.149b)$$

где n — целое число, а $q = \pm 1$. Отсюда

$$\frac{d\theta}{d\theta_i} = \left| \frac{d\theta'}{d\theta_i} \right| = 2 - 2\mathcal{P} \frac{\cos \theta_i}{m \cos \theta_t}. \quad (5.150)$$

Определим фактор расходимости за счет эффекта кривизны как

$$D = \frac{\cos \theta_t \sin \theta_i}{\sin \theta d\theta/d\theta_i}. \quad (5.151)$$

В результате из уравнения (5.148), верного также и при другом значении коэффициента l , получаем

$$I_{r, l} = \frac{I_0}{k^2 r^2} x^2 \varepsilon_{1, 2}^2 D. \quad (5.152)$$

Сравнивая данное выражение с результатами теории рассеяния Ми, можно найти, что

$$i_{1, 2} = x^2 \varepsilon_{1, 2}^2 D. \quad (5.153)$$

Радуги. Радуга является, пожалуй, самым известным явлением в атмосферной оптике. Она всегда служила источником вдохновения, рождала различные мифы и бросала вызов математикам и физикам. Обычно радугу можно увидеть летом ближе к вечеру после ливня. Радуги вызываются геометрическими отражениями солнечных лучей внутри капель дождя. Солнечные лучи испытывают внутри капли минимальное отклонение от первоначального направления и создают при некотором данном угле максимум интенсивности, значительно превосходящий интенсивность излучения под соседними углами.

Для оценки углов, под которыми образуются радуги, вернемся к уравнению, описывающему полное отклонение луча от первоначального направления.

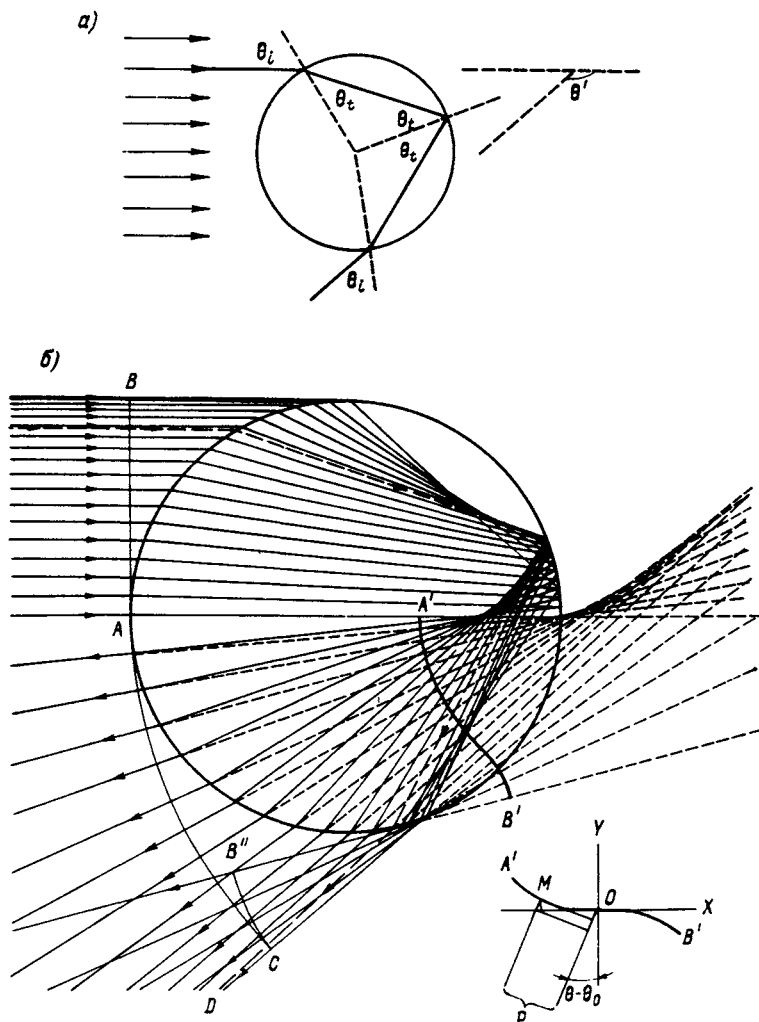


Рис. 5.9. Геометрическое отражение и преломление световых лучей сферой и определение угла отклонения (а); преломление и отражение световых лучей, образующих поверхность плоской волны, в сферической капле воды (б). По Хэмфрису [54].

чального направления. Минимальное отклонение пучка лучей можно найти дифференцированием уравнения (5.149) по углу падения и приравниванием результата к нулю. Таким образом, можно получить

$$\frac{d\theta'}{d\theta_i} = 0 = 2 \left(1 - \mathcal{P} \frac{d\theta_i}{d\theta_i} \right). \quad (5.154a)$$

Далее, дифференцирование уравнения, описывающего закон Снелла, приводит к

$$\frac{d\theta_i}{d\theta_t} = \frac{\cos \theta_i}{m \cos \theta_t}. \quad (5.155)$$

Отсюда следует, что

$$\mathcal{P} \cos \theta_i = m \cos \theta_t. \quad (5.1546)$$

Исключая из уравнения (5.1546) и уравнения Снелла угол преломления θ_t , получаем угол падения, при котором происходит минимальное отклонение, в виде

$$\cos^2 \theta_i = (m^2 - 1)/(\mathcal{P}^2 - 1), \quad \mathcal{P} > 2. \quad (5.156)$$

Если задан коэффициент преломления, можно оценить соответствующий минимальному отклонению угол падения при данном \mathcal{P} . Угол преломления и угол рассеяния также могут быть затем вычислены на основании закона Снелла и уравнений (5.149a) и (5.149б) соответственно. В табл. 5.2 представлены углы падения и рассеяния для радуг при различных значениях коэффициента преломления.

ТАБЛИЦА 5.2 Значения углов падения θ_i° и рассеяния θ° для глории и радуг

m	Глория ($\mathcal{P}=2$)		Радуга ($\mathcal{P}=2$)		Радуга ($\mathcal{P}=3$)		Радуга ($\mathcal{P}=4$)		Радуга ($\mathcal{P}=5$)	
	θ_i	θ	θ_i	θ	θ_i	θ	θ_i	θ	θ_i	θ
1,10	—	—	75	84	81	139	83	170	85	119
1,33	—	—	60	137	72	130	77	43	80	42
1,45	87	180	53	152	68	102	74	4	78	92
1,50	83	180	50	157	67	93	73	9	77	109
1,54	79	180	47	161	66	86	72	19	76	121
1,75	60	180	34	173	59	58	68	60	73	175
2,00	33	180	0	180	52	35	63	94	69	140

С минимальным отклонением луча, кроме радуг, связано еще одно физическое явление — глория, возникающая при $\theta = 180^\circ$. Глории образуются лучами с $\mathcal{P} = 2$, когда коэффициент преломления составляет от $\sqrt{2}$ до 2. Следует отметить, что, поскольку коэффициент преломления для капель воды составляет около 1,33, геометрический анализ хода лучей не позволяет сделать вывод о возможности существования глории. То что глория действительно наблюдается на облаках, указывает на наличие серьезного расхождения между лучевой оптикой и теорией Ми. Было выдвинуто предположение о том, что глория образуется в результате обратного рассеяния краевых лучей и, очевидно, связана с возникающими на сфере волнами. В атмосфере часто наблюдаются первая ($\mathcal{P} = 2$) и вторая ($\mathcal{P} = 3$) радуги. Различные последова-

тельности цветов в радугах объясняются различиями в значениях коэффициента преломления капли для разных длин волн видимого света. При ярко выраженных радугах нередко видны и радуги более высоких порядков. Это интерференционное явление, которое наблюдается при преломлении света в капле и не может быть объяснено в рамках приближения лучевой оптики.

Приведенный выше анализ позволяет получить ответ лишь на вопрос о том, при каких углах могут возникать радуги. Геометрическая оптика, однако, не дает возможности оценить интенсивность радуг. Согласно уравнению (5.152), при минимальном отклонении интенсивность стремится к бесконечности. Приближение геометрической оптики предполагает, что в любой точке пространства волновые фронты полностью характеризуются положением своих нормалей и локальными радиусами кривизны. Следующим приближением более высокого порядка является понятие кубического фронта, которое приводит к теории Айри. Необходимо, однако, заметить, что, вычисляя интенсивность в рамках приближения геометрической оптики, мы получаем точные результаты вблизи углов, под которыми наблюдаются радуги, так что при соответствующей экстраполяции можно приближенно установить распределения интенсивности и для всей области указанных углов. Это будет продемонстрировано путем сравнения лучевой оптики и теории Ми.

Здесь мы также кратко изложим теорию радуг Айри. Поскольку дождевая капля сферична, достаточно рассмотреть только одну плоскость, в которой лежат центр капли и светящийся объект, и проследить за ходом лучей, падающих только на один из квадрантов круга, образованного сечением капли указанной плоскостью. Обратимся к рис. 5.9 б. Пусть AB — волновой фронт исходного параллельного пучка лучей. Этот пучок идет выше луча, проходящего через центр капли (осевого луча). Будем рассматривать только те лучи, которые претерпевают одно внутреннее отражение. (Заметим попутно, что последующие рассуждения носят общий характер, так что их можно многократно повторять, рассматривая последовательные внутренние отражения.) Штриховой линией на рисунке показан путь луча, испытывающего минимальное отклонение (луча Декарта), для капли с коэффициентом преломления, равным $\frac{4}{3}$. Поскольку отклонения лучей, падающих на каплю между лучом Декарта и осевым лучом, больше, чем отклонение луча Декарта, точки выхода этих лучей должны также лежать между этими двумя лучами. Аналогично лучи, лежащие между лучом Декарта и краевым лучом, должны испытывать большие отклонения, чем луч Декарта. В результате, хотя такие лучи покидают каплю за точкой выхода луча Декарта, в конце концов они попадают между ним и осевым лучом. Таким образом, лучи света, испытавшие однократное внутреннее отражение, размыты и ослаблены на всех направлениях за исключением направлений, близких к направлению минимального отклонения. Эти лучи сосредоточены в области между лучом Декарта

и осевым лучом. Теперь волновой фронт описывается линией ACB'' .

Вблизи направления луча Декарта выходящий волновой фронт имеет форму $A'B'$. Путем тщательного геометрического анализа (см., например, [54]) можно показать, что в декартовых координатах волновой фронт описывается кубическим уравнением вида

$$y = hx^3/(3a^2), \quad (5.157)$$

где a — радиус капли, а параметр h определяется выражением

$$h = \frac{(\mathcal{P}^2 + 2\mathcal{P})^2}{(\mathcal{P} + 1)^2(m^2 - 1)} \left[\frac{(\mathcal{P} + 1)^2 - m^2}{m^2 - 1} \right]^{1/2}.$$

Уравнение (5.157) описывает кривую, которая близко воспроизводит ту часть волнового фронта, где образуются радуги.

Для оценки интенсивности радуги и ее вариаций с изменением углового расстояния от луча минимального отклонения рассмотрим график, представленный на рис. 5.9 б. Пусть O — точка перегиба выходящего кубического волнового фронта вблизи капли. Пусть, далее, θ_0 и θ — углы отклонения для луча Декарта и соседних с ним лучей, а P — удаленная точка в направлении $(\theta - \theta_0)$ от луча Декарта. Тогда оказывается, что разность фаз волн, проходящих через точки O и M и образующих возмущение в точке P , определяется выражением

$$\begin{aligned} \delta &= k [x \sin(\theta - \theta_0) - y \cos(\theta - \theta_0)] = \\ &= k \left[x \sin(\theta - \theta_0) - \frac{h}{3a^2} x^3 \cos(\theta - \theta_0) \right], \end{aligned} \quad (5.158)$$

где $k = 2\pi/\lambda$. Амплитуда волнового возмущения u_P пропорциональна результату интегрирования всех возможных колебаний, обусловленных разностью фаз вдоль оси:

$$u_P \sim \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -ik \left[x \sin(\theta - \theta_0) - \frac{h}{3a^2} x^3 \cos(\theta - \theta_0) \right] \right\} dx. \quad (5.159a)$$

Для оценки этого интеграла достаточно использовать косинусное представление, так что если положить

$$(2h/3a^2\lambda) x^3 \cos(\theta - \theta_0) = t^3/2, \quad (2x/\lambda) \sin(\theta - \theta_0) = zt/2, \quad (5.160a)$$

то окажется, что амплитуда задается выражением

$$u_P \sim 2 \left[\frac{3a^2\lambda}{4h \cos(\theta - \theta_0)} \right]^{1/3} f(z), \quad (5.159b)$$

а интенсивность $I = u_P^2$, причем $f(z)$ — интеграл радуги по Айри — определяется как

$$f(z) = \int_0^{\infty} \cos \frac{\pi}{2} (zt - t^3) dt. \quad (5.161)$$

Из уравнения (5.160а) получаем

$$z^3 = \frac{48a^2}{h\lambda^2} \frac{\sin^3(\theta - \theta_0)}{\cos(\theta - \theta_0)}, \quad (5.160б)$$

что при малых значениях $(\theta - \theta_0)$ пропорционально $(\theta - \theta_0)^3$. Таким образом, если рассматривать лишь малые углы отклонения от луча Декарта, то можно получить

$$z \approx \left(\frac{48a^2}{h\lambda^2}\right)^{1/3} (\theta - \theta_0). \quad (5.160в)$$

В табл. 5.3 представлены максимальные и минимальные значения z и $f^2(z)$ для данной длины волны и различных размеров капли. Заметим, что первый максимум (главная радуга) не совпадает с $z = 0$, т. е. с геометрическим положением первичной радуги ($\theta = 138^\circ$). Кроме того, следует указать на то, что абсолютная интенсивность по теории Айри может быть получена путем сравнения результатов геометрической оптики и величины $f^2(z)$ при больших z .

ТАБЛИЦА 5.3 *Максимумы и минимумы интеграла радуги*

Номер	Максимум		Минимум	
	z	$f^2(z)$	Номер	z
1	1,0845	1,005	1	2,4955
2	3,4669	0,615	2	4,3631
3	5,1446	0,510	3	5,8922
4	6,5782	0,450	4	7,2436
5	7,8685	0,412	5	8,4788
6	9,0599	0,384	6	9,6300
7	10,1774	0,362	7	10,7161
8	11,2364	0,345	8	11,7496
9	12,2475	0,330	9	12,7395
10	13,2185	0,318	10	13,6924

Гало. Высокие перистые облака в атмосфере состоят из ледяных кристаллов, как правило, гексагональной структуры. Поскольку концентрация частиц в ледяных облаках обычно низкая, эти облака кажутся полупрозрачными. Сквозь такой облачный покров можно ясно видеть солнечный или лунный диск. Благодаря большому разнообразию форм и ориентаций ледяных частиц в атмосфере можно наблюдать целый ряд захватывающих оптических явлений, а чаще всего гало вокруг Солнца и Луны.

Для нахождения положений гало мы можем воспользоваться сформулированной выше методикой прослеживания пути луча. Благодаря плоским поверхностям кристаллов отпадает надобность в учете эффекта кривизны при расчетах интенсивности рассеянного излучения.

Из рис. 5.10 видно, что если пучок света проходит через призму с углом A при вершине в плоскости, нормальной к преломляющей грани, то угол отклонения будет описываться выражением

$$\theta' = (\theta_t - \theta_i) + (\theta'_t - \theta'_i) = 2\theta'_t - A. \quad (5.162)$$

Минимальное отклонение происходит при

$$\frac{d\theta'}{d\theta_i} = 0 = 1 + \frac{d\theta'_t}{d\theta_i}.$$

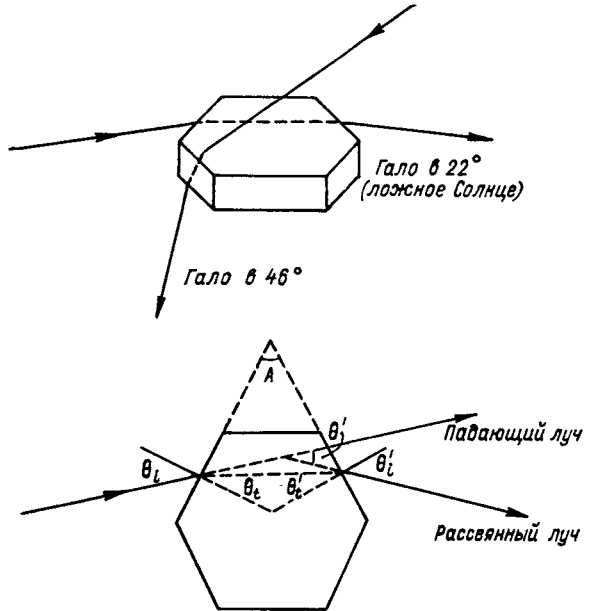


Рис. 5.10. Геометрическое отражение и преломление гексагональными кристаллами.

Поскольку $A = \theta_t + \theta'_t$, то, кроме того, имеем

$$1 + \frac{d\theta'_t}{d\theta_t} = 0.$$

Очевидным решением двух последних уравнений является $\theta'_t = \theta_t$ и $\theta'_i = \theta_t$. Таким образом, из соотношения (5.162) следует, что угол падения, при котором происходит минимальное отклонение, находится по формуле

$$\theta_i = \frac{1}{2} (\theta' + A). \quad (5.163a)$$

Далее, угол преломления при минимальном отклонении описывается выражением $\theta_t = A/2$. Используя закон Снелла, получаем

$$\sin\left[\frac{1}{2} (\theta' + A)\right] = m \sin \frac{1}{2} A. \quad (5.163b)$$

Это основное исходное соотношение для определения минимального отклонения при известных коэффициенте преломления и угле при вершине призмы. Как показано на рис. 5.10, углы при вершине призмы могут составлять 60, 90 и 120°. Однако из-за свойств функции синуса, а также поскольку коэффициент преломления льда в видимом диапазоне длин волн составляет примерно 1,31, угол при вершине призмы 120° не может обеспечивать минимального отклонения. Угловой радиус обычного гало составляет 22°, что указывает на преломление гексагональными призмами. Гало в 46° обусловлено преломлением прямоугольными призмами. Поскольку коэффициент преломления изменяется с длиной волны, белый свет разлагается на составляющие цвета, причем красный преломляется слабее всего, а синий — сильнее всего. Последовательность цветов обратна той, которая наблюдается в венцах. Эта особенность позволяет отличать капельно-жидкие облака от ледяных.

Тот факт, что гало наблюдаются в виде кругов, объясняется свойствами ориентации гексагональных призм. Согласно данным наблюдений, главная ось гексагональных пластинок и игл во время их падения ориентируется параллельно Земле. Пластинки и иглы постоянно вращаются вокруг своей горизонтальной оси, поэтому они случайным образом ориентированы в горизонтальной плоскости. Лучи света, достигающие слоя случайным образом ориентированных в горизонтальной плоскости столбиков или игл, будут образовывать гало в направлении кругового конуса с углом раствора, равным углу минимального отклонения, причем Солнце или Луна будут находиться в вершине конуса. Если Солнце находится близко к горизонту, при наличии тонких перистых облаков (иногда на той же высоте, что и Солнце) на угловом расстоянии более 22° от него наблюдаются окрашенные полосы. Это оптическое явление называется паргелиями в 22° или ложными Солнцами. Ложные Солнца — это лишь два ярких участка полного гало, поскольку мы не можем наблюдать других лучей Солнца, отклоненных облаками, находящимися выше над горизонтом. Внешние отражения от плоских горизонтальных поверхностей ледяных пластинок создают полосы белого света, которые могут находиться выше, ниже или одновременно выше и ниже Солнца; они называются солнечными столбами. Могут наблюдаться также разнообразные окрашенные дуги, образующиеся в результате преломления и отражения от ледяных кристаллов. Для определения их положения необходимо выполнить ряд сложных геометрических построений.

Поскольку ледяные кристаллы несферичны, очевидно, что развитая выше теория рассеяния Ми не может быть использована для расчета их поперечников рассеяния и ослабления, а также индикатрис рассеяния. Однако для понимания процессов переноса радиации в слоях перистой облачности эти параметры необходимы. Одним из подходов к сложной проблеме рассеяния излучения на ледяных кристаллах является использование описан-

ных выше методов лучевой оптики. Другой подход может состоять в экспериментальном определении рассеивающих свойств облаков из ледяных кристаллов, искусственно созданных в лабораторных условиях или в атмосфере. Ниже мы опишем эффекты, возникающие в процессах рассеяния на ледяных кристаллах.

5.6.3 Сравнение данных лучевой оптики и теории Ми для сфер

Для того чтобы сравнить результаты, полученные при описании процессов рассеяния с помощью лучевой оптики и теории Ми, мы введем понятие *усиления* G относительно изотропного рассеивателя. Это усиление определяется как отношение интенсивности рассеянного излучения к той интенсивности, которая наблюдалась бы в любом направлении в случае изотропного рассеяния частицей приходящей энергии. Таким образом, среднее усиление в полном телесном угле равно единице, т. е.

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} G_{1,2}(\theta) d\Omega = 1. \quad (5.164)$$

Подразумевается, что при изотропном рассеянии попадающая на сферу радиусом a энергия $I_0 \pi a^2$ равномерно распределяется по поверхности сферы $4\pi r^2$. Следовательно,

$$I_{1,2}(\theta) = \frac{I_0 \pi a^2}{4\pi r^2} G_{1,2}(\theta). \quad (5.165)$$

Из уравнения (5.84) находим, что

$$G_{1,2} = 4i_{1,2}/x^2. \quad (5.166)$$

Аналогичным образом можно вывести выражения для усиления за счет дифракции:

$$G^f = 4i_p/x^2, \quad (5.167)$$

где i_p определяется уравнением (5.133). Усиление за счет дифракции одинаково для перпендикулярной и параллельной составляющих.

Полное усиление, обусловленное дифракцией и геометрическими отражением и преломлением, теперь может быть выражено в виде

$$G_{1,2}^t = G^f + \sum_{\mathcal{P}=0}^N G_{1,2}^{\mathcal{P}}, \quad (5.168)$$

где геометрические отражение и преломление обозначены индексом \mathcal{P} . Они включают внешнее отражение ($\mathcal{P}=0$), преломление ($\mathcal{P}=1$) и внутреннее отражение ($\mathcal{P}=2$). В предшествующем анализе пренебрегалось вкладом фазовой интерференции различных составляющих оптических лучей в интенсивность рассеянного излучения. В случае больших частиц фазовая интерференция вызывает быстрые колебания интенсивности в зависимости от угла рассеяния (см. рис. 5.4). Однако если частицы расположены

случайным образом и их разделяют расстояния, значительно большие длины волны падающего излучения, интенсивности излучения, рассеянного отдельными частицами, могут складываться без учета фазы. Для так называемой *полидисперсной* совокупности таких частиц эти многочисленные максимумы и минимумы сглаживаются при интегрировании по размерам частиц. Поэтому имеет смысл вообще пренебрегать фазой при суммировании интенсивностей, обусловленных дифракцией, отражением и преломлением, по совокупности крупных частиц различных размеров. На рис. 5.11 сравниваются индикатриса рассеяния P_{11} и степень линейной поляризации, полученные по теории Ми, с соответствующими результатами лучевой оптики. Расчеты по теории Ми были выполнены для параметра размера, равного 400. Используемое в расчетах по теории Ми и в дифракционных расчетах распределение частиц по размерам представляет собой гамма-функцию с модой x_m . Оно описывается формулой

$$n(x) = cx^6 e^{-6x/x_m}, \quad (5.169)$$

где c — произвольная постоянная. При столь большом значении параметра размера наблюдается хорошее совпадение результатов лучевой оптики с теорией Ми. Исключение составляет явление глории при $m_r = 1,33$, которое, как говорилось выше, не может быть описано в приближении геометрической оптики.

Если учесть, что с уменьшением параметра размера принцип локализации становится все менее приложимым, то можно понять причину большинства расхождений данных, полученных разными методами. В результате волновых эффектов при каждом отдельном оптическом явлении свет оказывается «размазанным» по более широкому диапазону углов, чем предсказывает лучевая оптика. При $x_m = 100$ вторичная радуга весьма сглажена, а при $x_m = 25$ совсем исчезает, хотя первичная радуга по-прежнему ясно видна. Таким образом, количество видимых радуг (т. е. картина распределения интенсивности) является в некоторой степени показателем размеров частиц. С уменьшением параметра размера радуга не только сглаживается, но и сдвигается в сторону от того положения, которое предсказывает лучевая оптика. В расчете по теории рассеяния Ми при $x_m = 400$ в радуге появляются маленькие вторичные пики, которые расположены на более пологой стороне распределения интенсивности. Эти пики являются дугами высших порядков и возникают в результате интерференционных явлений, очевидно, не учитываемых лучевой оптикой, которая вообще пренебрегает фазой. Имеется также незначительное, но заметное расхождение в положении дифракционного максимума. Большее значение, получаемое по теории Ми, можно объяснить наличием поверхностных волн, которые дают вклад в рассеяние вперед. На нижнем графике рис. 5.11 сравнивается степень линейной поляризации, определяемая по формуле (3.75). Большинство явлений, имеющих место в рассеянном свете, таких, как радуги, дуги высших порядков, глория и внешние отражения,

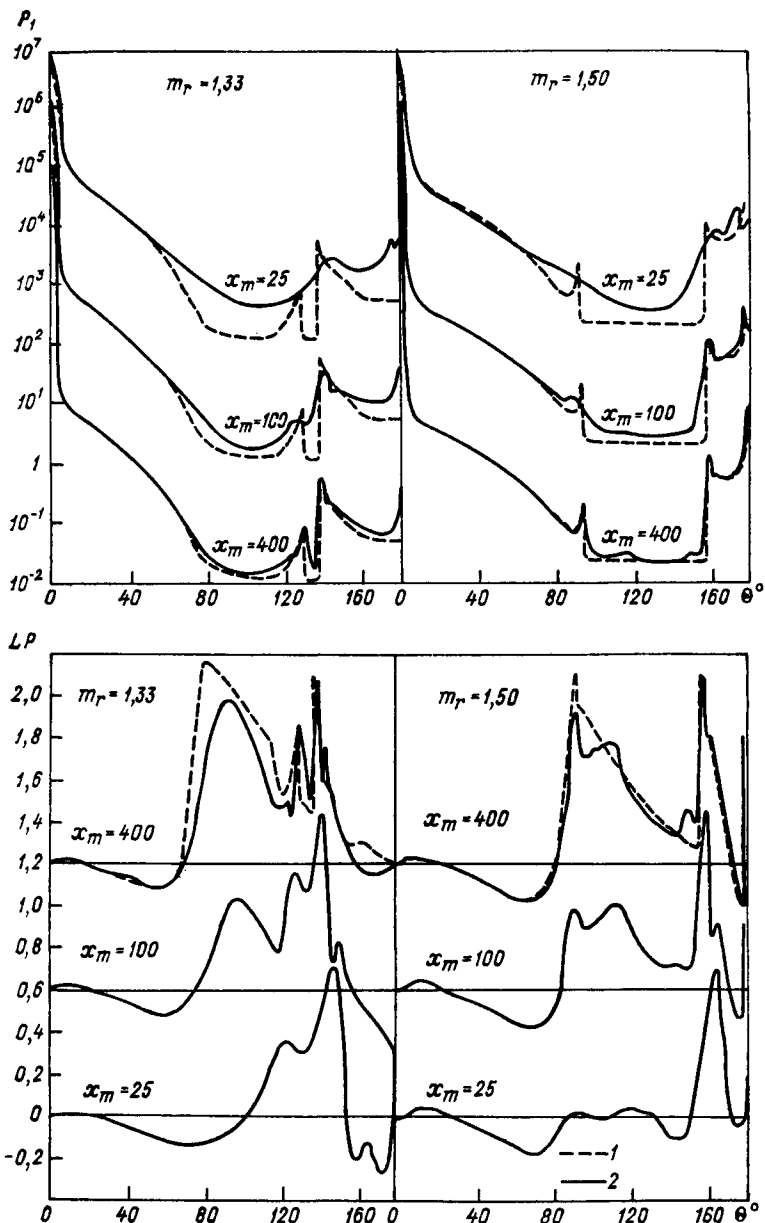


Рис. 5.11. Сравнение данных лучевой оптики (1) и теории Ми (2) для индикатрис рассеяния P_{11} и степени линейной поляризации LP в видимой области спектра. По Лиоу и Хансену [75].

Представлены данные для двух типичных значений коэффициента преломления m_r : 1,33 (капли воды) и 1,50 (аэрозоль), а также трех распределений частиц. В каждой части рисунка вертикальная шкала относится к нижним кривым, все остальные кривые последовательно смещены вверх, в случае индикатрисы рассеяния — в 10^2 раз, в случае степени линейной поляризации — в 0,6 раза.

гораздо сильнее проявляются в угловом распределении, поскольку все они дают вклад в положительную поляризацию.

На рис. 5.12 также сравниваются результаты теоретических расчетов и экспериментальных измерений индикатрис рассеяния и распределения поляризации. Эти характеристики получены при

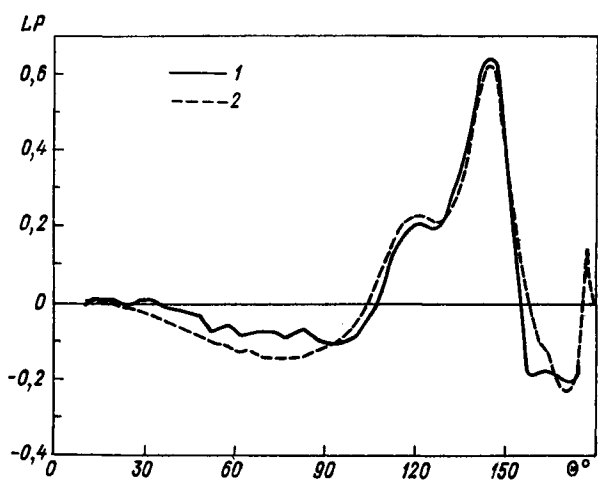
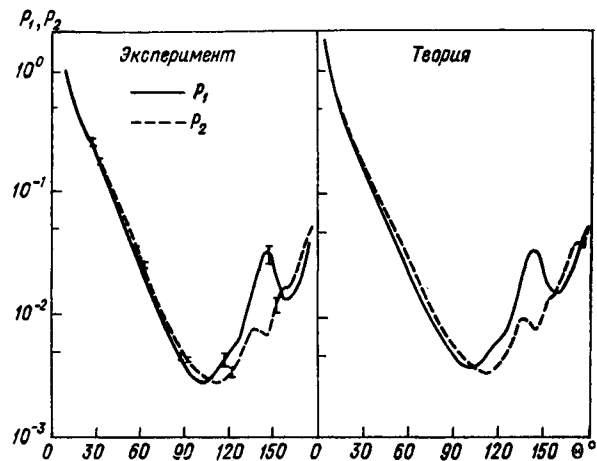


Рис. 5.12. Сравнение нормированных индикатрис P_1 и P_2 и степени линейной поляризации LP , полученных в экспериментах по моделированию жидкокапельных облаков (1), а также из теории Ми с использованием такого же распределения облачных капель по размерам (2). По Сасену и Лиоу [107].

измерениях рассеяния на довольно плотном жидкокапельном искусственном водяном облаке, генерированном в камере туманов с использованием лазерного излучения He—Ne ($\lambda = 0,6328$ мкм). Измерения распределения облачных частиц по размерам с помощью импактора-репликатора непрерывного действия показали, что их модальный диаметр 2 мкм, а максимальный диаметр 10 мкм. Спектр размеров частиц был описан логарифмически нормальным распределением нулевого порядка [63] в виде

$$n(a) = \exp\left[-(\log a - \log a_m)^2 / (2\sigma_0)\right] \left[\sqrt{2\pi}\sigma_0 a_m \exp(\sigma_0^2/2)\right], \quad (5.170)$$

где ($a_m = 2$ мкм) — модальный диаметр, а ($\sigma_0 = 0,275$) — стандартное отклонение от геометрического среднего. С использованием указанного распределения были выполнены расчеты рассеяния по Ми, а результаты сопоставлены с данными измерений. Данные, представленные на рис. 5.12, получены на основе пяти последовательных сканов нефелометра ($10—175^\circ$). Каждый скан нормировался через 10° угла рассеяния, а затем проводилось осреднение. Стандартные отклонения средних показаны на графике вертикальными отрезками. Из рисунка видно, что экспериментальные и теоретические данные достаточно хорошо согласуются между собой. Из-за относительно небольших размеров облачных частиц ($x_m = 20$) ни в результатах теоретических расчетов, ни в данных измерений не проявляется вторичная радуга. В то же время первичная радуга достигает максимума примерно на 146° . Хорошее согласование обнаруживают также кривые степени линейной поляризации, особенно вблизи первичной радуги, где наблюдаются большие положительные значения поляризации.

5.7 РАССЕЯНИЕ СВЕТА НЕСФЕРИЧЕСКИМИ ЛЕДЯНЫМИ КРИСТАЛЛАМИ

Угловое распределение света, рассеянного жидкокапельными облаками, может быть точно описано теорией рассеяния Ми при наличии репрезентативного представления полидисперсного распределения однородных водяных сфер. Оптические свойства капель воды, описываемые теорией Ми, могут быть оценены для любой длины волны в солнечном, инфракрасном или микроволновом диапазонах при условии, что известно распределение капель по размерам. Представляется, что теперь, когда появились числовые таблицы [25] и программы расчетов по формулам Ми для ЭВМ, задача рассеяния поляризованного света на водяных сферах может считаться полностью решенной.

Однако изменчивая атмосфера содержит также аэрозольные частицы микронных размеров и большие несферические кристаллы. Описание рассеяния поляризованного света этими частицами становится очень сложным вследствие их несферичности и возникающей в связи с этим проблемы ориентации частиц в пространстве. Знание рассеивающих и поглощательных свойств облаков и аэрозолей необходимо для разработки методов дистанционной индикации состояния облачности и определения концентрации атмосферного аэрозоля, основанных на измерениях интенсивности и поляризации излучения. Эти задачи также тесно связаны с проблемой радиационного баланса системы Земля—атмосфера, иначе говоря,— с проблемой климата и его изменений.

Облачность постоянно покрывает до 50 % земной поверхности. Она не только поглощает и рассеивает приходящее солнечное излучение, но и перехватывает уходящее тепловое излучение Земли и обуславливает парниковый эффект. Таким образом,

облачность представляет собой самый важный модулятор потока радиации в системе Земля—атмосфера. Вместе с тем влияние перистой облачности на радиационный баланс системы Земля—атмосфера изучено еще недостаточно. Это объясняется тем, что перистая облачность сосредоточена в верхней тропосфере и полупрозрачна как для солнечного, так и для теплового излучения. Более того, перистые облака состоят исключительно из несферических ледяных кристаллов, светорассеивающие свойства которых в спектре как солнечного, так и инфракрасного излучения плохо изучены. Несферическая форма ледяных кристаллов зависит от таких параметров, как температура, относительная влажность, а также от атмосферных условий в целом. При нормальных условиях ледяные кристаллы имеют в основном гексагональную форму. Мы наблюдаем гало при наличии перистой облачности, и это свидетельствует о том, что перистые облака состоят из гексагональных кристаллов. Как показывают результаты ряда наблюдений *in situ*, размеры гексагональных кристаллов обычно имеют порядок нескольких сотен микрометров. Таким образом, описанный выше подход лучевой оптики может быть в данном случае приложен для решения задачи рассеяния. Сведения об индикатрисах рассеяния для гексагональных столбиков и пластинок публиковались Джакобовицем [56], Вендлингом и др. [134], Коулманом [16]. Здесь мы представим и обсудим с физической точки зрения некоторые характеристики светорассеяния гексагональными ледяными кристаллами. Общая геометрия падения световых лучей на гексагональный кристалл представлена на рис. 5.13. Геометрия кристалла определяется его длиной L и радиусом R , тогда как падающие лучи света задаются лучевой плоскостью. Определим главную плоскость — плоскость Z , нормальную к оси XU . Шестигранник имеет шесть одинаковых боковых сторон, а также верхнюю и нижнюю грани. Для описания ориентации шестигранника по отношению к плоскости падения лучей требуется семь переменных: длина и радиус шестигранника, положение главной плоскости, положение падающего луча и три угла, определяющие ориентацию кристалла по отношению к падающему лучу, а именно: угол возвышения ϵ , угол поворота ψ и азимутальный угол ϕ .

Определив исходные переменные, можно проследить путь луча. Прежде всего зададим положение входящего луча в координатах (X, Y, Z) , связав их с семью геометрическими переменными. На основании закона Снелла выразим углы преломления через расположенный в главной плоскости угол падения и угол возвышения. Оказывается, что положение выходящего луча, грань, на которую упадет луч, и геометрическую длину пути луча в кристалле можно определить с помощью соотношений аналитической геометрии. Затем те же операции следует повторить для внутренне отраженных лучей. Наконец, необходимо найти угол рассеяния по отношению к падающему лучу, выполнить суммирование преломленной и отраженной составляющих и провести нормировку

углового распределения энергии, чтобы получить индикатрису рассеяния.

Уравнения для описания хода луча в шестиграннике радикально отличаются от подобных уравнений для сферы. В сферах наблюдается эффект кривизны, которого нет в шестигранниках. К тому же в шестиграннике нет симметрии геометрической длины

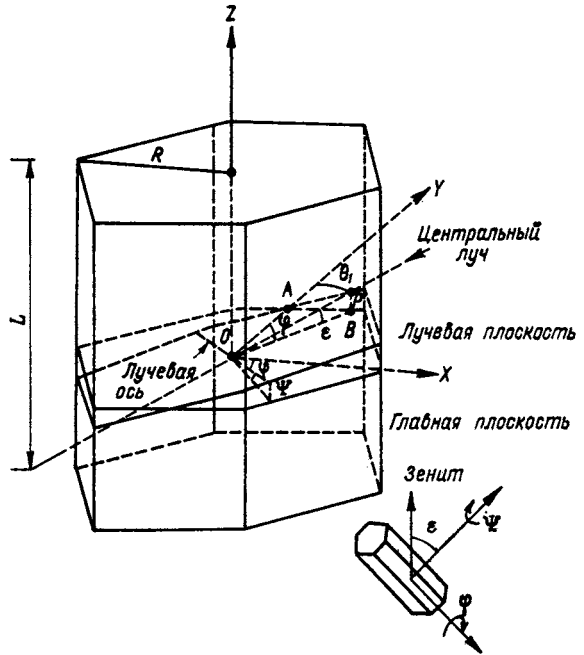


Рис. 5.13. Общая геометрия падения световых лучей на гексагональный кристалл.

P — точка входа луча, θ_i — угол падения, A и B — точки на главной плоскости, O — центральная точка на главной плоскости.

пути, характерной для сферы. В принципе общее уравнение для энергии, рассеянной в единственный угол и нормированной по отношению к исходному потоку энергии, перпендикулярному оси X , может быть описано следующим образом:

$$E_1^s(\theta, \mathcal{P}) = \sum_j E_1^s(\theta, \mathcal{P}, \theta_{1j}) \exp(-2km_{1j}l_{\mathcal{P}}) \left| \sum_j \cos \theta_{1j} = \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & \sum |R_1(\theta_{1j})|^2 \cos \theta_{1j}, \\ & \mathcal{P} = 0 \text{ (внешнее отражение),} \\ & \sum [1 - |R_1(\theta_{1j})|^2] [1 - |R_1(\theta_{2j})|^2] \cos \theta_{1j}, \\ & \mathcal{P} = 1 \text{ (двукратное преломление),} \\ & \sum [1 - |R_1(\theta_{1j})|^2] [1 - |R_1(\theta_{(\mathcal{P}+1)j})|^2] \times \\ & \quad \times \prod_{n=2}^{\mathcal{P}} |R_1(\theta_{nj})|^2 \cos \theta_{1j}, \\ & \mathcal{P} \geq 2 \text{ (внутреннее отражение),} \end{aligned} \right. \quad (5.171)$$

$$= \frac{\exp(-2km_{1j}l_{\mathcal{P}})}{\sum \cos \theta_{1j}}$$

где индекс $l(r)$ относится к составляющей с перпендикулярной поляризацией. Уравнение (5.171) справедливо также и для параллельной составляющей $2(l)$. Здесь θ — угол рассеяния; j — индекс для входящих лучей; $l_{\mathcal{P}}$ — длина пути луча в кристалле ($l_{\mathcal{P}}=0$ при $\mathcal{P}=0$); θ_1 — угол падения, который обычно имеет три различных значения; \mathcal{P} — индекс, используемый для того, чтобы различать отражение и преломление; $\theta_2, \theta_3, \dots$ — углы падения внутри кристалла. В этом уравнении учитывается влияние поглощения, поэтому для отраженных и пропущенных составляющих необходимо брать абсолютные значения (см. упражнение 5.8). Характеристики распределения рассеянной энергии для двух- и трехмерной ориентации могут быть далее последовательно рассчитаны с учетом конкретного соотношения между углами падения, возвышения и азимутальным. В случае горизонтальной ориентации угол падения совпадает с углом возвышения. Однако в общем случае выполняется соотношение $\cos \theta_i = \cos \varepsilon_i \cos \varphi_i$.

Можно показать, что закон Снелла для углов падения (ε_i, φ_i) и преломления (ε_t, φ_t) приобретает вид

$$m_r \sin \varepsilon_t = \sin \varepsilon_i, \quad m_r (\cos \varepsilon_t / \cos \varepsilon_i) \sin \varphi_t = \sin \varphi_i, \quad (5.172)$$

где m_r — вещественная часть показателя преломления.

Для того чтобы проследить путь луча до конца, мы должны учесть дифракционную картину. Проекция гексагонального столбика на горизонтальную плоскость есть прямоугольник. Картина дифракции на прямоугольной апертуре может быть легко получена из теории дифракции Фраунгофера. Она описывается выражением

$$E^d(\theta, \varphi, L) = \frac{\sin^2(Rk \sin \theta \cos \varphi) \sin^2[(L/2) k \sin \theta \sin \varphi]}{(Rk \sin \theta \cos \varphi)^2 [(L/2) k \sin \theta \sin \varphi]^2}, \quad (5.173)$$

где k — волновое число. Для определения положения шестигранника по отношению к падающему лучу требуются три параметра: угол рассеяния θ , азимутальный угол φ и геометрическая длина L . Для горизонтально ориентированных шестигранников распределение дифрагированного излучения может быть получено путем интегрирования по φ от 0 до π , т. е.

$$E_{2D}^d(\theta, L) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E^d(\theta, \varphi, L) d\varphi. \quad (5.174)$$

При случайной трехмерной ориентации требуется интегрирование по длине шестигранников. Таким образом, получаем

$$E_{3D}^d(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{(L/2 - R)} \int_R^{L/2} E_{2D}^d(\theta, L') dL' & \text{(для столбиков),} \\ \frac{1}{(R - L/2)} \int_{L/2}^R E_{2D}^d(\theta, L') dL' & \text{(для пластинок).} \end{cases} \quad (5.175)$$

Следует отметить, что для пластинок приближенное уравнение менее точно, поскольку главная ось в этом случае лежит в плоскости шестигранника.

Так как уравнения, выведенные на основании метода прослеживания пути луча, представлены в единицах энергии на градус

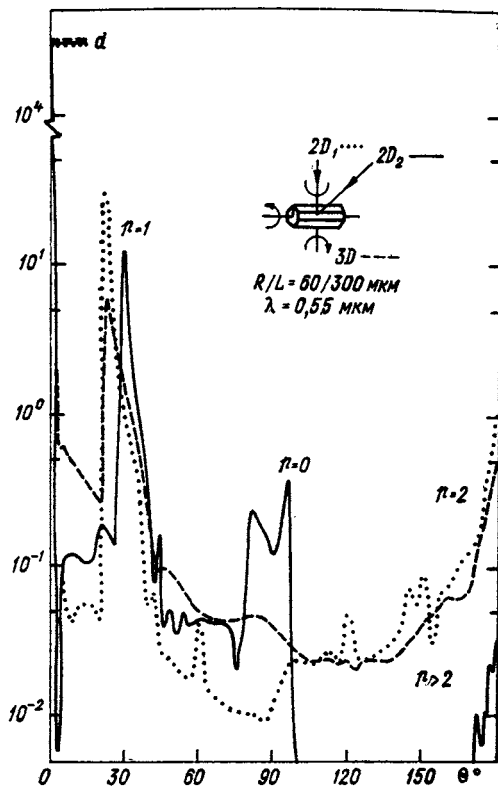


Рис. 5.14. Индикатрисы рассеяния для столбиков, случайным образом ориентированных в трех измерениях (3D), и для столбиков, горизонтально ориентированных в двух измерениях (2D) (угол возвышения равен 0 и 42°).

угла, то для того чтобы получить индикатрису рассеяния, необходимо выполнить нормирование. На основании определения усиления относительно изотропного рассеивателя получаем

$$\frac{G(\theta) 2\pi \sin \theta d\theta r^2}{4\pi r^2} = E(\theta) d\theta, \quad (5.176)$$

где r — расстояние, а усиление нормировано, как в уравнении (5.164).

На рис. 5.14 представлены профили рассеяния за счет геометрического отражения и преломления для горизонтально и случайным образом ориентированных столбиков длиной 300 мкм и радиусом 60 мкм, на которые падает видимый свет с длиной волны 0,55 мкм. Индекс \mathcal{P} на графике указывает на то, какой процесс дает вклад в рассеянную энергию: ($\mathcal{P} = 0$) — внешнее отражение, ($\mathcal{P} = 1$) — внутреннее отражение. Штриховые и пунктирные

линии представляют собой профили рассеяния для горизонтально ориентированных столбиков при углах возвышения 0 (нормальное падение лучей) и 42° соответственно, тогда как сплошная кривая показывает распределение рассеяния при случайной ориентации. Для этих трех случаев характерно сильное рассеяние вперед и гало в области $20\text{--}30^\circ$. При горизонтальной ориентации с увеличением угла падения гало сдвигается в сторону больших углов рассеяния. При углах падения 0 и 42° наблюдается сдвиг на 8° . В результате такого сдвига, который зависит от угла падения, случайная ориентация кристаллов приводит к уширению и размазыванию гало. При случайной ориентации наблюдается также менее четко выраженное гало в 46° . Сильный максимум вблизи угла рассеяния 96° при горизонтальной ориентации и угле падения 42° обязан своим происхождением исключительно внешнему отражению. Отметим, что за пределами 96° картина рассеяния определяется краевыми эффектами и внутренними отражениями. При случайной ориентации или горизонтальной ориентации и нормальном падении лучей обратное рассеяние вызывается главным образом однократным внутренним отражением. Менее выраженное при случайной ориентации обратное рассеяние обусловлено осреднением по многим направлениям падения под скользящими углами. Дифракционные максимумы при всех указанных ориентациях оказываются примерно одинаковыми.

Сравнение индикатрис рассеяния для случайным образом ориентированных столбиков длиной 300 мкм и радиусом 60 мкм и для пластинок длиной 25 мкм и радиусом 125 мкм показано на рис. 5.15. Наиболее заметными различиями в характере рассеяния пластинками и столбиками являются значительно более слабый максимум рассеяния вперед для столбиков и более слабое рассеяние вбок для пластинок. Хорошо выраженное в обоих случаях гало в 22° оказывается сильнее для столбиков, чем для пластинок. Оба профиля рассеяния демонстрируют наличие очень узкого дифракционного максимума, сильно выраженного гало в 22° и максимума обратного рассеяния. Гало в 46° у столбиков выражено слабее. Заметим, что столбики и пластинки имеют примерно одинаковый объем.

На рис. 5.16 с целью сравнения показаны кривые степени линейной поляризации, полученные методом прослеживания пути луча для случайным образом ориентированных столбиков и пластинок, а также сфер. Поляризация для пластинок остается отрицательной примерно от 0 до 66° , тогда как для столбиков область отрицательной поляризации простирается примерно от 0 до 39° . Сильный максимум поляризации для пластинок примерно около 136° вызван внешним отражением ($\mathcal{P} = 0$). Подобный максимум для столбиков имеет место вблизи 70° . Максимумы положительной поляризации для столбиков примерно около 156 и 178° связаны с однократным внутренним отражением ($\mathcal{P} = 2$). Для пластинок наблюдается небольшая отрицательная поляризация на направлениях обратного рассеяния примерно от 165 до 180° . Кар-

тина поляризации для несферических пластинок и столбиков значительно отличается от поляризации, создаваемой сферами. Большие, т. е. находящиеся в пределах геометрической оптики, сферы вызывают сильную поляризацию под углом примерно 80° — за счет внешнего отражения, — а также под углами первичной ($\sim 138^\circ$) и вторичной ($\sim 126^\circ$) радуг, которые вызываются соот-

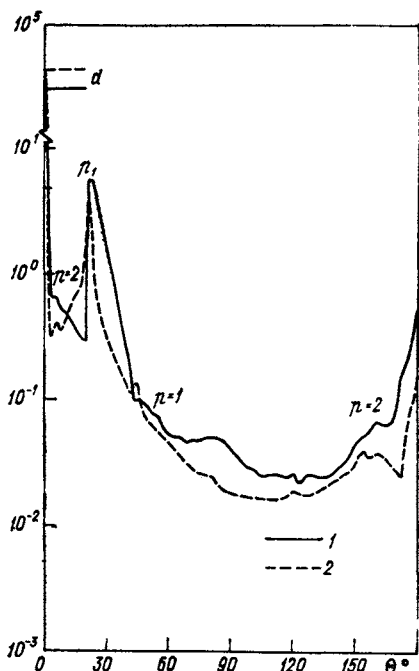


Рис. 5.15. Индикатрисы рассеяния P для случайным образом ориентированных в трех измерениях столбиков (1) и пластинок (2).

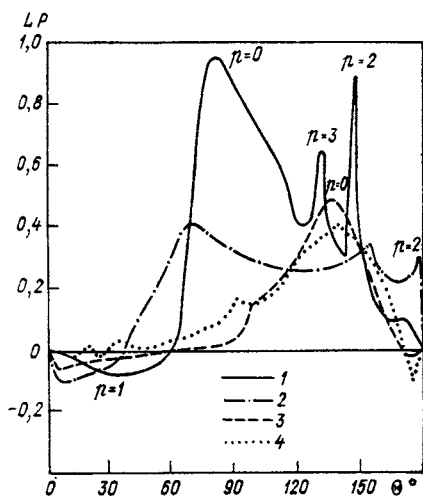


Рис. 5.16. Степень линейной поляризации LP для случайным образом ориентированных столбиков, пластинок и сфер.

1 — сферы, 2 — столбики, 3 — пластинки, 4 — пластинки (эксперимент).

ветственно однократным и двукратным внутренними отражениями. Очевидное и значительное различие в форме профилей степени поляризации, обусловленное фактором формы частиц, может послужить основой для разработки практической и доступной методики распознавания формы облачных частиц (сферических или подобных столбикам и пластинкам). На рис. 5.16 также представлен измеренный профиль поляризации для пластинок с модальным диаметром 20 мкм. Несмотря на различие в размерах частиц, в целом наблюдается согласие между измеренным и рассчитанным профилями.

И в заключение следует отметить, что понимание основных закономерностей рассеяния света ориентированными столбиками

и пластинками и знание их характеристик необходимы для проведения расчетов переноса излучения в перистой облачности, а также для разработки методов активной дистанционной индикации фазы, формы и размеров облачных частиц.

УПРАЖНЕНИЯ

5.1. Исходя из определений M_ψ и N_ψ , данных в уравнениях (5.23) и (5.24), покажите, что

$$\nabla \times N_\psi = mkM_\psi,$$

а также, что

$$\nabla^2 N_\psi + k^2 m^2 N_\psi = 0, \quad \nabla^2 M_\psi + k^2 m^2 M_\psi = 0.$$

5.2. Исходя из формулы для радиальной составляющей вектора напряженности магнитного поля

$$H_r^i = e^{-ik \cos \theta} \sin \theta \sin \varphi = \frac{i}{k} \left[\frac{\partial^2 (rv^i)}{\partial r^2} + k^2 (rv^i) \right]$$

покажите, что

$$rv^i = \frac{1}{k} \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \psi_n(kr) P_n^1(\cos \theta) \sin \varphi.$$

5.3. В однородной среде вектора напряженности электрического и магнитного полей удовлетворяют следующему векторному волновому уравнению:

$$\nabla^2 \mathbf{A} + k^2 m^2 \mathbf{A} = 0.$$

Пусть также функция ψ удовлетворяет скалярному волновому уравнению

$$\nabla^2 \psi + k^2 m^2 \psi = 0.$$

Докажите, что в этом случае:

а) вектора M_ψ и N_ψ , определенные в цилиндрических координатах (r, φ, z) уравнениями

$$M_\psi = \nabla \times (\mathbf{a}_z \psi), \quad mkN_\psi = \nabla \times \mathbf{M},$$

удовлетворяют указанному векторному волновому уравнению, причем \mathbf{a}_z есть единичный вектор по оси z ;

б) вектора

$$\mathbf{E} = M_\psi + iN_\psi, \quad \mathbf{H} = m(-M_\psi + iN_\psi)$$

удовлетворяют уравнениям Максвелла, причем функции u и v являются решениями указанного скалярного волнового уравнения. Выразите вектора \mathbf{E} и \mathbf{H} через u и v .

5.4. Скалярное волновое уравнение в цилиндрических координатах записывается следующим образом:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + m^2 k^2 \psi = 0.$$

С помощью метода разделения переменных покажите, что его решение может быть записано в виде

$$\psi_n(r, \varphi, z) = e^{i\omega t} Z_n(jr) e^{in\varphi} e^{-ihz},$$

где h — произвольная постоянная, n — целое число, $j = (m^2 k^2 - h^2)^{1/2}$, Z_n — функция Бесселя порядка n .

5.5. Напряженность электрического поля электромагнитного излучения, рассеянного несферическими частицами, может быть в общем случае выражена как

$$\begin{bmatrix} E_l^s \\ E_r^s \end{bmatrix} = \frac{e^{-ikr + ikz}}{ikr} \begin{bmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_l^i \\ E_r^i \end{bmatrix}.$$

Выведите явную форму матрицы преобразования M , связанной с параметрами Стокса, выразив ее через S_j ($j=1, 2, 3, 4$).

5.6. С помощью формул Френеля покажите в явном виде, что при обеих поляризациях пропущенная и отраженная части энергии подчиняются закону сохранения энергии. Кроме того, определите угол падения θ_i , при котором $R_2=0$. Этот угол называется углом полной поляризации или углом Брюстера. При таком угле падения вектор напряженности электрического поля в отраженном свете не имеет составляющей в плоскости падения.

5.7. Длины волн красного и фиолетового света и коэффициенты преломления для льда m_l и воды m_w на этих длинах волн имеют следующие значения:

λ мкм	m_l	m_w
0,656	1,307	1,332
0,405	1,317	1,344

1. Опишите последовательность цветов в венце. Определите радиус облачных частиц, которые обуславливают вторичный белый венец на угловом расстоянии от Солнца 10° .

2. Опишите механизм формирования облачных дуг. Определите углы рассеяния для первичной и вторичной облачных дуг при указанных длинах волн.

3. Вычислите угловые радиусы колец гало, формируемых призмами с углами при вершине 60 и 90° . Определите угловую ширину этих колец.

4. Выведите уравнение (5.172) и определите угловое расстояние между Солнцем и ложными Солнцами при высоте Солнца 30° . Нарисуйте схему ложных Солнц с указанием угловых и азимутальных расстояний и ширины полос двух указанных цветов.

Сделайте свои заключения о форме, распределении по размерам и ориентации облачных частиц в данном случае.

5.8. При наличии поглощения коэффициент преломления представляется в виде $m = m_r - im_i$. Докажите, что в этом случае коэффициенты Френеля выражаются следующими формулами:

$$|R_1|^2 = \frac{(\cos \theta_i - u)^2 - v^2}{(\cos \theta_i + u)^2 + v^2},$$

$$|R_2|^2 = \frac{[(m_r^2 - m_i^2) \cos \theta_i - u]^2 + (2m_r m_i \cos \theta_i - v)^2}{[(m_r^2 - m_i^2) \cos \theta_i + u]^2 + (2m_r m_i \cos \theta_i + v)^2},$$

$$u^2 = \frac{1}{2} \{m_r^2 - m_i^2 - \sin^2 \theta_i + [(m_r^2 - m_i^2 - \sin^2 \theta_i)^2 + 4m_r^2 m_i^2]^{1/2}\},$$

$$v^2 = \frac{1}{2} \{-(m_r^2 - m_i^2 - \sin^2 \theta_i) + [(m_r^2 - m_i^2 - \sin^2 \theta_i)^2 + 4m_r^2 m_i^2]^{1/2}\}.$$

Для вывода этих уравнений положите в уравнении (5.145) $m \cos \theta_t = u + iv$ и используйте закон преломления: $\sin \theta_i = m \sin \theta_t$.

5.9. Выведите уравнение (5.173) из уравнения (5.125), пренебрегая постоянной пропорциональности.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Born, M., and Wolf, E. (1975). *Principles of Optics*. Pergamon Press, New York (Борн М., Вольф Э. Основы оптики.—М.: Наука, 1973). (В главе 13, п. 13.5, изложен последовательный подход к решению векторного волнового уравнения для однородной сферы с использованием потенциалов Дебая. Решение доведено до вывода напряженности рассеянного электрического и магнитного полей. В книге изящно введены исходные и более сложные понятия, относящиеся к рассеянию электромагнитного излучения, геометрической оптике и дифракции.)
- Bullrich, K. (1964). Scattered radiation in the atmosphere and the natural aerosol. *Adv. Geophys.* 10, 99—260. (В данной работе исчерпывающе описаны светорассеивающие и поляризационные свойства сферических аэрозольных частиц.)
- Deirmendjian, D. (1969). *Electromagnetic Scattering on Spherical Polydispersions*. Elsevier, New York (Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами.—М.: Мир, 1971.). (В книге детально описываются методы численных расчетов по теории Ми и приводятся полезные численные данные по рассеянию, которые представлены в виде таблиц для различных моделей распределения и состава облачных и аэрозольных частиц и дождя.)
- Hansen, J. E., and Travis, L. D. (1974). Light scattering in planetary atmospheres. *Space Sci. Rev.* 16, 527—610. (В первой части этой обзорной работы четко описан процесс рассеяния света сферическими частицами, а также приведен ряд числовых примеров.)
- Kerker, M. (1969). *The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation*. Academic Press, New York. (В главе 3 исчерпывающе представлена история решения задачи рассеяния излучения на однородной сфере. В книге также содержатся рассуждения о рассеянии света на сферах и цилиндрах, имеющие практическую ценность в связи с задачей определения размеров частиц по данным о рассеянном излучении.)
- Liu, K. N. (1977). A complementary theory of light scattering by homogeneous spheres. *Appl. Math. Comput.* 3, 331—358. (В этой обзорной работе хорошо изложена теория рассеяния Ми.)
- Stratton, J. A. (1941). *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill, New York. (В главах 7 и 9 на современном уровне описывается решение векторного волнового уравнения в сферических координатах. В книге также достаточно детально обсуждаются свойства основных функций Бесселя, Неймана и Ханкеля и полиномов Лежандра.)
- Tricker, R. A. R. (1970). *Introduction to Meteorological Optics*. Elsevier, New York. (В книге можно найти прекрасные иллюстрации некоторых оптических явлений, вызываемых атмосферными частицами, особенно ледяными кристаллами.)
- Van de Hulst, H. C. (1957). *Light Scattering by Small Particles*. Wiley, New York. (Ван-де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами.—М.: Изд-во иностр. лит.). (В главах 8, 9 и 12 дан фундаментальный анализ соответственно явления дифракции, теории рассеяния Ми и геометрической оптики. В главах 2—4 на основе физических соображений и постулатов выводятся исходные уравнения теории рассеяния.)

Глава 6

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АТМОСФЕРАХ

В п. 3.7 и главе 5 обсуждались процессы однократного рассеяния электромагнитного излучения в атмосферах планет с участием молекул и частиц. В реальной атмосфере молекулы и частицы обуславливают не только однократное, но и многократное рассеяние, которое определяет процессы переноса излучения. Понятие многократного рассеяния было введено в п. 1.1.4, а в п. 1.4.4 было представлено исходное уравнение переноса для плоскопараллельных атмосфер. Однако функция источника для многократного рассеяния в явном виде определена не была. В данной главе мы обсудим основы различных приближений и методов подхода к задачам многократного рассеяния с использованием параметров, введенных в п. 3.7 и главе 5 для описания однократного рассеяния. Изложение начинается с формулировки исходного уравнения переноса радиации для рассеяния света в плоскопараллельных атмосферах и обсуждения способов представления индикатрисы рассеяния. Далее описываются упрощенные приближения, включающие учет порядка рассеяния, двухпотокное приближение и метод Эддингтона. Затем представляется классический метод дискретных ординат для решения задачи переноса излучения, причем особое внимание уделяется изотропному рассеянию и принципам инвариантности для бесконечной и конечной атмосфер. Эти принципы приводят к понятиям соответственно H -функции и X -, Y -функций. Затем рассматривается проблема учета отражения подстилающей поверхностью в задачах многократного рассеяния. Далее излагается метод сложения для многократного рассеяния и демонстрируется, что методы сложения и принципы инвариантности эквивалентны в случае конечных атмосфер. Рассматривается возможность использования параметров Стокса в задачах многократного рассеяния с учетом поляризации. В заключение анализируются фундаментальные уравнения переноса, сформулированные для случаев многократного рассеяния ориентированными несферическими частицами, а также многократного

рассеяния в трехмерном пространстве. Рассматриваются также понятия диффузного приближения, методы сферических гармоник и инвариантного погружения.

6.1 ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ СОЛНЕЧНОГО СВЕТА В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АТМОСФЕРАХ

Рассмотрим плоскопараллельную атмосферу, освещенную потоком излучения πF_0 , испускаемого Солнцем. Полагая, что диффузное излучение приходит снизу, можно вывести дифференциал

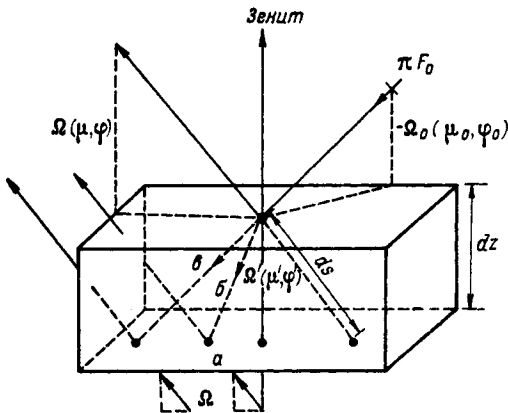


Рис. 6.1. Перенос солнечного излучения в плоскопараллельной атмосфере.

Выделен вклад в ослабление за счет полного ослабления (а), многократного рассеяния (б), однократного рассеяния нерассеянного потока солнечного излучения (а).

интенсивности рассеянного излучения, обусловленного однократным рассеянием и поглощением частицами. Этот дифференциал имеет вид

$$dI(z, \Omega) = -\bar{\sigma}_e N I(z, \Omega) dz / \cos \theta, \quad (6.1)$$

где dz — элементарная толщина, $\bar{\sigma}_e$ — средний поперечник ослабления для совокупности частиц, N — полное количество частиц в элементе объема, Ω — направленный элемент телесного угла который характеризует узкий пучок излучения (рис. 6.1).

В то же время интенсивность рассеянного излучения в направлении Ω может быть увеличена за счет многократного рассеяния излучения, которое в результате выходит из узкого исходного пучка, распространяющегося в направлении $d\Omega'$, и попадает на направление Ω . Этот вклад многократного рассеяния описывается выражением

$$dI(z, \Omega) = \bar{\sigma}_s N dz / \cos \theta \int_{4\pi} I(z, \Omega') \frac{P(\Omega, \Omega')}{4\pi} d\Omega', \quad (6.2)$$

где $\bar{\sigma}_s$ — средний поперечник рассеяния, а безразмерная индикатриса рассеяния характеризует поток излучения, рассеянный из на-

правления Ω' на направление Ω . Тогда интегрирование по полному телесному углу обеспечит оценку полного вклада излучения, многократно рассеянного из направления Ω' на направление Ω .

Интенсивность излучения, рассеянного в направлении Ω , может быть также увеличена за счет однократного рассеяния прямого солнечного излучения, направление которого задается величиной $-\Omega_0$ (знак «минус» указывает на то, что прямое солнечное излучение всегда распространяется вниз). Если поток прямого солнечного излучения на уровне z составляет $F(z)$, то

$$dI(z, \Omega) = \frac{\bar{\sigma}_s N dz}{\cos \theta} F(z) \frac{P(\Omega, -\Omega_0)}{4\pi}. \quad (6.3)$$

В соответствии с законом Бэра—Буге—Ламберта (см. п. 1.3.2) поток $F(z)$ представляется как

$$F(z) = \pi F_0 \exp \left\{ -\frac{1}{\cos \theta_0} \int_z^\infty \bar{\sigma}_e(z') N(z') dz' \right\}. \quad (6.4)$$

Объединяя соотношения (6.1)—(6.4) и вводя оптическую толщину, согласно определению, данному в п. 1.4.4, а также альбедо однократного рассеяния (5.117), получаем исходное уравнение для рассеяния солнечного излучения в плоскопараллельной атмосфере:

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\tau, \Omega)}{d\tau} = & I(\tau, \Omega) - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \int_{4\pi} I(\tau, \Omega') P(\Omega, \Omega') d\Omega' - \\ & - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \pi F_0 P(\Omega, -\Omega_0) e^{-\tau/\mu_0}. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Отметим, что $\mu = \cos \theta$, $\mu_0 = \cos \theta_0$, $d\Omega = d\mu d\varphi$, $\Omega = (\mu, \varphi)$, φ — азимутальный угол.

Из результатов п. 1.4.4 ясно, что функция источника в спектральном диапазоне солнечного излучения описывается выражением

$$\begin{aligned} J(\tau; \mu, \varphi) = & \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 I(\tau; \mu', \varphi') P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' + \\ & + \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \pi F_0 P(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) e^{-\tau/\mu_0}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Геометрия рассеяния показана на рис. 6.2. Как отмечено в п. 3.7.1, угол рассеяния определяется как угол между падающим и рассеянным световыми пучками. Опираясь на соотношения сферической геометрии, приведенные в приложении 6, можно выразить косинус угла рассеяния следующим образом:

$$\begin{aligned} \cos \Theta = & \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi' - \varphi) = \\ = & \mu \mu' + (1 - \mu^2)^{1/2} (1 - \mu'^2)^{1/2} \cos(\varphi' - \varphi). \end{aligned} \quad (6.7)$$

Определенная формулой (3.63) индикатриса рассеяния может быть разложена в конечный ряд по полиномам Лежандра с числом членов N . Таким образом,

$$P(\cos \Theta) = \sum_{l=0}^N \tilde{\omega}_l P_l(\cos \Theta), \quad (6.8)$$

где $\tilde{\omega}_l$ — набор из $N+1$ констант, а $\tilde{\omega}_0 = 1$. С учетом соотношения (6.7) получим

$$P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = \sum_{l=0}^N \tilde{\omega}_l P_l[\mu\mu' + (1-\mu^2)^{1/2}(1-\mu'^2)^{1/2} \cos(\varphi' - \varphi)]. \quad (6.9)$$

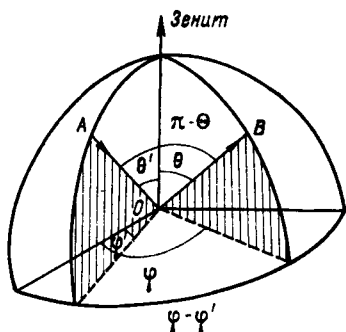


Рис. 6.2. Связь углов рассеяния, зенитного и азимутального.

АО — падающий световой пучок, ОВ — рассеянный.

На основании теоремы сложения полиномы Лежандра, имеющие приведенный в уравнении (6.9) аргумент, могут быть разложены по сферическим гармоникам (см. приложение 7), что дает

$$P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = \sum_{m=0}^N \sum_{l=m}^N \tilde{\omega}_l^m P_l^m(\mu) P_l^m(\mu') \cos m(\varphi' - \varphi), \quad (6.10)$$

где

$$\tilde{\omega}_l^m = (2 - \delta_{0,m}) \tilde{\omega}_l \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \quad (l=m, \dots, N, 0 \leq m \leq N) \quad (6.11)$$

$$\delta_{0,m} = \begin{cases} 1 & \text{при } m=0, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (6.12)$$

а через P_l^m обозначены присоединенные полиномы Лежандра.

С учетом приведенного представления для индикатрисы рассеяния можно разложить в ряд и интенсивность:

$$I(\tau; \mu, \varphi) = \sum_{m=0}^N I^m(\tau, \mu) \cos m(\varphi_0 - \varphi). \quad (6.13)$$

Подставляя (6.10) и (6.13) в уравнение (6.5) и учитывая при этом свойство ортогональности присоединенных полиномов Ле-

жандра, можно разложить уравнение (6.5) на $N+1$ независимых уравнений:

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI^m(\tau, \mu)}{d\tau} = I^m(\tau, \mu) - (1 + \delta_{0,m}) \frac{\bar{\omega}}{4} \sum_{l=m}^N \bar{\omega}_l^m P_l^m(\mu) \times \\ \times \int_{-1}^1 P_l^m(\mu') I^m(\tau; \mu') d\mu' - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \sum_{l=m}^N \bar{\omega}_l^m P_l^m(\mu) P_l^m(-\mu_0) \pi F_0 e^{-\tau/\mu_0} \end{aligned} \quad (6.14)$$

$(m = 0, 1, \dots, N).$

Каждое уравнение может быть независимо решено относительно I^m , а I может быть далее найдено из уравнения (6.13).

Если $m = 0$, интенсивность, выражаемая уравнением (6.13), соответствует случаю отсутствия азимутальной зависимости. Пренебрегая для простоты индексом 0, перепишем уравнение (6.14) и получим

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} = I(\tau, \mu) - \frac{\bar{\omega}}{2} \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\mu) \times \\ \times \int_{-1}^1 P_l(\mu') I(\tau; \mu') d\mu' - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\mu) P_l(-\mu_0) \pi F_0 e^{-\tau/\mu_0}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Уравнение (6.15), как будет видно из дальнейшего обсуждения, особенно полезно при расчетах потоков излучения.

В рассеивающих атмосферах диффузные плотности потоков восходящего и нисходящего излучения при любом заданном τ выражаются (см. определение плотности потока по формуле (1.9)) следующим образом:

$$F_{\text{диф}}^{\uparrow}(\tau) = \int_0^{2\pi} \int_0^1 I(\tau; \mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi \quad \mu \geq 0, \quad (6.16)$$

$$F_{\text{диф}}^{\downarrow}(\tau) = \int_0^{2\pi} \int_0^{-1} I(\tau; \mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi, \quad \mu \leq 0. \quad (6.17)$$

Отсюда с учетом того, что в уравнении (6.13)

$$\int_0^{2\pi} \cos m(\varphi_0 - \varphi) d\varphi = 0, \quad m \neq 0, \quad (6.18)$$

получим плотности потоков восходящего и нисходящего излучения:

$$F_{\text{диф}}^{\uparrow\downarrow}(\tau) = 2\pi \int_0^{\pm 1} I(\tau; \mu) \mu d\mu. \quad (6.19)$$

Следовательно, при расчете плотности потоков излучения в атмосфере можно пренебречь азимутальной зависимостью в разло-

жении интенсивности и для решения практических задач достаточно уравнения (6.15).

Кроме того, при отсутствии азимутальной зависимости можно определить индикатрису рассеяния как

$$P(\mu, \mu') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') d\varphi'. \quad (6.20)$$

С учетом разложения индикатрисы рассеяния, представленного соотношением (6.10), получим

$$P(\mu, \mu') = \sum_{l=0}^N \tilde{\omega}_l P_l(\mu) P_l(\mu'). \quad (6.21)$$

С использованием этого выражения не содержащее азимутальной зависимости уравнение переноса рассеянной радиации (6.15) можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} = & I(\tau, \mu) - \frac{\tilde{\omega}}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') P(\mu, \mu') d\mu' - \\ & - \frac{\tilde{\omega}}{4\pi} \pi F_0 P(\mu, -\mu_0) e^{-\tau/\mu_0}. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Отметим, что согласно формулам (6.16) и (6.17), для описания восходящего излучения используются положительные значения μ , а для описания нисходящего излучения — отрицательные значения μ . Таким образом, выражение $\mu_0 \sigma$, обозначающее составляющую прямого солнечного излучения, отрицательно. Однако для удобства используется положительная величина μ_0 , а знак «минус» перед ней указывает на тот факт, что прямое солнечное излучение распространяется вниз. При описании переноса теплового инфракрасного излучения в рассеивающих атмосферах, находящихся в состоянии локального термодинамического равновесия, первый член в уравнении (6.22) заменяется выражением для вклада теплового излучения $(1 - \tilde{\omega}_v) B_v [T(\tau)]$, где B_v — функция Планка при температуре T .

Поскольку уравнение переноса описывает лишь диффузную составляющую излучения, т. е. излучение, рассеянное один или более раз, то для того чтобы учесть все составляющие потока нисходящего излучения, необходимо включить также прямую радиацию $E_{\text{пр}}$. Она описывается с помощью закона ослабления Бэра—Буге—Ламберта:

$$F_{\text{пр}}^\dagger(\tau) = \mu_0 \pi F_0 e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.23)$$

Полные плотности потоков восходящего и нисходящего излучения при заданном τ определяются тогда следующими выражениями:

$$F^\dagger(\tau) = F_{\text{диф}}^\dagger(\tau) = 2\pi \int_0^1 I(\tau, \mu) \mu d\mu, \quad (6.24)$$

$$F^\ddagger(\tau) = F_{\text{диф}}^\ddagger(\tau) + F_{\text{пр}}^\ddagger(\tau) = 2\pi \int_0^{-1} I(\tau, \mu) \mu d\mu + \mu_0 \pi F_0 e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.25)$$

Разность плотностей потоков излучения на данном уровне (эф-
фективный поток) описывается как

$$F(\tau) = F^\dagger(\tau) - F^\ddagger(\tau). \quad (6.26)$$

Отсюда следует, что с помощью данных соотношений можно в со-
ответствии с представлениями, введенными в п. 3.5, оценить ско-
рость радиационного нагревания атмосферы солнечным излуче-
нием.

6.2 ПРИБЛИЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

6.2.1 Однократное рассеяние и порядок приближений рассеяния

Рассмотрим уходящее излучение как только однократно рас-
сеянное. Тогда функция источника будет иметь вид

$$J(\tau; \mu, \varphi) = \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \pi F_0 P(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.27)$$

На основе уравнений (1.64) и (1.65) можно описать интенсивно-
сти восходящего (отраженного) и нисходящего (пропущенного)
излучения в конечной атмосфере, оптическая толщина которой на
границах составляет $\tau = 0$ и $\tau = \tau_1$:

$$I(\tau; \mu, \varphi) = I(\tau_1; \mu, \varphi) e^{-(\tau_1 - \tau)/\mu} + \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \pi F_0 P(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) \times \\ \times \int_{\tau}^{\tau_1} \exp\{-[(\tau' - \tau)/\mu + \tau'/\mu_0]\} \frac{d\tau'}{\mu}, \quad (6.28)$$

$$I(\tau; -\mu, \varphi) = I(0; -\mu, \varphi) e^{-\tau/\mu} + \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \pi F_0 P(-\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) \times \\ \times \int_0^{\tau} \exp\{-[(\tau - \tau')/\mu + \tau'/\mu_0]\} \frac{d\tau'}{\mu}. \quad (6.29)$$

Положив, что на нижней границе конечной атмосферы отсут-
ствует восходящее излучение, а на верхней — рассеянное нисхо-
дящее излучение, т. е.

$$I(0; -\mu, \varphi) = 0, \\ I(\tau_1; -\mu, \varphi) = 0, \quad (6.30)$$

получим выражения для интенсивности отраженного и пропущенного излучения в конечной атмосфере на оптической глубине 0 и τ_1 соответственно:

$$I(0; \mu, \varphi) = \frac{\tilde{\omega}\mu_0 F_0}{4(\mu + \mu_0)} P(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) \times \\ \times \left\{ 1 - \exp\left[-\tau_1 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)\right] \right\}, \quad (6.31)$$

$$I(\tau_1; -\mu, \varphi) = \begin{cases} \frac{\tilde{\omega}\mu_0 F_0}{4(\mu - \mu_0)} P(-\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) (e^{-\tau_1/\mu} - e^{-\tau_1/\mu_0}), & \mu \neq \mu_0 \\ \frac{\tilde{\omega}\tau_1 F_0}{4\mu_0} P(-\mu_0, \varphi_0; -\mu_0, \varphi_0) e^{-\tau_1/\mu_0}, & \mu = \mu_0. \end{cases} \quad (6.32)$$

Отсюда следует, что в приближении однократного рассеяния интенсивности прямо пропорциональны значениям индикатрисы рассеяния.

Метод учета последовательных порядков рассеяния состоит в том, что интенсивности рассчитываются отдельно для фотонов, рассеянных однократно, двукратно, трехкратно и т. д., причем полная интенсивность равна сумме всех порядков рассеяния. Тогда уравнения для интенсивностей отраженного и пропущенного рассеянного излучения примут вид

$$I(\tau; \mu, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n(\tau; \mu, \varphi), \\ I(\tau; -\mu, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} I_n(\tau; -\mu, \varphi), \quad (6.33)$$

где n порядок рассеяния.

С учетом граничных условий, зафиксированных соотношениями (6.30), формальное решение уравнения переноса принимает вид

$$I(\tau; \mu, \varphi) = \int_{\tau}^{\tau_1} J(\tau'; \mu, \varphi) \exp[-(\tau' - \tau)/\mu] \frac{d\tau'}{\mu}, \\ I(\tau; -\mu, \varphi) = \int_0^{\tau} J(\tau'; \mu, \varphi) \exp[-(\tau - \tau')/\mu] \frac{d\tau'}{\mu}. \quad (6.34)$$

Функция источника для однократно рассеянного падающего излучения определяется соотношением (6.27). Вводя ее в формальное решение уравнения переноса (6.34) и интегрируя по соответствующим оптическим толщинам, получаем вклад однократно рассеянных фотонов в полную интенсивность. Отсюда следует, что

функция источника и интенсивности могут быть последовательно получены с помощью рекуррентных соотношений

$$J_{n+1}(\tau; \mu, \varphi) = \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') I_n(\tau; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi',$$

$$I_n(\tau; \mu, \varphi) = \int_{\tau}^{\tau_1} J_n(\tau'; \mu, \varphi) \exp[-(\tau' - \tau)/\mu] \frac{d\tau'}{\mu}; \quad n \geq 1,$$

$$I_n(\tau; -\mu, \varphi) = \int_0^{\tau} J_n(\tau'; -\mu, \varphi) \exp[-(\tau - \tau')/\mu] \frac{d\tau'}{\mu}, \quad n \geq 1,$$

(6.35)

где интенсивность нулевого порядка задается функцией Дирака δ :

$$I_0(\tau; \mu', \varphi') = \pi F_0 e^{-\tau/\mu_0} \delta(\mu' - \mu_0) \delta(\varphi' - \varphi_0). \quad (6.36)$$

Для выполнения интегрирования по ограниченному интервалу в уравнении (6.35) с целью получения распределения интенсивности могут быть предложены различные численные методики.

6.2.2 Двухпоточковое приближение и приближение Эддингтона

Для того чтобы аналитически решить уравнение (6.15), следует заменить интеграл суммированием по конечному числу точек квадратуры. Было показано, что лучшей для квадратур на интервале $(-1, 1)$ является квадратурная формула Гаусса. Формула Гаусса для любой функции $f(\mu)$ выражается соотношением

$$\int_{-1}^1 f(\mu) d\mu \approx \sum_{j=-n}^n a_j f(\mu_j), \quad (6.37)$$

где веса имеют вид

$$a_j = \frac{1}{P'_{2n}(\mu_j)} \int_{-1}^1 \frac{P_{2n}(\mu)}{\mu - \mu_j} d\mu, \quad (6.38)$$

а μ_j — нули полиномов Лежандра четного порядка $P_{2n}(\mu)$. Кроме того,

$$a_{-j} = a_j, \quad \mu_{-j} = -\mu_j, \quad \sum_{j=-n}^n a_j = 2. \quad (6.39)$$

В табл. 6.1 приведены гауссовы точки и веса для первых четырех приближений.

ТАБЛИЦА 6.1 Гауссовы точки и веса

n	$2n$	$\pm \mu_n$	a_n
1	2	$\mu_1 = 0,5773503$	$a_1 = 1$
2	4	$\mu_1 = 0,3399810$ $\mu_2 = 0,8611363$	$a_1 = 0,6521452$ $a_2 = 0,3478548$
3	6	$\mu_1 = 0,2386192$ $\mu_2 = 0,6612094$ $\mu_3 = 0,9324695$	$a_1 = 0,4679139$ $a_2 = 0,3607616$ $a_3 = 0,1713245$
4	8	$\mu_1 = 0,1834346$ $\mu_2 = 0,5255324$ $\mu_3 = 0,7966665$ $\mu_4 = 0,9602899$	$a_1 = 0,3626838$ $a_2 = 0,3137066$ $a_3 = 0,2223810$ $a_4 = 0,1012285$

С использованием формулы Гаусса можно переписать уравнение (6.15) в виде

$$\mu_i \frac{dI(\tau; \mu_i)}{d\tau} = I(\tau; \mu_i) - \frac{\bar{\omega}}{2} \sum_{l=0}^N \bar{\omega}_l P_l(\mu_i) \sum_{j=-n}^n a_j P_l(\mu_j) I(\tau; \mu_j) - \frac{\bar{\omega}}{4} F_0 \left[\sum_{l=0}^N (-1)^l \bar{\omega}_l P_l(\mu_i) P_l(\mu_0) \right] e^{-\tau/\mu_0}, \quad i = -n, n, \quad (6.40)$$

где $\mu_i (-n, n)$ — направления потоков излучения.

Для простоты решения уравнения (6.40) выберем два потока, т. е. $j = -1, 1$, а $N = 1$. Отметим, что $\mu_1 = 1/\sqrt{3}$ и $a_1 = a_{-1} = 1$. Вводя новые обозначения $I^\dagger = I(\tau; \mu_1)$, $I^\ddagger = I(\tau; -\mu_1)$ и группируя члены, получаем два уравнения одновременно:

$$\mu_1 \frac{dI^\dagger}{d\tau} = I^\dagger - \bar{\omega}(1-b)I^\dagger - \bar{\omega}bI^\ddagger - S^- e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.41a)$$

$$-\mu_1 \frac{dI^\ddagger}{d\tau} = I^\ddagger - \bar{\omega}(1-b)I^\ddagger - \bar{\omega}bI^\dagger - S^+ e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.41б)$$

где

$$g = \frac{\bar{\omega}_1}{3} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\cos \Theta) \cos \Theta d \cos \Theta = \langle \cos \Theta \rangle,$$

$$b = \frac{1-g}{2} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\cos \Theta) \frac{1-\cos \Theta}{2} d \cos \Theta,$$

$$S^\pm = \frac{F_0 \bar{\omega}}{4} (1 \pm 3g\mu_1\mu_0). \quad (6.42)$$

Параметр g называется *фактором асимметрии* индикатрисы и является первым моментом индикатрисы рассеяния. Он выводится

из соотношения (6.8) с использованием свойства ортогональности полиномов Лежандра. Отметим, что нулевой момент индикатрисы рассеяния $\tilde{\omega}_0 = 1$. При изотропном рассеянии параметр $g = 0$, как и при рэлеевском рассеянии. Фактор асимметрии увеличивается по мере заострения дифракционного пика индикатрисы рассеяния. Можно представить и отрицательный фактор асимметрии, если индикатриса рассеяния достигает максимума в направлениях назад ($90 - 180^\circ$). Для частиц Ми, индикатриса рассеяния которых имеет в общем случае острый пик при угле рассеяния 0° (см., например, рис. 5.11), фактор асимметрии характеризует относительную значимость рассеяния вперед. Параметры b и $(1 - b)$ могут быть интерпретированы как интегральная доля энергии, рассеянной соответственно назад и вперед. Таким образом, из уравнения (6.41) становится очевидным, что в двухпоточковом приближении вклад многократного рассеяния представлен интенсивностями восходящего и нисходящего излучения, взятыми с весами, равными вкладам соответствующих (передней или задней) частей индикатрисы рассеяния. Интенсивность восходящего излучения усиливается за счет сочетания вкладов передней части индикатрисы рассеяния ($0 - 90^\circ$) и той части интенсивности нисходящего излучения, которая попадает в заднюю часть ($90 - 180^\circ$) индикатрисы. Аналогичное рассуждение верно и для интенсивности нисходящего излучения.

Уравнения (6.41a) и (6.41б) являются неоднородными дифференциальными уравнениями первого порядка. Пусть $M = I^\uparrow + I^\downarrow$ и $N = I^\uparrow - I^\downarrow$. Заметим также, что $(1 - 2b) = g$; тогда, производя вычитание и сложение, преобразуем уравнения (6.41):

$$\mu_1 \frac{dM}{d\tau} = (1 - \tilde{\omega}g)N - (S^- - S^+) e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.43a)$$

$$\mu_1 \frac{dN}{d\tau} = (1 - \tilde{\omega})M - (S^- + S^+) e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.43б)$$

Дифференцируя оба уравнения по τ , получаем

$$\mu_1 \frac{d^2 M}{d\tau^2} = (1 - \tilde{\omega}g) \frac{dN}{d\tau} + \frac{(S^- - S^+)}{\mu_0} e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.44a)$$

$$\mu_1 \frac{d^2 N}{d\tau^2} = (1 - \tilde{\omega}) \frac{dM}{d\tau} + \frac{(S^- + S^+)}{\mu_0} e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.44б)$$

Вводя уравнения (6.43б) и (6.43a) в уравнения (6.44a) и (6.44б) соответственно, находим, что

$$\frac{d^2 M}{d\tau^2} = k^2 M + Z_1 e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.45a)$$

$$\frac{d^2 N}{d\tau^2} = k^2 N + Z_2 e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.45б)$$

где собственное число определяется из соотношения:

$$k^2 = (1 - \bar{\omega})(1 - \bar{\omega}g)/\mu_1^2 \quad (6.46)$$

и выполняются равенства

$$Z_1 = -\frac{(1 - \bar{\omega}g)(S^- + S^+)}{\mu_1^2} + \frac{S^- + S^+}{\mu_1\mu_0},$$

$$Z_2 = -\frac{(1 - \bar{\omega})(S^- - S^+)}{\mu_1^2} + \frac{S^- + S^+}{\mu_1\mu_0}. \quad (6.47)$$

Уравнения (6.45) представляют собой систему дифференциальных уравнений второго порядка, для решения которой сначала необходимо найти общее решение для однородной части, а затем прибавить частное решение. При нахождении решения однородной части следует удовлетворить однородным частям уравнений (6.43) с тем, чтобы остались лишь две неизвестные постоянные. Непосредственный анализ дает следующие решения:

$$I^\uparrow = I(\tau, \mu_1) = Kve^{k\tau} + Hve^{-k\tau} + \varepsilon e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.48)$$

$$I^\downarrow = I(\tau, -\mu_1) = Kue^{k\tau} + Hve^{-k\tau} + \gamma e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.49)$$

где

$$v = (1 + a)/2, \quad u = (1 - a)/2, \quad (6.50)$$

$$a^2 = (1 - \bar{\omega})/(1 - \bar{\omega}g), \quad (6.51)$$

$$\varepsilon = (\alpha + \beta)/2, \quad \gamma = (\alpha - \beta)/2, \quad (6.52)$$

$$\alpha = Z_1\mu_0^2/(1 - \mu_0^2k^2), \quad \beta = Z_2\mu_0^2/(1 - \mu_0^2k^2). \quad (6.53)$$

Постоянные K и H должны определяться из граничных условий для потоков рассеянного излучения на верхней и нижней границах рассеивающего слоя. Для граничных условий, приведенных в уравнении (6.30), получаем

$$K = -(\varepsilon ve^{-\tau_1/\mu_0} - \gamma ue^{-k\tau_1})/(v^2 e^{k\tau_1} - u^2 e^{-k\tau_1}), \quad (6.54)$$

$$H = -(\varepsilon ue^{-\tau_1/\mu_0} - \gamma ve^{-k\tau_1})/(v^2 e^{k\tau_1} - u^2 e^{-k\tau_1}). \quad (6.55)$$

После оценки интенсивности восходящего и нисходящего излучения плотности потоков восходящей и нисходящей рассеянной радиации могут быть выражены в виде

$$F^\uparrow(\tau) = 2\pi\mu_1 I^\uparrow, \quad F^\downarrow(\tau) = 2\pi\mu_1 I^\downarrow. \quad (6.56)$$

Это и есть двухпотокое приближение задачи переноса излучения. При другом аналогичном подходе можно разложить составляющую интенсивности в уравнении (6.15) (см. также уравнение (6.40)) следующим образом:

$$I(\tau, \mu) = I_0(\tau) + I_1(\tau)\mu, \quad (-1 \leq \mu \leq 1). \quad (6.57)$$

Тогда, полагая $N = 1$, получаем

$$\mu \frac{d(I_0 + \mu I_1)}{d\tau} = (I_0 + I_1 \mu) - \tilde{\omega} (I_0 + g \mu I_1) - \frac{\tilde{\omega}}{4} F_0 (1 - 3g \mu \mu_0) e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.58)$$

Интегрируя по μ уравнение (6.58) и его произведение на μ , получаем следующие дифференциальные уравнения первого порядка:

$$\frac{dI_1}{d\tau} = 3(1 - \tilde{\omega}) I_0 - \frac{3}{4} \tilde{\omega} F_0 e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.59)$$

$$\frac{dI_0}{d\tau} = (1 - \tilde{\omega} g) I_1 + \frac{3}{4} \tilde{\omega} g \mu_0 F_0 e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.60)$$

Читателю предлагается самому вывести решения для I_0 и I_1 при радиационных граничных условиях, поставленных согласно уравнениям (6.30).

После того как получены I_0 и I_1 , плотности потоков восходящего и нисходящего излучения можно определить выражениями

$$F^\dagger(\tau) = 2\pi \int_0^1 [I_0(\tau) + \mu I_1(\tau)] \mu d\mu = \pi \left[I_0(\tau) + \frac{2}{3} I_1(\tau) \right],$$

$$F^\ddagger(\tau) = 2\pi \int_0^{-1} [I_0(\tau) + \mu I_1(\tau)] \mu d\mu = \pi \left[I_0(\tau) - \frac{2}{3} I_1(\tau) \right]. \quad (6.61)$$

Изложенный выше подход представляет собой так называемое приближение Эддингтона. Очевидно, что в данном случае используется разложение интенсивности на две составляющие и подход к упрощению задачи здесь аналогичен принятому при двухпоточковом приближении.

Возвращаясь теперь к уравнению (6.40), можно рассмотреть несколько более сложное приближение и предположить, что $j = -1, -2, 1, 2$ и $l = 0, 1, 2, 3$. В результате можно вывести четыре неоднородных дифференциальных уравнения первого порядка. Таким образом, может быть аналитически получено решение задачи переноса радиации в четырехпоточковом приближении [71].

В табл. 6.2 представлены численные данные об отражении и полном пропускании (поток рассеянной радиации плюс поток прямой радиации) для двух-, четырех- и многопоточковых приближений в случае анизотропного рассеяния, рассматриваемого в п. 6.3.3. Отражение r и пропускание для рассеянного ($t_{\text{диф}}$) и прямого ($t_{\text{пр}}$) потока солнечного излучения определяются по следующим соотношениям (см. также уравнения (6.109) и (6.110)):

$$r = F^\dagger(0)/(\pi \mu_0 F_0), \quad t_{\text{диф}} = F^\dagger(\tau_1)/(\pi \mu_0 F_0), \quad t_{\text{пр}} = \exp(-\tau_1/\mu_0).$$

ТАБЛИЦА 6.2 Сравнение численных данных об отбраженности и пропускании, полученных методом дискретных ординат (МДО) для двух-, четырех-, восьми- и шестнадцатиполокового приближения, а также методом удвоения

τ_1	Метод	Ображение	μ_0										Пропускание
			0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	
0,25	МДО		0,41133	0,18018	0,07635	0,02109	-0,01294	0,58867	0,81982	0,92365	0,97891	1,01294	
			0,40339	0,15250	0,05743	0,02457	0,03221	0,59661	0,84750	0,94257	0,97542	0,97593	
			0,40985	0,15185	0,06937	0,03884	0,02114	0,59015	0,84815	0,93063	0,96116	0,97888	
			0,41768	0,15776	0,07165	0,03797	0,02246	0,58239	0,84229	0,92842	0,92821	0,97741	
			0,41610	0,15795	0,07179	0,03801	0,02250	0,58390	0,84205	0,92821	0,96200	0,97751	
			0,51962	0,36837	0,22559	0,11158	0,02389	0,48222	0,63163	0,77441	0,88842	0,97611	
			0,56631	0,37569	0,22498	0,13468	0,09826	0,43368	0,62431	0,77501	0,86531	0,90173	
			0,58967	0,38728	0,24037	0,15066	0,09582	0,41034	0,61273	0,75963	0,84934	0,90424	
4	Удвоение	МДО	0,58567	0,38676	0,24068	0,15019	0,09654	0,41440	0,61337	0,75951	0,84991	0,90249	
			0,58148	0,38571	0,24048	0,15019	0,09672	0,41852	0,61430	0,75952	0,84981	0,90328	
			0,68564	0,59282	0,49999	0,40737	0,31612	0,31436	0,40718	0,50001	0,59263	0,68388	
			0,73722	0,62493	0,52120	0,42825	0,34962	0,26278	0,37507	0,47880	0,57174	0,65036	
16	Удвоение	МДО	0,73877	0,61974	0,52046	0,43052	0,34806	0,26124	0,38026	0,47953	0,56948	0,65207	
			0,73541	0,61830	0,51977	0,42964	0,34776	0,26469	0,38190	0,48053	0,57051	0,65077	
			0,73284	0,61732	0,51932	0,42945	0,34823	0,26746	0,38269	0,48069	0,57055	0,65178	
			0,86960	0,82980	0,79100	0,75220	0,71340	0,13140	0,17020	0,20900	0,24780	0,28660	
16	Удвоение	МДО	0,88407	0,83459	0,78881	0,74721	0,71005	0,11592	0,16540	0,21118	0,25278	0,28993	
			0,88397	0,83127	0,78659	0,74699	0,70755	0,11604	0,16873	0,21260	0,25300	0,29254	
			0,88240	0,83055	0,78702	0,74642	0,70627	0,11770	0,16965	0,21329	0,25373	0,29225	
			0,88103	0,82995	0,78659	0,74618	0,70722	0,11897	0,17005	0,21342	0,25382	0,29279	
0,25	МДО		0,38739	0,16913	0,07140	0,01942	-0,01258	0,55674	0,79643	0,90463	0,96228	0,99780	
			0,37699	0,14149	0,05281	0,02242	0,02231	0,55058	0,82043	0,92134	0,95860	0,96318	
			0,37921	0,13924	0,06352	0,03568	0,01940	0,55067	0,81933	0,90969	0,94519	0,96576	
			0,38384	0,14389	0,06531	0,03466	0,02056	0,54098	0,81302	0,90728	0,94583	0,96451	
			0,38124	0,14369	0,06530	0,03464	0,02055	0,54162	0,81249	0,90699	0,94571	0,96439	
			0,38739	0,16913	0,07140	0,01942	-0,01258	0,55674	0,79643	0,90463	0,96228	0,99780	
			0,37699	0,14149	0,05281	0,02242	0,02231	0,55058	0,82043	0,92134	0,95860	0,96318	
			0,37921	0,13924	0,06352	0,03568	0,01940	0,55067	0,81933	0,90969	0,94519	0,96576	
16	Удвоение	МДО	0,38384	0,14389	0,06531	0,03466	0,02056	0,54098	0,81302	0,90728	0,94583	0,96451	
			0,38124	0,14369	0,06530	0,03464	0,02055	0,54162	0,81249	0,90699	0,94571	0,96439	
			0,38739	0,16913	0,07140	0,01942	-0,01258	0,55674	0,79643	0,90463	0,96228	0,99780	
			0,37699	0,14149	0,05281	0,02242	0,02231	0,55058	0,82043	0,92134	0,95860	0,96318	

Альбедро однократного рассеяния, $\omega = 0,95$

1	МДО	2	0,47866	0,33481	0,20147	0,09620	0,01565	0,42640	0,56941	0,71177	0,82725	0,91672
4		4	0,51064	0,32845	0,19197	0,11336	0,08455	0,36991	0,54933	0,70281	0,80215	0,85086
8		4	0,52254	0,33114	0,20309	0,12721	0,08069	0,34357	0,53305	0,68700	0,78768	0,85154
16		16	0,51657	0,32662	0,20270	0,12612	0,08129	0,34647	0,53302	0,68625	0,78751	0,85072
	Удвоенне		0,51164	0,32828	0,20233	0,12560	0,08123	0,34963	0,53370	0,68629	0,78743	0,85052
4	МДО	2	0,58357	0,47900	0,30800	0,28822	0,20120	0,20988	0,27631	0,34604	0,41952	0,49574
4		4	0,60735	0,47440	0,36883	0,28929	0,23531	0,16090	0,23578	0,31347	0,39447	0,47611
8		8	0,60317	0,46306	0,36689	0,29228	0,22966	0,15970	0,23803	0,31335	0,39268	0,47448
16		16	0,59728	0,46062	0,36550	0,29058	0,22963	0,16138	0,23855	0,31346	0,39286	0,47412
	Удвоенне		0,59296	0,45923	0,36491	0,29027	0,22942	0,16294	0,23902	0,31360	0,39289	0,47396
2		2	0,62095	0,52820	0,44243	0,36286	0,28886	0,01681	0,02213	0,02772	0,03363	0,03994
4		4	0,63151	0,50984	0,41595	0,34830	0,30531	0,01426	0,02088	0,02776	0,03509	0,04312
8		8	0,62675	0,49829	0,41182	0,35026	0,29829	0,01416	0,02104	0,02764	0,03479	0,04308
16		16	0,62102	0,49581	0,41182	0,34839	0,29799	0,01431	0,02110	0,02765	0,03481	0,04305
	Удвоенне		0,61691	0,49445	0,41122	0,34804	0,29771	0,01445	0,02114	0,02767	0,03482	0,04304

Альbedo однократного рассеяния, $\omega = 0,8$

0,25	МДО	2	0,31802	0,13747	0,05739	0,01489	—	0,01125	0,46566	0,72916	0,84979	0,95403
4		4	0,30269	0,11116	0,04040	0,01674	0,01746	0,46032	0,74403	0,86090	0,91033	0,92623
8		8	0,29599	0,10578	0,04799	0,02714	0,01473	0,44354	0,73879	0,84949	0,89808	0,92728
16		16	0,29406	0,10781	0,04888	0,02608	0,01558	0,43120	0,73272	0,84795	0,89947	0,92679
	Удвоенне		0,28961	0,10686	0,04855	0,02590	0,01547	0,43017	0,73172	0,84756	0,89938	0,92669
1	МДО	2	0,37519	0,24279	0,14279	0,06101	—	0,00064	0,29023	0,41377	0,55267	0,76333
4		4	0,37646	0,22124	0,12003	0,06785	0,05425	0,22724	0,37500	0,52936	0,64559	0,72003
8		8	0,36938	0,21105	0,12471	0,07775	0,04901	0,20192	0,35487	0,51471	0,63379	0,71702
16		16	0,36071	0,20875	0,12396	0,07644	0,04942	0,20416	0,35597	0,51601	0,63571	0,71784
	Удвоенне		0,35487	0,20714	0,12342	0,07622	0,04929	0,20556	0,35621	0,51606	0,63580	0,71772
4	МДО	2	0,40411	0,29377	0,20057	0,12070	0,05152	0,06605	0,09165	0,12821	0,16164	0,20628
4		4	0,39835	0,25840	0,16792	0,11604	0,09563	0,04412	0,07045	0,10648	0,15660	0,22130
8		8	0,38562	0,24266	0,16755	0,12180	0,08907	0,04453	0,07115	0,10625	0,15573	0,21918
16		16	0,37725	0,24028	0,16677	0,12063	0,08944	0,04505	0,07167	0,10710	0,15690	0,21959
	Удвоенне		0,37148	0,23862	0,16615	0,12036	0,08925	0,04539	0,07179	0,10718	0,15697	0,21953
16	МДО	2	0,40571	0,29599	0,20354	0,12458	0,05636	0,00018	0,00026	0,00034	0,00045	0,00060
4		4	0,39914	0,25968	0,16985	0,11886	0,09945	0,00026	0,00042	0,00063	0,00094	0,00138
8		8	0,38661	0,24394	0,16947	0,12458	0,09280	0,00026	0,00042	0,00062	0,00091	0,00138
16		16	0,37805	0,24157	0,16870	0,12343	0,09316	0,00027	0,00042	0,00062	0,00092	0,00139
	Удвоенне		0,37229	0,23990	0,16808	0,12315	0,09297	0,00027	0,00042	0,00062	0,00092	0,00139

Все расчеты были выполнены с использованием выражаемой аналитически индикатрисы рассеяния Хеньи—Гринштейна

$$P(\Theta) = (1 - g^2)/(1 + g^2 - 2g \cos \Theta)^{3/2}$$

при факторе асимметрии $g = 0,75$.

В таблицах также представлены для сравнения результаты, полученные методом удвоения (см. п. 6.6). Точность метода удвоения в представлении ван де Хюлста и Гросмана [129] составляет примерно 5 десятичных знаков после запятой. По сравнению с расчетами методом удвоения в случае 16 дискретных потоков результаты верны примерно до 3—4 знаков для каждого из принятых значений альbedo однократного рассеяния. Точность падает до 2—3 десятичных знаков в случае 8 дискретных потоков. При 4 дискретных потоках появляются незначительные отклонения, причем абсолютные величины расхождений имеют в целом порядок 0,01. Двухпотоковое приближение демонстрирует в общем достаточную точность при $\tau_1 = 4$ и $\tau_1 = 16$ в случаях как консервативного, так и неконсервативного рассеяния. Однако двухпотоковое приближение может давать большие ошибки по мере уменьшения оптической толщины, особенно для отражения, поскольку все значения в целом малы. При почти нормальном падении лучей и $\tau_1 = 0,25$ в обоих случаях появляются отрицательные значения.

Согласно [112], точность приближения Эддингтона примерно та же, что и у двухпотокового приближения. Таким образом, в случаях оптически тонких сред, а также при значительном поглощении оба приближения следует использовать с осторожностью.

Поскольку точность приближения Эддингтона оказалась недостаточной, Джозеф и др. [59] разработали эмпирический метод, в котором учет части индикатрисы рассеяния, связанной с максимумом рассеяния вперед, производится путем переопределения фактора асимметрии, альbedo однократного рассеяния и оптической толщины:

$$g' = g/(1 + g), \quad \tilde{\omega}' = (1 - g^2)\tilde{\omega}/(1 - g^2\tilde{\omega}), \quad \tau' = (1 - \tilde{\omega}g^2)\tau.$$

Эти эмпирические подгонки ведут к значительному повышению точности расчетов отражения и пропускания.

6.3 МЕТОД ДИСКРЕТНЫХ ОРДИНАТ В ЗАДАЧАХ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ

6.3.1 Общее решение для изотропного рассеяния

Для удобства положим, что рассеяние изотропно, т. е. индикатриса рассеяния $P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = 1$. Далее определим азимутально независимую интенсивность в виде

$$I(\tau, \mu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\tau; \mu, \varphi) d\varphi. \quad (6.62)$$

Таким образом, уравнение переноса, сформулированное в (6.22), приобретает вид

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} = I(\tau, \mu) - \frac{\tilde{\omega}}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') d\mu' - \frac{\tilde{\omega}F_0}{4} e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.63)$$

Заменяя теперь интеграл суммой в соответствии с обсуждавшейся в п. 6.2.2 формулой Гаусса и полагая $I_i = I(\tau, \mu_i)$, получаем

$$\mu_i \frac{dI_i}{d\tau} = I_i - \frac{\tilde{\omega}}{2} \sum_j I_j a_j - \frac{\tilde{\omega}F_0}{4} e^{-\tau/\mu_0}, \quad i = -n, \dots, n, \quad (6.64)$$

где \sum_j — суммирование от $-n$ до n , т. е. по $2n$ членам.

Решение уравнения (6.64) можно найти, получив сначала общее решение однородной части дифференциального уравнения, а затем прибавив к нему частное решение неоднородного уравнения. Положим для однородной части указанного дифференциального уравнения

$$I_i = g_i e^{-k\tau}, \quad (6.65)$$

где g_i и k — постоянные. Подставляя выражение (6.65) в однородную часть уравнения (6.64), получаем

$$g_i (1 + \mu_i k) = \frac{\tilde{\omega}}{2} \sum_j a_j g_j. \quad (6.66)$$

Отсюда следует, что g_i должно быть связано с постоянной L следующим образом:

$$g_i = L / (1 + \mu_i k). \quad (6.67)$$

Получив выражение для g_i , для определения собственных значений k найдем следующее характеристическое уравнение:

$$1 = \frac{\tilde{\omega}}{2} \sum_j \frac{a_j}{1 + \mu_j k} = \tilde{\omega} \sum_{j=1}^n \frac{a_j}{1 - \mu_j^2 k^2}. \quad (6.68)$$

Очевидно, что при $\tilde{\omega} < 1$ уравнение (6.68) допускает $2n$ различных ненулевых собственных значения, которые следуют парами: $\pm k_j$ ($j = 1, \dots, n$). Таким образом, общее решение для однородной части общего уравнения имеет вид

$$I_i = \sum_j \frac{L_j}{1 + \mu_i k_j} e^{-k_j \tau}. \quad (6.69)$$

Для нахождения частного решения положим, что

$$I_i = (\tilde{\omega}F_0/4) h_i e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.70)$$

где h_i — постоянная. Подставляя выражение (6.70) в уравнение (6.64), получаем

$$h_i (1 + \mu_i/\mu_0) = (\tilde{\omega}/2) \sum_j a_j h_j + 1. \quad (6.71)$$

Отсюда следует, что постоянные h_i должны иметь вид

$$h_i = \gamma / (1 + \mu_i / \mu_0), \quad (6.72)$$

где γ определяется из уравнения (6.71), т. е.

$$\gamma = 1 / \left[1 - \bar{\omega} \sum_{j=1}^n a_j / (1 - \mu_j^2 / \mu_0^2) \right]. \quad (6.73)$$

Складывая общее и частное решение, получаем

$$I_i = \sum_j \frac{\{L_j\}}{1 + \mu_i k_j} e^{-k_j \tau} + \frac{\bar{\omega} F_0 \gamma}{4(1 + \mu_i / \mu_0)} e^{-\tau / \mu_0}, \quad i = -n, \dots, n. \quad (6.74)$$

Неизвестные коэффициенты пропорциональности L_j должны определяться из налагаемых граничных условий (см., например, соотношения (6.30)).

Следующим шагом должно быть введение H -функции Чандра-секара с целью замены постоянной γ . Рассмотрим функцию

$$T(z) = 1 - \frac{\bar{\omega} z^2}{2} \sum_j \frac{a_j}{z + \mu_j} = 1 - \bar{\omega} z^2 \sum_{j=1}^n \frac{a_j}{z^2 - \mu_j^2}. \quad (6.75)$$

Эта функция является полиномом степени $2n$ по переменной z , и если сравнить ее с характеристическим уравнением (6.68), то можно заметить, что $z = \pm 1/k_j$ при $T(z) = 0$. Таким образом, должно выполняться соотношение

$$\prod_{j=1}^n (z^2 - \mu_j^2) T(z) = \text{const} \prod_{j=1}^n (1 - k_j^2 z^2), \quad (6.76)$$

поскольку два полинома степени $2n$ имеют одни и те же нули. При $z = 0$ находим

$$\text{const} = \prod_{j=1}^n (-\mu_j^2).$$

Таким образом,

$$T(z) = (-1)^n \mu_1^2 \dots \mu_n^2 \prod_{j=1}^n (1 - k_j^2 z^2) / \prod_{j=1}^n (z^2 - \mu_j^2). \quad (6.77)$$

Введем теперь H -функцию в виде

$$H(\mu) = \frac{1}{\mu_1 \dots \mu_n} \frac{\prod_{j=1}^n (\mu + \mu_j)}{\prod_{j=1}^n (1 + k_j \mu)}. \quad (6.78)$$

В терминах H -функции

$$\gamma = 1/T(z) = H(z)H(-z). \quad (6.79)$$

Итак, полное решение уравнения переноса для изотропного неконсервативного случая в n -м приближении дается выражением

$$I_i = \sum_j \frac{L_j}{1 + \mu_i k_j} e^{-k_j \tau} + \frac{\tilde{\omega} F_0 H(\mu_0) H(-\mu_0)}{4(1 + \mu_i/\mu_0)} e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.80)$$

На рис. 6.3 показано распределение собственных значений при изотропном рассеянии. Соответствующие величины представлены

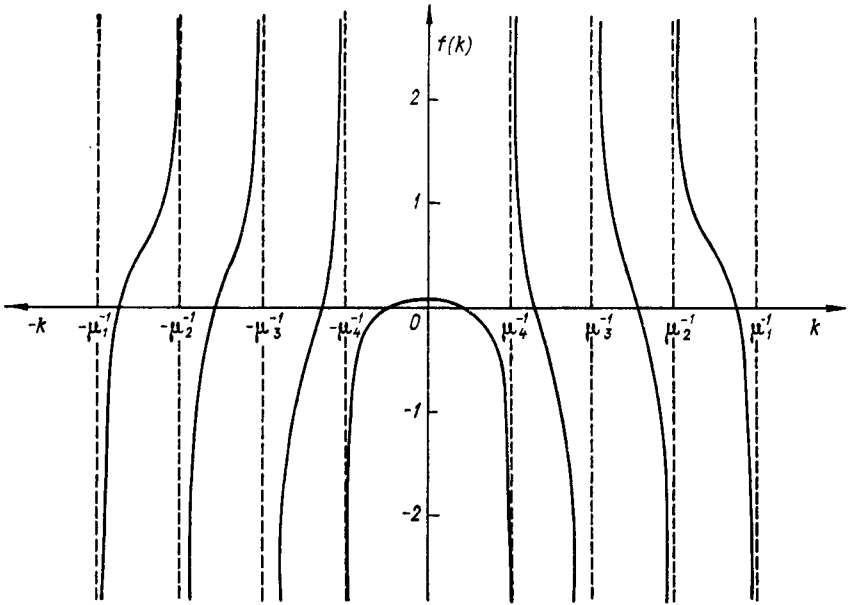


Рис. 6.3. Типичное распределение собственных значений при изотропном рассеянии.

Альbedo однократного рассеяния $\tilde{\omega}=0,95$; интервалы между всеми μ_j^{-1} ($j=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$) равные.

в табл. 6.1. Характеристическое уравнение (6.68) может быть тогда записано в виде

$$f(k) = 1 - \tilde{\omega} \sum_{j=1}^n \frac{a_j}{1 - \mu_j^2 k^2}. \quad (6.68a)$$

При $\tilde{\omega} \neq 0$, $f(k_j) \rightarrow \pm \infty$, в то время как $k_j \rightarrow \mu_j^{-1}$. На рисунке выделены равные интервалы между последовательными значениями μ_j^{-1} , так что ясно видны точки пересечения кривыми нулей. Собственные значения следуют парами, причем можно математически доказать, что в каждом интервале существует одно и только одно собственное значение. Собственные значения, полученные при решении задачи радиационного переноса методом дискрет-

ных ординат, могут быть физически интерпретированы как эффективные значения коэффициента ослабления, которые, будучи умноженными на значение нормальной оптической толщины, оказываются равными эффективной оптической длине пути для каждого дискретного потока.

При консервативном рассеянии $\tilde{\omega} = 1$ характеристическое уравнение (6.68) допускает два нулевых собственных значения, а именно $k^2 = 0$. Можно показать с использованием соотношения

$$\sum_{j=-n}^n a_j \mu_j^l = \int_{-1}^1 \mu^l d\mu = 2\delta_{l/(2l+1)}, \quad \delta_l = \begin{cases} 1 & (\text{четные}), \\ 0 & (\text{нечетные}), \end{cases}$$

что выражение

$$I_i = b(\tau + \mu_i + Q) \quad (6.81)$$

удовлетворяет однородной части дифференциального уравнения, причем b и Q являются двумя произвольными постоянными интегрирования. Таким образом, полное решение уравнения радиационного переноса в случае изотропного рассеяния в n -м приближении может быть записано как

$$I_i = \sum_{j=-\binom{n-1}{n-1}}^{n-1} \frac{L_j}{1 + \mu_i k_j} e^{-k_j \tau} + (\tau + \mu_i) L_{-n} + L_n + \frac{F_0 H(\mu_0) H(-\mu_0)}{4(1 + \mu_i/\mu_0)} e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.82)$$

6.3.2 Закон диффузного отражения для полубесконечных изотропно рассеивающих атмосфер

Предположим, что на верхней границе полубесконечной атмосферы отсутствует поток нисходящего рассеянного излучения, а на нижней — восходящего рассеянного, так что

$$I(0, -\mu_i) = 0, \quad I(\tau_1, \mu_i) = 0, \quad \tau_1 \rightarrow \infty. \quad (6.83)$$

Вводя в решение уравнения переноса излучения в случае изотропного рассеяния в n -м приближении (6.80) второе граничное условие, получаем

$$I(\tau_1, \mu_i) = 0 = \sum_{j=-n}^{-1} \frac{L_j}{1 - \mu_i k_j} e^{k_j \tau_1}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6.84)$$

Очевидно, что для того, чтобы удовлетворить граничному условию для полубесконечной атмосферы, должно выполняться соотношение $L_j = 0$ ($j = -n, \dots, -1$). Таким образом,

$$I(\tau, \mu_i) = \sum_{j=1}^n \frac{L_j}{1 + \mu_i k_j} e^{-k_j \tau} + \frac{\tilde{\omega} F_0 H(\mu_0) H(-\mu_0)}{4(1 + \mu_i/\mu_0)} e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.85)$$

Определим величину $S(\mu)$:

$$S(\mu) = \sum_{j=1}^n \frac{L_j}{1 - k_j \mu} + \frac{\tilde{\omega} F_0 H(\mu_0) H(-\mu_0)}{4(1 + \mu_i/\mu_0)}. \quad (6.86)$$

Следовательно,

$$S(\mu_i) = I(0, -\mu_i) = 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (6.87)$$

а интенсивность отраженного излучения

$$I(0, \mu) = S(-\mu). \quad (6.88)$$

Далее, рассмотрим функцию

$$(1 - \mu/\mu_0) \prod_{j=1}^n (1 - k_j \mu) S(\mu), \quad (6.89)$$

являющуюся полиномом степени n по μ , который обращается в 0 при $\mu = \mu_i$ ($i = 1, \dots, n$). В результате указанная функция должна быть равна $\prod_{j=1}^n (\mu - \mu_j)$ с точностью до постоянной величины. Можно записать

$$(1 - \mu/\mu_0) \prod_{j=1}^n (1 - k_j \mu) S(\mu) = \text{const} \frac{(-1)^n}{\mu_1 \dots \mu_n} \prod_{j=1}^n (\mu - \mu_j). \quad (6.90)$$

Используя определение H -функции, приведенное в соотношении (6.78), получаем

$$S(\mu) = \text{const} H(-\mu)/(1 - \mu/\mu_0). \quad (6.91)$$

Для того чтобы оценить величину постоянной, заметим, что

$$\lim_{\mu \rightarrow \mu_0} (1 - \mu/\mu_0) S(\mu) = \text{const} H(-\mu_0). \quad (6.92)$$

В то же время (ср. формулу (6.86))

$$\lim_{\mu \rightarrow \mu_0} (1 - \mu/\mu_0) S(\mu) = \frac{1}{4} \tilde{\omega} F_0 H(\mu_0) H(-\mu_0). \quad (6.93)$$

Сопоставляя (6.92) и (6.93), находим, что

$$\text{const} = \frac{1}{4} \tilde{\omega} F_0 H(\mu_0) \quad (6.94)$$

и

$$S(\mu) = \frac{\tilde{\omega} F_0 H(\mu_0) H(-\mu)}{4(1 - \mu/\mu_0)}. \quad (6.95)$$

Следовательно, выражение для интенсивности радиации, отраженной полубесконечной изотропно рассеивающей атмосферой, имеет вид

$$I(0, \mu) = S(-\mu) = \frac{1}{4} \tilde{\omega} F_0 \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0} H(\mu_0) H(\mu). \quad (6.96)$$

Таким образом, диффузное отражение может быть описано с помощью H -функции. Указанное простое выражение использовалось при исследовании процесса формирования линий поглощения в облачных атмосферах других планет.

6.3.3 Общее решение для анизотропного рассеяния

Для решения уравнения (6.14) найдем сначала общее решение однородной части дифференциального уравнения, а затем прибавим частное решение для неоднородной части. После некоторых математических выкладок это решение принимает вид

$$I^m(\tau, \mu_i) = \sum_j L_j^m \varphi_j^m(\mu_i) e^{-k_j^m \tau} + Z^m(\mu_i) e^{-\tau/\mu_0}, \quad (6.97)$$

где собственная функция, полученная из присоединенной однородной системы, имеет вид

$$\varphi_j^m(\mu_i) = \frac{1}{1 + \mu_i k_j^m} \sum_{l=0}^N \tilde{\omega}_l^m \xi_l^m P_l^m(\mu_i), \quad (6.98)$$

а функция Z описывается выражением

$$Z^m(\mu_i) = \frac{1}{4} \tilde{\omega} F_0 P_m^m(-\mu_0) \frac{H^m(\mu_0) H^m(-\mu_0)}{1 + \mu_i/\mu_0} \sum_{l=0}^N \tilde{\omega}_l^m \xi_l^m \left(\frac{1}{\mu_0}\right) P_l^m(\mu_i). \quad (6.99)$$

Функция ξ описывается с помощью рекуррентной формулы

$$\xi_{l+1}^m = -\frac{2l+1-\tilde{\omega}_l}{k(l-m+1)} \xi_l^m - \frac{l+m}{l-m+1} \xi_{l-1}^m. \quad (6.100)$$

Наконец, собственные значения k_j^m могут быть получены из следующего характеристического уравнения:

$$1 = \frac{\tilde{\omega}}{2} \sum_j \frac{a_j}{1 + \mu_j k} \left[\sum_{\lambda=m}^N \tilde{\omega}_{\lambda}^m \xi_{\lambda}^m(k) P_{\lambda}^m(\mu_j) P_m^m(\mu_j) \right]. \quad (6.101)$$

Уравнение (6.101) имеет порядок n по k^2 и допускает в общем случае $2n$ различных собственных значений, которые не отражаются в $(0, \mu_n^{-1})$ и должны следовать парами. В случае простых граничных условий, заданных выражением (6.30), с учетом разложения интенсивности в уравнении (6.13) получаем

$$\left. \begin{aligned} I^m(0, -\mu_i) &= 0 \\ I^m(\tau_1, \mu_i) &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ для } i = 1, \dots, n \text{ и } m = 0, \dots, N. \quad (6.102)$$

Далее, мы можем m раз независимо определить L_j^m , причем конечный результат будет описываться формулой (6.13). Таким об-

разом, на данном этапе полностью завершается аналитическое решение уравнения (6.14).

Решение, определяемое формулой (6.97), верно только в случае неконсервативного рассеяния, поскольку если $\tilde{\omega} = 1$, то $k^2 = 0$ будет удовлетворять характеристическому уравнению при $m = 0$ и функция $\xi_1^0(k)$ станет неопределенной. Следовательно, в случае консервативного рассеяния должно быть выведено другое решение. В связи с тем что в консервативных случаях поглощение отсутствует, нормальный к плоскости стратификации поток излучения постоянен. Можно показать, что уравнение переноса допускает при $m = 0$ решение в виде

$$I^0(\tau, \mu_i) = \sum_{j=-(n-1)}^{n-1} L_j^0 \varphi_j^0(\mu_i) e^{-k_j^0 \tau} + [(1 - \tilde{\omega}_1/3) + \mu_i] L_{-n}^0 + L_n^0 + Z^0(\mu_i) e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.103)$$

С помощью метода дискретных ординат можно получить аналитическое решение уравнения переноса радиации, и, таким образом, оценить без излишних вычислительных усилий поле радиации в среде, равно как и интенсивности отраженного и пропущенного излучения. Метод дает достаточно точные результаты для азимутально независимого члена даже при $n = 2$ или $n = 4$ [71]. В ходе решения многих прикладных задач при расчете плотности потока излучения такой точности может быть вполне достаточно. Следует, однако, отметить, что до сих пор не проводилось расчетов по методу дискретных ординат с использованием анизотропных индикатрис рассеяния общего вида для случаев наличия азимутальной зависимости излучения.

6.4 ПРИНЦИПЫ ИНВАРИАНТНОСТИ

6.4.1 Определение различных параметров рассеяния

Подход к задачам переноса излучения на основе принципов инвариантности заключается в поиске определенных физических закономерностей в распределении полей отраженной и пропущенной радиации и соответствующих математических формулировок. При использовании данного метода характеристики поля излучения определяются непосредственно из уравнения переноса радиации. Поэтому получаемые выражения по виду отличаются от точных и приближенных решений уравнения переноса радиации, обсуждавшихся ранее.

Для того чтобы ввести принципы инвариантности и с их помощью перейти к обсуждению других проблем многократного рассеяния, необходимо рассмотреть и заново определить ряд параметров, применяемых при анализе данного вопроса. Удобно описывать решения задач многократного рассеяния с помощью *функции*

отражения R и функции пропускания T (см. уравнение (6.31) и (6.32)) в виде

$$I_r(0, \mu, \varphi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R(\mu, \varphi; \mu', \varphi') I_0(-\mu', \varphi') \mu' d\mu' d\varphi', \quad (6.104)$$

$$I_t(\tau_1, -\mu, \varphi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 T(\mu, \varphi; \mu', \varphi') I_0(-\mu', \varphi') \mu' d\mu' d\varphi', \quad (6.105)$$

где $I_0(-\mu, \varphi)$ — интенсивность солнечного света, падающего на верхнюю границу рассеивающего слоя. В большинстве практических приложений оказывается достаточным представлять ее однонаправленной, а именно:

$$I_0(-\mu, \varphi) = \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \pi F_0, \quad (6.106)$$

где δ — дельта-функция Дирака, а πF_0 — исходная плотность потока солнечного излучения через площадку, нормальную к направлению распространения луча. Таким образом, из уравнений (6.104) и (6.105) получаем определение функций отражения и пропускания:

$$R(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) = I_r(0, \mu, \varphi) / (\mu_0 F_0), \quad (6.107)$$

$$T(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) = I_t(\tau_1, -\mu, \varphi) / (\mu_0 F_0). \quad (6.108)$$

Заметим, что здесь $I_t(\tau_1, -\mu, \varphi)$ — интенсивность диффузного пропущенного излучения, которая не включает интенсивности прямого пропущенного солнечного излучения $\pi F_0 e^{-\tau_1/\mu_0}$. Последняя величина представляет собой солнечное излучение, которое проникает до уровня τ_1 , не испытывая никакого ослабления. В случае учета поляризации, т. е. когда поле излучения определяется четырьмя параметрами Стокса, R и T состоят из четырех строк и четырех столбцов и называются *матрицами отражения и пропускания*. Амбарцумян [1] и Соболев [6] называют функции отражения и пропускания коэффициентами отражения и пропускания. В спутниковой метеорологии также широко используется параметр, который называется *двунаправленной отражательной способностью* и аналогичен функции отражения.¹

На основании уравнений (6.107) — (6.108) можно определить *отражение r* (также называемое *локальным* или *планетарным альбедо*) и *диффузное пропускание t* , которые связаны с плотностями отраженного (восходящего) и пропущенного (нисходящего) потоков соотношениями

$$r(\mu_0) = \frac{F_{\text{диф}}^{\uparrow}(0)}{\pi \mu_0 F_0} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) \mu d\mu d\varphi, \quad (6.109)$$

$$t(\mu_0) = \frac{F_{\text{диф}}^{\downarrow}(\tau_1)}{\pi \mu_0 F_0} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 T(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) \mu d\mu d\varphi, \quad (6.110)$$

¹ Используемая здесь и далее терминология не является общепринятой. (Прим. ред.)

причем определения плотности диффузных потоков восходящего и нисходящего излучения даются соотношениями (6.16) и (6.17). Отметим, что прямое пропускание равно $e^{-\tau_1/\mu_0}$. Аналогичным образом *поглощение* атмосферой, ограниченной оптическими толщинами 0 и τ_1 , может быть получено из нормированной на величину $\pi\mu_0 F_0$ дивергенции плотности эффективного потока излучения (включая составляющую, обусловленную прямой радиацией) на уровнях 0 и τ_1 . В случае азимутальной независимости формулы (6.109) и (6.110) сводятся к

$$r(\mu_0) = 2 \int_0^1 R(\mu, \mu_0) \mu d\mu, \quad (6.111)$$

$$t(\mu_0) = 2 \int_0^1 T(\mu, \mu_0) \mu d\mu. \quad (6.112)$$

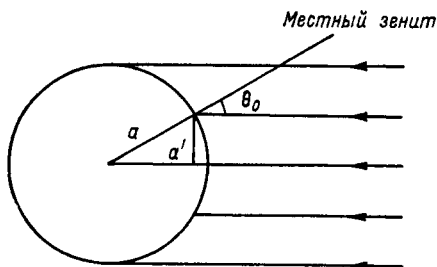


Рис. 6.4. Геометрическое определение сферического альbedo.

Полное количество лучистой энергии, падающей в единицу времени на планету радиусом a , составляет $\pi a^2 \pi F_0$. Чтобы найти поток энергии, отраженной планетой, рассмотрим на диске кольцо радиусом a' и шириной da' , причем a' — проекция расстояния от центра диска (рис. 6.4). Таким образом, поток энергии, отражаемой этим кольцом, составляет $r(\mu_0) \pi F_0 2\pi a' da'$. Однако $a' = a \sin \theta_0$, а $da' = a \cos \theta_0 d\theta_0$, так что можно записать этот поток энергии как $2\pi a^2 \pi F_0 r(\mu_0) \mu_0 d\mu_0$. Тогда поток энергии, отражаемой всей планетой, будет описываться как

$$\bar{f}^\dagger(0) = 2\pi a^2 \pi F_0 \int_0^1 r(\mu_0) \mu_0 d\mu_0. \quad (6.113)$$

Сферическое (или *глобальное*) альbedo, которое представляет собой отношение энергии, отраженной всей планетой, к энергии, падающей на нее, определяется в таком случае выражением

$$\bar{r} = \frac{\bar{f}^\dagger(0)}{\pi a^2 \pi F_0} = 2 \int_0^1 r(\mu_0) \mu_0 d\mu_0. \quad (6.114)$$

Аналогично выражение для *глобального диффузного пропускания* имеет вид

$$\bar{t} = \frac{\bar{f}^\dagger(\tau_1)}{\pi a^2 \pi F_0} = 2 \int_0^1 t(\mu_0) \mu_0 d\mu_0, \quad (6.115)$$

а глобальное прямое пропускание составляет $2 \int_0^1 e^{-\tau_1/\mu_0} \mu_0 d\mu_0$.

Точно так же в зависимости от поглощения может быть представлено *глобальное поглощение*.

Чандрасекар [13] представил законы диффузного отражения и пропускания атмосферой конечной оптической толщины в терминах *функции рассеяния* S и *функции диффузного пропускания* $T_{\text{ч}}$, которые отличаются от параметров, определяемых уравнениями (6.104) и (6.105):

$$I_r(0, \mu, \varphi) = \frac{1}{4\pi\mu} \int_0^{2\pi} \int_0^1 S(\mu, \varphi; \mu', \varphi') I_0(-\mu', \varphi') d\mu' d\varphi', \quad (6.116)$$

$$I_t(\tau_1, -\mu, \varphi) = \frac{1}{4\pi\mu} \int_0^{2\pi} \int_0^1 T_{\text{ч}}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') I_0(-\mu', \varphi') d\mu' d\varphi', \quad (6.117)$$

где $T_{\text{ч}}$ использовано для того, чтобы отличать данную величину от описанной выше величины T . Подставляя соотношение (6.106) в (6.116) и (6.117), получаем определения функций рассеяния и пропускания Чандрасекара в виде

$$S(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) = (4\mu/F_0) I_r(0, \mu, \varphi), \quad (6.118)$$

$$T_{\text{ч}}(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) = (4\mu/F_0) I_t(\tau_1, -\mu, \varphi). \quad (6.119)$$

Введение фактора μ в параметры интенсивности обеспечивает требуемую симметрию S и $T_{\text{ч}}$ по парам переменных (μ, φ) и (μ_0, φ_0) , так что

$$S(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) = S(\mu_0, \varphi_0; \mu, \varphi), \quad (6.120)$$

$$T_{\text{ч}}(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) = T_{\text{ч}}(\mu_0, \varphi_0; \mu, \varphi). \quad (6.121)$$

Эти соотношения выражают так называемый принцип взаимности Гельмгольца, который здесь приводится без доказательства.

6.4.2. Принципы инвариантности для полубесконечных атмосфер

Рассмотрим параллельный поток солнечного излучения πF_0 , который распространяется в направлении, задаваемом как $(-\mu_0, \varphi_0)$ ($-\mu_0$ указывает на то, что рассматриваемый пучок направлен вниз), и падает на верхнюю границу полубесконечной плоскопараллельной атмосферы. Согласно принципам инвариантности, впервые введенным Амбарцумяном [1, 2], диффузно отраженное такой атмосферой излучение не изменится, если к исходной атмосфере будет добавлен слой конечной оптической толщины с такими же оптическими свойствами. Пусть оптическая толщина этого слоя составляет $\Delta\tau$. Она настолько мала, что $(\Delta\tau)^2$ можно пренебречь по сравнению с $\Delta\tau$. Для простоты представления принципов инвариантности пренебрежем также азимутальной зависимостью интенсивности диффузно отраженного излучения на верхней границе полубесконечной атмосферы $I(0, \mu)$, так что (см. формулу (6.107))

$$R(\mu, \mu_0) = I(0, \mu)/(\mu_0 F_0). \quad (6.122)$$

В соответствии с рис. 6.5 находим, что уменьшение или увеличение функции пропускания после добавления оптически бесконечно тонкого слоя подчиняется следующим закономерностям.

1. В соответствии с соотношением (6.1) (напомним, что $\Delta\tau = \bar{\sigma}_e N \Delta z$) дифференциальное уменьшение функции отражения при прохождении излучения вниз через слой $\Delta\tau$ описывается выражением

$$\Delta R_1' = -R(\mu, \mu_0) \Delta\tau/\mu_0. \quad (6.123)$$

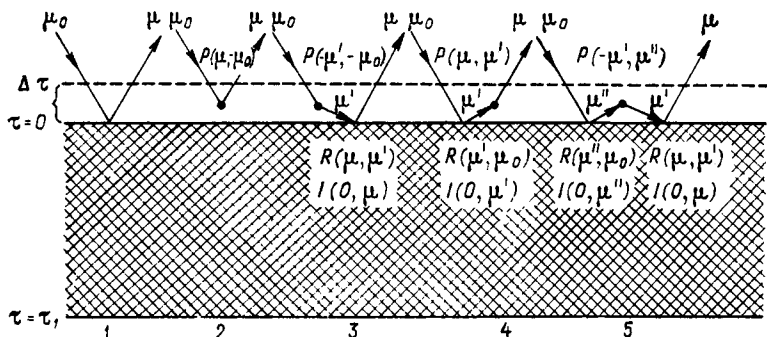


Рис. 6.5. Принципы инвариантности для полубесконечной плоскопараллельной атмосферы.

μ и $-\mu$ — направления вверх и вниз соответственно; заштрихованы области, где происходят акты рассеяния, для описания которых требуется учет индикатрисы рассеяния. Сначала указывается угол выхода луча, а затем — угол падения; аналогичная система записи принята для функции отражения.

Функция отражения при $\tau = 0$ равна теперь $(R + R_1')$ и при прохождении излучения вверх через слой $\Delta\tau$ снова уменьшается. В результате получаем

$$\Delta R_1'' = -[R(\mu, \mu_0) + \Delta R_1'] \Delta\tau/\mu. \quad (6.124)$$

Полное ослабление описывается, таким образом, как

$$\begin{aligned} \Delta R_1 &= \Delta R_1' + \Delta R_1'' = -R(\mu, \mu_0) \left[\Delta\tau \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_0} \right) - \frac{\Delta\tau^2}{\mu\mu_0} \right] \approx \\ &\approx -R(\mu, \mu_0) \Delta\tau \left(\frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_0} \right). \end{aligned} \quad (6.125)$$

2. В то же время слой $\Delta\tau$ может непосредственно рассеивать часть падающего на него потока солнечного излучения πF_0 в направлении μ , поэтому в соответствии с соотношением (6.3) выражение для дополнительного отражения будет иметь вид

$$\begin{aligned} \Delta R_2 &= \frac{1}{\mu_0 F_0} \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \pi F_0 P(\mu, -\mu_0) \Delta\tau/\mu = \\ &= \frac{\bar{\omega}}{4} P(\mu, -\mu_0) \Delta\tau/(\mu\mu_0). \end{aligned} \quad (6.126)$$

3. К тому же слой $\Delta\tau$ может рассеивать часть потока солнечного излучения в направлении μ' на границу $\tau=0$. Диффузный поток света претерпевает затем отражение от этой поверхности, и это дополнительное отражение описывается следующим выражением, полученным по аналогии с соотношением (6.2):

$$\begin{aligned}\Delta R_3 &= \frac{1}{\mu_0 F_0} \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 I(0, \mu) P(-\mu', -\mu_0) d\mu' \frac{\Delta\tau}{\mu'} = \\ &= \frac{\bar{\omega}}{2} \frac{\Delta\tau}{\mu_0} \int_0^1 R(\mu, \mu') P(-\mu', -\mu_0) d\mu'.\end{aligned}\quad (6.127)$$

4. Кроме того, слой $\Delta\tau$, ослабив часть светового пучка, диффузно отраженного от границы $\tau=0$ в направлении μ' , может часть его рассеять в направлении μ . Выражение для приращения отражения примет вид

$$\begin{aligned}\Delta R_4 &= \frac{1}{\mu_0 F_0} \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 P(\mu, \mu') I(0, \mu') d\mu' \frac{\Delta\tau}{\mu} = \\ &= \frac{\bar{\omega}}{2} \frac{\Delta\tau}{\mu} \int_0^1 P(\mu, \mu') R(\mu', \mu_0) d\mu'.\end{aligned}\quad (6.128)$$

5. Наконец, нерассеянная составляющая потока солнечного излучения πF_0 , которая отразилась от границы $\tau=0$ в направлении μ'' , рассеивается слоем $\Delta\tau$ обратно к границе $\tau=0$, но уже в новом направлении μ' , и снова отражается от поверхности $\tau=0$ в направлении μ . Дополнительный вклад в функцию отражения может быть выражен как

$$\begin{aligned}\Delta R_5 &= \frac{1}{\mu_0 F_0} \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 \frac{I(0, \mu)}{\pi F_0} d\mu' \times \\ &\times \left[\int_0^{2\pi} d\varphi'' \int_0^1 P(-\mu', \mu'') I(0, \mu'') d\mu'' \right] \frac{\Delta\tau}{\mu'} = \\ &= \bar{\omega} \Delta\tau \int_0^1 R(\mu, \mu') d\mu' \left[\int_0^1 P(-\mu', \mu'') R(\mu'', \mu_0) d\mu'' \right].\end{aligned}\quad (6.129)$$

На основании уже сформулированных принципов инвариантности получаем

$$\Delta R_1 + \Delta R_2 + \Delta R_3 + \Delta R_4 + \Delta R_5 = 0.\quad (6.130)$$

Таким образом,

$$R(\mu, \mu_0) \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) = \frac{\tilde{\omega}}{4\mu\mu_0} \left\{ P(\mu, -\mu_0) + 2\mu \int_0^1 R(\mu, \mu') \times \right. \\ \times P(-\mu', -\mu_0) d\mu' + 2\mu_0 \int_0^1 P(\mu, \mu') R(\mu', \mu_0) d\mu' + \\ \left. + 4\mu\mu_0 \int_0^1 R(\mu, \mu') d\mu' \left[\int_0^1 P(-\mu', \mu'') R(\mu'', \mu_0) d\mu'' \right] \right\}. \quad (6.131)$$

В простом случае изотропного рассеяния уравнение (6.131) принимает вид

$$R(\mu, \mu_0) (\mu + \mu_0) = \frac{\tilde{\omega}}{4} \left[1 + 2\mu \int_0^1 R(\mu, \mu') d\mu' + 2\mu_0 \int_0^1 R(\mu', \mu_0) d\mu' + \right. \\ \left. + 4\mu\mu_0 \int_0^1 R(\mu', \mu_0) d\mu' \int_0^1 R(\mu, \mu'') d\mu'' \right] = \\ = \frac{\tilde{\omega}}{4} \left[1 + 2\mu \int_0^1 R(\mu, \mu') d\mu' \right] \left[1 + 2\mu_0 \int_0^1 R(\mu', \mu_0) d\mu' \right]. \quad (6.132)$$

Анализ уравнения (6.132) показывает, что если ему удовлетворяет функция $R(\mu, \mu_0)$, то должна удовлетворять также и функция $R(\mu_0, \mu)$. Однако поскольку уравнение (6.132) может иметь только одно решение, функция $R(\mu, \mu_0)$ должна быть симметричной, т. е.

$$R(\mu, \mu_0) = R(\mu_0, \mu). \quad (6.133)$$

С учетом этого соотношения, которое мы здесь приводим без строгого математического доказательства, можно определить

$$H(\mu) = 1 + 2\mu \int_0^1 R(\mu, \mu') d\mu', \quad (6.134)$$

так что

$$R(\mu, \mu_0) = \frac{\tilde{\omega}}{4} \frac{H(\mu) H(\mu_0)}{\mu + \mu_0}. \quad (6.135)$$

Если мы теперь возвратимся к анализу, выполненному в п. 6.3.2, то увидим, что последнее выражение в точности совпадает с уравнением (6.96). Функция $R(\mu, \mu_0)$ действительно является точным решением для полубесконечной атмосферы. С целью исследования свойств H -функции подставим соотношение (6.135) в (6.134) и получим

$$H(\mu) = 1 + \frac{\tilde{\omega}}{2} \mu H(\mu) \int_0^1 \frac{H(\mu') d\mu'}{\mu + \mu'}. \quad (6.136)$$

Теперь ясно, что решение уравнения (6.132) свелось к решению уравнения (6.136) относительно H -функции. Точное решение в данном случае может быть получено выбором приближенного значения H и последующим выполнением требуемого числа итераций. Сначала будем искать среднее значение H в виде

$$H_0 = \int_0^1 H(\mu) d\mu. \quad (6.137)$$

Из уравнения (6.136) имеем

$$\int_0^1 H(\mu) d\mu = 1 + \frac{\tilde{\omega}}{2} \int_0^1 \int_0^1 \frac{H(\mu) H(\mu') \mu}{\mu + \mu'} d\mu d\mu'. \quad (6.138)$$

Можно заметить, что если поменять местами μ и μ' , то уравнение (6.138) не изменится. Таким образом, можно записать

$$\begin{aligned} \int_0^1 H(\mu) d\mu &= 1 + \frac{\tilde{\omega}}{4} \int_0^1 \int_0^1 \frac{H(\mu) H(\mu') \mu}{\mu + \mu'} d\mu d\mu' + \\ &+ \frac{\tilde{\omega}}{4} \int_0^1 \int_0^1 \frac{H(\mu) H(\mu') \mu'}{\mu + \mu'} d\mu d\mu' = 1 + \frac{\tilde{\omega}}{4} \int_0^1 H(\mu) d\mu \int_0^1 H(\mu') d\mu'. \end{aligned} \quad (6.139)$$

Очевидно, что

$$H_0 = 1 + (\tilde{\omega}/4) H_0^2. \quad (6.140)$$

Это дает решение для H_0 в виде

$$H_0 = \int_0^1 H(\mu) d\mu = (2/\tilde{\omega}) (1 - \sqrt{1 - \tilde{\omega}}), \quad (6.141)$$

причем его положительный корень — посторонний, поскольку как видно из упражнения 6.8, он приводит к значению альbedo больше единицы. Чтобы найти из уравнения (6.136) величину $H(\mu)$, можно подставить в его правую часть найденное таким образом приближение нулевого порядка и получить первое приближение для $H(\mu)$. Эта процедура может быть продолжена до достижения требуемой точности.

6.4.3 Принципы инвариантности для конечных атмосфер

Выше были описаны принципы инвариантности для полубесконечной атмосферы, в формулировке которых использовалась только функция отражения. Теперь будут введены развитые Чанд-

расекаром [13] общие принципы инвариантности для конечной атмосферы. Для того чтобы они согласовывались с предшествующими рассуждениями, пренебрежем азимутальной зависимостью параметров рассеяния. Таким образом, вместо описываемых формулами (6.118) и (6.119) функций рассеяния и пропускания, первоначально предложенных Чандрасекаром, мы будем использовать функции отражения и пропускания, определяемые соотноше-

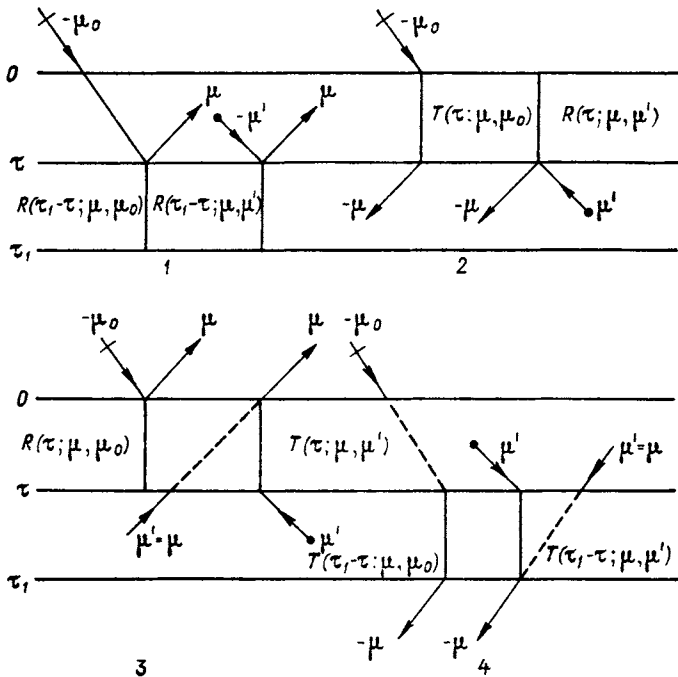


Рис. 6.6. Принципы инвариантности для конечной атмосферы.

ниями (6.107) и (6.108). В то же время отметим существование следующих соотношений:

$$S(\mu, \mu_0) = 4\mu\mu_0 R(\mu, \mu_0), \quad (6.142)$$

$$T_{\text{ч}}(\mu, \mu_0) = 4\mu\mu_0 T(\mu, \mu_0). \quad (6.143)$$

В соответствии с рис. 6.6 сформулируем следующие четыре принципа, определяющие закономерности отражения и пропускания светового пучка.

1. Интенсивность отраженного (восходящего) пучка на уровне τ определяется отражением ослабленного прямого солнечного излучения с плотностью потока $\pi F_0 e^{-\tau/\mu_0}$, а также интенсивностью нисходящего диффузного излучения, падающего на поверхность τ

из слоя конечной оптической толщины $(\tau_1 - \tau)$ (см. соотношения (6.104) и (6.105)). Таким образом, находим

$$I(\tau, \mu) = \mu_0 F_0 e^{-\tau/\mu_0} R(\tau_1 - \tau; \mu, \mu_0) + 2 \int_0^1 R(\tau_1 - \tau; \mu, \mu') I(\tau, -\mu') \mu' d\mu'. \quad (6.144)$$

2. Интенсивность диффузного пропущенного (нисходящего) излучения на уровне τ формируется за счет пропускания падающего солнечного излучения слоем атмосферы оптической толщиной τ , находящимся выше данного уровня, а также отражения восходящего диффузного потока, падающего на поверхность τ снизу. Таким образом, находим

$$I(\tau, -\mu) = \mu_0 F_0 T(\tau; \mu, \mu_0) + 2 \int_0^1 R(\tau; \mu, \mu') I(\tau, \mu') \mu' d\mu'. \quad (6.145)$$

3. Интенсивность отраженного (восходящего) излучения на верхней границе конечной атмосферы ($\tau = 0$) может быть оценена как сумма излучения, отраженного от атмосферы оптической толщиной τ , а также пропущенного этой атмосферой восходящего диффузного и прямого излучения, которое падает на поверхность τ снизу. Таким образом, находим

$$I(0, \mu) = \mu_0 F_0 R(\tau; \mu, \mu_0) + 2 \int_0^1 T(\tau; \mu, \mu') \times \times I(\tau, \mu') \mu' d\mu' + e^{-\tau/\mu} I(\tau, \mu). \quad (6.146)$$

4. Интенсивность диффузного пропущенного (нисходящего) излучения на нижней границе конечной атмосферы ($\tau = \tau_1$) эквивалентна плотности потока пропущенного ослабленного прямого солнечного излучения и интенсивности пропущенного нисходящего прямого и диффузного излучения, падающих на границу τ сверху. Таким образом, находим

$$I(\tau_1, -\mu) = \mu_0 F_0 e^{-\tau_1/\mu_0} T(\tau_1 - \tau; \mu, \mu_0) + 2 \int_0^1 T(\tau_1 - \tau; \mu, \mu') I(\tau_1 - \mu') \mu' d\mu' + e^{-(\tau_1 - \tau)/\mu} I(\tau, -\mu). \quad (6.147)$$

Для того чтобы получить функции отражения и пропускания для атмосферы конечной оптической толщины τ_1 , прежде всего продифференцируем уравнения (6.144)—(6.147) по τ и оценим полученные величины при $\tau = 0$ и τ_1 , т. е. там, где могут быть использованы граничные условия, сформулированные в (6.30). При отсутствии азимутальной зависимости имеем $I(0, -\mu)$ и $I(\tau_1, \mu) = 0$. После дифференцирования по τ положим $\tau = 0$ для уравнений, вытекающих из формулировки принципов 1 и 4, и $\tau = \tau_1 -$

для соотношений, вытекающих из принципов 2 и 3. Получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=0} &= \mu_0 F_0 \left[-\frac{\partial R(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} - \frac{1}{\mu_0} R(\tau_1; \mu, \mu_0) \right] + \\ &+ 2 \int_0^1 \mu' d\mu' R(\tau_1; \mu, \mu') \frac{dI(\tau, -\mu')}{d\tau} \Big|_{\tau=0}, \end{aligned} \quad (6.148)$$

$$\begin{aligned} \frac{dI(\tau, -\mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_1} &= \mu_0 F_0 \frac{\partial T(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} + \\ &+ 2 \int_0^1 \mu' d\mu' R(\tau_1; \mu, \mu') \frac{dI(\tau, \mu')}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_1}, \end{aligned} \quad (6.149)$$

$$\begin{aligned} \frac{dI(0, \mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_1} &= 0 = \mu_0 F_0 \frac{\partial R(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} + \\ &+ 2 \int_0^1 \mu' d\mu' T(\tau_1; \mu, \mu') \frac{dI(\tau, \mu')}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_1} + \\ &+ e^{-\tau_1/\mu} \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_1}, \end{aligned} \quad (6.150)$$

$$\begin{aligned} \frac{dI(\tau_1, -\mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=0} &= 0 = \mu_0 F_0 \left[-\frac{\partial T(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} - \frac{1}{\mu_0} T(\tau_1; \mu, \mu_0) \right] + \\ &+ 2 \int_0^1 \mu' d\mu' T(\tau_1; \mu, \mu') \frac{dI(\tau, -\mu')}{d\tau} \Big|_{\tau=0} + e^{-\tau_1/\mu} \frac{dI(\tau, -\mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=0}. \end{aligned} \quad (6.151)$$

Для того чтобы исключить производные от интенсивности, используем уравнение переноса (6.22) без азимутальной зависимости и получим

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=0} &= \mu_0 F_0 R(\tau_1; \mu, \mu_0) - \\ &- \frac{\bar{\omega}}{2} \int_0^1 P(\mu, \mu'') I(0, \mu'') d\mu'' - \frac{\bar{\omega}}{4} F_0 P(\mu, -\mu_0), \end{aligned} \quad (6.152)$$

$$\begin{aligned} -\mu \frac{dI(\tau, -\mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=0} &= 0 = -\frac{\bar{\omega}}{2} \int_0^1 P(-\mu, \mu'') I(0, \mu'') d\mu'' - \\ &- \frac{\bar{\omega}}{4} F_0 P(-\mu, -\mu_0), \end{aligned} \quad (6.153)$$

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_1} &= 0 = -\frac{\bar{\omega}}{2} \int_0^1 P(\mu, -\mu'') I(\tau_1, -\mu'') d\mu'' - \\ &- \frac{\bar{\omega}}{4} F_0 P(\mu, -\mu_0) e^{-\tau_1/\mu_0}, \end{aligned} \quad (6.154)$$

$$\begin{aligned} -\mu \frac{dI(\tau, -\mu)}{d\tau} \Big|_{\tau=\tau_1} &= \mu_0 F_0 T(\tau_1; \mu, \mu_0) - \frac{\bar{\omega}}{2} \int_0^1 P(-\mu, -\mu'') \times \\ &\times I(\tau_1, -\mu'') d\mu'' - \frac{\bar{\omega}}{4} F_0 P(-\mu, -\mu_0) e^{-\tau_1/\mu_0}. \end{aligned} \quad (6.155)$$

В этих четырех уравнениях $\mu \geq 0$. Отметим, кроме того, что $I(0, \mu) = \mu_0 F_0 R(\tau_1; \mu, \mu_0)$ и $I(\tau_1, -\mu) = \mu_0 F_0 T(\tau_1; \mu, \mu_0)$. Подставляя уравнения (6.152) и (6.153); (6.154) и (6.155), (6.154) и (6.153) в уравнения (6.148)–(6.151) соответственно и перепиравывая члены, получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial R(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} = & -\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right) R(\tau_1; \mu, \mu_0) + \frac{\tilde{\omega}}{4\mu\mu_0} P(\mu, -\mu_0) + \\ & + \frac{\tilde{\omega}}{2\mu} \int_0^1 P(\mu, \mu'') R(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' + \\ & + \frac{\tilde{\omega}}{2\mu} \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') P(-\mu', -\mu_0) d\mu' + \tilde{\omega} \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' \times \\ & \times \left[\int_0^1 P(-\mu', \mu'') R(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' \right], \end{aligned} \quad (6.156)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} = & -\frac{1}{\mu} T(\tau_1; \mu, \mu_0) + \frac{\tilde{\omega}}{4\mu\mu_0} e^{-\tau_1/\mu_0} P(-\mu, -\mu_0) + \\ & + \frac{\tilde{\omega}}{2\mu} \int_0^1 P(-\mu, -\mu'') T(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' + \\ & + \frac{\tilde{\omega}}{2\mu_0} e^{-\tau_1/\mu_0} \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') P(\mu', -\mu_0) d\mu' + \tilde{\omega} \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' \times \\ & \times \left[\int_0^1 P(\mu', -\mu'') T(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' \right], \end{aligned} \quad (6.157)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial R(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} = & \frac{\tilde{\omega}}{4\mu\mu_0} \exp\left[-\tau\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0}\right)\right] P(\mu, -\mu_0) + \\ & + \frac{\tilde{\omega}}{2\mu} e^{-\tau_1/\mu} \int_0^1 P(\mu, -\mu'') T(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' + \\ & + \frac{\tilde{\omega}}{2\mu_0} e^{-\tau_1/\mu_0} \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') P(\mu', -\mu_0) d\mu' + \tilde{\omega} \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' \times \\ & \times \left[\int_0^1 P(\mu', -\mu'') T(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' \right], \end{aligned} \quad (6.158)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} = & -\frac{1}{\mu_0} T(\tau_1; \mu, \mu_0) + \frac{\tilde{\omega}}{4\mu\mu_0} e^{-\tau_1/\mu} P(-\mu, -\mu_0) + \\ & + \frac{\tilde{\omega}}{2\mu} e^{-\tau_1/\mu} \int_0^1 P(-\mu, \mu'') R(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' + \\ & + \frac{\tilde{\omega}}{2\mu_0} \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') P(-\mu', -\mu_0) d\mu' + \tilde{\omega} \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' \times \\ & \times \left[\int_0^1 P(-\mu', \mu'') R(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' \right]. \end{aligned} \quad (6.159)$$

Уравнения (6.156)—(6.159) представляют собой четыре нелинейных интегральных уравнения, полностью описывающих поле излучения на уровнях $\tau = 0$ и $\tau = \tau_1$ в плоскопараллельной атмосфере конечной оптической толщины. Следует отметить, что при выводе этих четырех интегральных уравнений для простоты мы пренебрегли азимутальной зависимостью функций отражения и пропускания и индикатрис рассеяния. Однако не представляет труда записать их и с учетом азимутальной зависимости. Далее, заметим, что при $\tau_1 \rightarrow \infty$ имеем $\partial R / \partial \tau_1 \rightarrow 0$ и уравнение (6.156) сводится к уравнению (6.131), сформулированному для полубесконечной атмосферы. Уравнения (6.156) и (6.159) можно получить, если добавить поверх конечной атмосферы оптически тонкий слой ($\Delta\tau \ll 1$) и повторить затем рассуждения в соответствии с принципами, изложенными в п. 6.4.2. Далее, уравнения (6.157) и (6.158) могут быть получены аналогичным образом — путем добавления оптически тонкого слоя снизу к конечной атмосфере. Такой вариант метода сложения называется *инвариантным погружением* [8].

6.4.4 X- и Y-функции

В п. 6.4.2 мы показали, что в случае изотропного рассеяния функция отражения для полубесконечной атмосферы выражается через H -функцию. Здесь мы продемонстрируем, что для конечной атмосферы при изотропном рассеянии функции отражения и пропускания определяются X - и Y -функциями. В случае изотропного рассеяния уравнения (6.156)—(6.159) принимают вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial R(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} + \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) R(\tau_1; \mu, \mu_0) = \\ & = \frac{\tilde{\omega}}{4\mu\mu_0} \left[1 + 2\mu_0 \int_0^1 R(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' + 2\mu \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' + \right. \\ & \quad \left. + 4\mu\mu_0 \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') \int_0^1 R(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' \right], \end{aligned} \quad (6.160)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial R(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} = \frac{\tilde{\omega}}{4\mu\mu_0} \left[\exp \left\{ -\tau_1 \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) \right\} + \right. \\ & + 2\mu_0 e^{-\tau_1/\mu} \int_0^1 T(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' + 2\mu e^{-\tau_1/\mu_0} \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' + \\ & \quad \left. + 4\mu\mu_0 \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' \int_0^1 T(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' \right], \end{aligned} \quad (6.161)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} + \frac{1}{\mu} T(\tau_1; \mu, \mu_0) = \\ = & \frac{\bar{\omega}}{4\mu\mu_0} \left[e^{-\tau_1/\mu_0} + 2\mu_0 \int_0^1 T(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' + 2\mu e^{-\tau_1/\mu_0} \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' + \right. \\ & \left. + 4\mu\mu_0 \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' \int_0^1 T(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' \right], \quad (6.162) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} + \frac{1}{\mu_0} T(\tau_1; \mu, \mu_0) = \\ = & \frac{\bar{\omega}}{4\mu\mu_0} \left[e^{-\tau_1/\mu} + 2\mu \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') d\mu' + \right. \\ & \left. + 2\mu_0 e^{-\tau_1/\mu} \int_0^1 R(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' + 4\mu\mu_0 \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') \times \right. \\ & \left. \times \int_0^1 R(\tau_1; \mu'', \mu_0) d\mu'' \right]. \quad (6.163) \end{aligned}$$

Анализ уравнений (6.160) — (6.163) приводит к определению X - и Y -функций Чандрасекара в виде

$$X(\mu) = 1 + 2\mu \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') d\mu', \quad (6.164)$$

$$Y(\mu) = e^{-\tau_1/\mu} + 2\mu \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') d\mu'. \quad (6.165)$$

Теперь уравнения (6.160) — (6.163) могут быть представлены следующим образом:

$$\frac{\partial R(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} + \left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) R(\tau_1; \mu, \mu_0) = \frac{\bar{\omega}}{4\mu\mu_0} X(\mu) X(\mu_0), \quad (6.166)$$

$$\frac{\partial R(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} = \frac{\bar{\omega}}{4\mu\mu_0} Y(\mu) Y(\mu_0), \quad (6.167)$$

$$\frac{\partial T(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} + \frac{1}{\mu} T(\tau_1; \mu, \mu_0) = \frac{\bar{\omega}}{4\mu\mu_0} X(\mu) Y(\mu_0), \quad (6.168)$$

$$\frac{\partial T(\tau_1; \mu, \mu_0)}{\partial \tau_1} + \frac{1}{\mu_0} T(\tau_1; \mu, \mu_0) = \frac{\bar{\omega}}{4\mu\mu_0} X(\mu_0) Y(\mu). \quad (6.169)$$

Очевидно, что, исключая $\partial R/\partial \tau_1$ из уравнений (6.166) и (6.167), мы получаем

$$\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu_0} \right) R(\tau_1; \mu, \mu_0) = \frac{\bar{\omega}}{4\mu\mu_0} [X(\mu) X(\mu_0) - Y(\mu) Y(\mu_0)], \quad (6.170)$$

а исключая из уравнений (6.168) и (6.169) $\partial T/\partial \tau_1$, имеем

$$\left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_0}\right) T(\tau_1; \mu, \mu_0) = \frac{\tilde{\omega}}{4\mu\mu_0} [X(\mu)Y(\mu_0) - X(\mu_0)Y(\mu)]. \quad (6.171)$$

Подставляя уравнение (6.170) и (6.171) в уравнения (6.164) и (6.165), находим

$$X(\mu) = 1 + \mu \int_0^1 \frac{\psi(\mu')}{\mu + \mu'} [X(\mu)X(\mu') - Y(\mu)Y(\mu')] d\mu', \quad (6.172)$$

$$Y(\mu) = e^{-\tau_1/\mu} + \mu \int_0^1 \frac{\psi(\mu')}{\mu' - \mu} [X(\mu)Y(\mu') - X(\mu')Y(\mu)] d\mu', \quad (6.173)$$

где характеристическая функция $\psi(\mu') = \tilde{\omega}/2$. Таким образом, точные решения для функций отражения и пропускания выражаются теперь через X - и Y -функции, которые являются решениями нелинейных интегральных уравнений. Ясно также, что для полубесконечной атмосферы $Y(\mu) = 0$, а X -функция, определяемая уравнениями (6.164) и (6.172), эквивалентна H -функции, которая введена с помощью уравнений (6.134) и (6.136). Характеристическая функция $\psi(\mu')$ изменяется от задачи к задаче, но имеет простую алгебраическую форму, если индикатриса рассеяния соответствует рэлеевскому рассеянию. Однако для более общего случая, когда индикатриса соответствует рассеянию Ми, аналитические выражения для характеристических функций $\psi(\mu')$ получены не были. С целью решения вышеприведенных нелинейных интегральных уравнений относительно X - и Y -функций может быть использована итерационная процедура. Имеются подробные таблицы этих функций для консервативного и неконсервативного изотропного рассеяния, а также для анизотропных индикатрис рассеяния вплоть до третьего члена.

6.5 УЧЕТ ОТРАЖЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Важную роль в прикладных исследованиях атмосфер планет играет учет вклада отражения от поверхности как отраженного, так и пропущенного солнечного излучения. Здесь мы рассмотрим задачу учета отражения поверхностью при формировании интенсивности и плотности потока рассеянного излучения. Предполагается, что поверхность отражает по закону Ламберта, причем ее отражательная способность (или альbedo) составляет $r_{\text{п}}$. При этом условии выражение для интенсивности диффузного восходящего излучения, описываемого уравнением (6.30), принимает вид

$$I(\tau_1; \mu, \varphi) = I_{\text{п}} = \text{const.}$$

Пусть $I^*(0; \mu, \varphi)$ — интенсивность отраженного излучения, взятая с учетом вклада отражения от поверхности. Тогда в соответствии со схемой на рис. 6.7 а находим

$$I^*(0; \mu, \varphi) = I(0; \mu, \varphi) + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 T(\mu, \varphi; \mu', \varphi') \times \\ \times I_n \mu' d\mu' d\varphi' + I_n e^{-\tau_1/\mu}. \quad (6.174)$$

Последние два члена в этом выражении представляют собой соответственно интенсивность диффузно и прямо пропущенного изотропного восходящего излучения I_n .

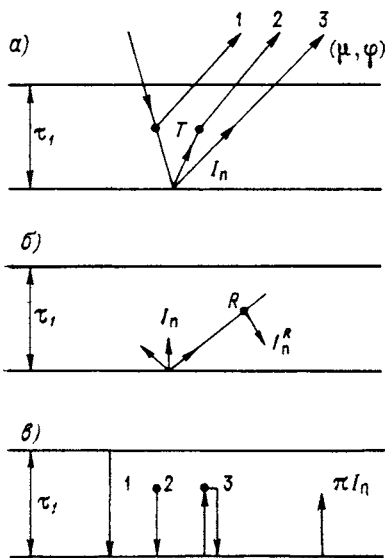


Рис. 6.7. Вклад различных источников рассеяния при отражении от поверхности.

а — интенсивность восходящего диффузного излучения, б — отражение восходящего изотропного излучения, в — плотность потоков нисходящего и восходящего излучения.

Уравнение (6.174) может быть переписано в терминах функции отражения, а также прямого и диффузного пропускания, определенных в п. 6.4.1 в виде

$$I^*(0; \mu, \varphi) = \mu_0 F_0 R(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) + I_n \gamma(\mu), \quad (6.175)$$

где

$$\gamma(\mu) = e^{-\tau_1/\mu} + t(\mu), \quad (6.176)$$

а $t(\mu)$ определено по соотношению (6.110). Отметим здесь, что для определения диффузного пропускания $t(\mu)$ использован принцип взаимности, т. е. $T(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = T(\mu', \varphi'; \mu, \varphi)$.

Изотропное восходящее от поверхности излучение будет также отражаться атмосферой и давать некоторый вклад в интенсивность нисходящего излучения, который определяется величиной (см. рис. 6.7 б)

$$I_n^R(-\mu) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R(\mu, \varphi; \mu', \varphi') I_n \mu' d\mu' d\varphi' = I_n r(\mu), \quad (6.177)$$

причем в последнем выражении вновь использован принцип взаимности: $R(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = R(\mu', \varphi'; \mu, \varphi)$. Таким образом, полная интенсивность пропущенного излучения, включая вклад отражения поверхностью, описывается выражением

$$\begin{aligned} I^*(\tau_1; -\mu, \varphi) &= I(\tau_1; -\mu, \varphi) + I_n^R(-\mu) = \\ &= \mu_0 F_0 T(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) + I_n r(\mu). \end{aligned} \quad (6.178)$$

Теперь для определения I_n требуется новое уравнение. Поскольку плотность потока восходящего излучения должна быть равна плотности потока нисходящего излучения, умноженной на альбедо поверхности r_n , имеем

$$\pi I_n = r_n \times \text{Плотность потока нисходящего излучения.} \quad (6.179)$$

Как видно из рис. 6.7 *в*, плотность потока нисходящего излучения включает три составляющие:

1) прямо пропущенное излучение

$$\pi \mu_0 F_0 e^{-\tau_1/\mu_0},$$

2) диффузно пропущенное излучение

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^1 I(\tau_1; -\mu, \varphi) \mu \, d\mu \, d\varphi &= \int_0^{2\pi} \int_0^1 \mu_0 F_0 T(\mu, \varphi; \mu_0, \varphi_0) \mu \, d\mu \, d\varphi = \\ &= \pi \mu_0 F_0 t(\mu_0), \end{aligned}$$

3) отраженную атмосферой составляющую

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 I_n^R(-\mu) \mu \, d\mu \, d\varphi = \pi I_n \bar{r}.$$

Из соотношения (6.179) следует равенство, выполняющееся при $\tau = \tau_1$:

$$\pi I_n = r_n [\pi \mu_0 F_0 e^{-\tau_1/\mu_0} + \pi \mu_0 F_0 t(\mu_0) + \pi I_n \bar{r}]. \quad (6.180)$$

Перегруппируем члены, чтобы получить

$$I_n = \frac{r_n}{1 - r_n \bar{r}} \mu_0 F_0 \gamma(\mu_0). \quad (6.181)$$

Из уравнений (6.175) и (6.178) следует, что с учетом вклада отражения от поверхности интенсивности отраженного и пропущенного излучения можно описать как

$$I^*(0; \mu, \varphi) = I(0; \mu, \varphi) + \frac{r_n}{1 - r_n \bar{r}} \mu_0 F_0 \gamma(\mu) \gamma(\mu_0), \quad (6.182)$$

$$I^*(\tau_1; -\mu, \varphi) = I(\tau_1; -\mu, \varphi) + \frac{r_n}{1 - r_n \bar{r}} \mu_0 F_0 \gamma(\mu_0) r(\mu). \quad (6.183)$$

Для того чтобы получить плотности потоков отраженного и пропущенного излучения, выполним интегрирование интенсив-

ностей по телесному углу в соответствии с уравнениями (6.16) и (6.17) и получим

$$F^*(0) = F(0) + \frac{r_n}{1 - r_n \bar{r}} \pi \mu_0 F_0 \gamma(\mu_0) \bar{\gamma}, \quad (6.184)$$

$$F^*(\tau_i) = F(\tau_i) + \frac{r_n}{1 - r_n \bar{r}} \pi \mu_0 F_0 \gamma(\mu_0) \bar{r}, \quad (6.185)$$

где

$$\bar{\gamma} = \bar{t} + 2 \int_0^1 e^{-\tau_i/\mu_0} \mu_0 d\mu_0, \quad (6.186)$$

а \bar{t} и \bar{r} определены соотношениями (6.114) и (6.115). Далее, деля обе части уравнения (6.185) на $\pi \mu_0 F_0$ и домножая их на $e^{-\tau_i/\mu_0}$, приводим два предшествующих уравнения к виду

$$r^*(\mu_0) = r(\mu_0) + f(\mu_0) \bar{\gamma}, \quad (6.187)$$

$$\gamma^*(\mu_0) = \gamma(\mu_0) + f(\mu_0) \bar{r}, \quad (6.188)$$

где

$$f(\mu_0) = \frac{r_n}{1 - r_n \bar{r}} \gamma(\mu_0). \quad (6.189)$$

6.6 МЕТОД СЛОЖЕНИЯ ПРИ МНОГОКРАТНОМ РАССЕЯНИИ

По существу, в методе сложения непосредственно используется геометрический метод прослеживания пути луча. Если известны свойства отражения и пропускания двух отдельных слоев, то те же свойства объединенного слоя могут быть определены путем учета последовательных отражений излучения между двумя исходными слоями. Если оба слоя имеют одинаковую оптическую толщину, то такой метод называется *методом удвоения*. В задачах радиационного переноса метод сложения позволяет получить математически и физически наглядный вывод закономерностей отражения и пропускания света. Принципы сложения служат основой для целого ряда численных методов. Здесь мы опишем основные процедуры метода сложения, развитого ван де Хюлстом [127].

Рассмотрим рис. 6.8 и положим, что излучение распространяется от верхней границы слоя. Пусть R_1 и \bar{T}_1 — функции отражения и полного пропускания (для прямого и рассеянного излучения) первого слоя, а R_2 и \bar{T}_2 — то же для второго слоя; B и U — объединенные функции полного пропускания и отражения между слоями 1 и 2. В принципе фотоны могут претерпевать от одного акта рассеяния до бесконечного множества таких актов.

Из рис. 6.8 видно, что объединенные функции отражения и пропускания описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 R_{12} &= R_1 + \tilde{T}_1 R_2 \tilde{T}_1 + \tilde{T}_1 R_2 R_1 R_2 \tilde{T}_1 + \tilde{T}_1 R_2 R_1 R_2 R_1 R_2 \tilde{T}_1 + \dots = \\
 &= R_1 + \tilde{T}_1 R_2 \tilde{T}_1 [1 + R_1 R_2 + (R_1 R_2)^2 + \dots] = R_1 + R_2 \tilde{T}_1^2 (1 - R_1 R_2)^{-1},
 \end{aligned}
 \tag{6.190}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{T}_{12} &= \tilde{T}_1 \tilde{T}_2 + \tilde{T}_1 R_2 R_1 \tilde{T}_2 + \tilde{T}_1 R_2 R_1 R_2 R_1 \tilde{T}_2 + \dots = \\
 &= \tilde{T}_1 \tilde{T}_2 [1 + R_1 R_2 + (R_1 R_2)^2 + \dots] = \tilde{T}_1 \tilde{T}_2 (1 - R_1 R_2)^{-1}.
 \end{aligned}
 \tag{6.191}$$

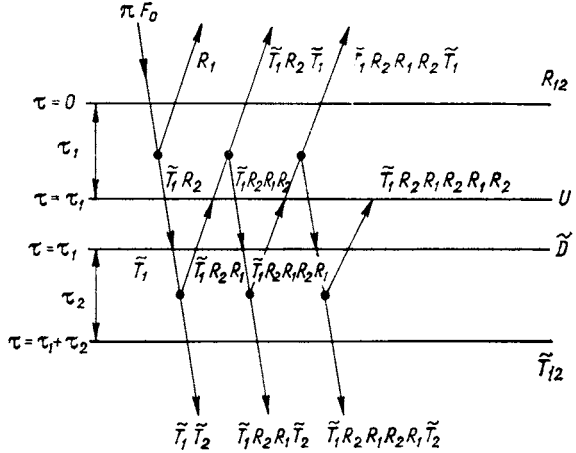


Рис. 6.8. Метод сложения.
Для наглядности два слоя оптической толщиной τ_1 и τ_2 показаны отдельно.

Выражения для U и \tilde{D} имеют такой же вид:

$$\begin{aligned}
 U &= \tilde{T}_1 R_2 + \tilde{T}_1 R_2 R_1 R_2 + \tilde{T}_1 R_2 R_1 R_2 R_1 R_2 + \dots = \\
 &= \tilde{T}_1 R_2 [1 + R_1 R_2 + (R_1 R_2)^2 + \dots] = \tilde{T}_1 R_2 (1 - R_1 R_2)^{-1},
 \end{aligned}
 \tag{6.192}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{D} &= \tilde{T}_1 + \tilde{T}_1 R_2 R_1 + \tilde{T}_1 R_2 R_1 R_2 R_1 + \dots = \\
 &= \tilde{T}_1 [1 + R_1 R_2 + (R_1 R_2)^2 + \dots] = \tilde{T}_1 [1 - R_1 R_2]^{-1},
 \end{aligned}
 \tag{6.193}$$

причем во всех четырех формулах бесконечные ряды заменены единственной обратной функцией. На основании этих соотношений находим

$$R_{12} = R_1 + \tilde{T}_1 U, \quad \tilde{T}_{12} = \tilde{T}_2 \tilde{D}, \quad U = R_2 \tilde{D}.
 \tag{6.194}$$

В то же время функция полного пропускания состоит как из прямой, так и диффузной составляющей и может быть выражена в виде

$$\tilde{T} = T + e^{-\tau/\mu'},
 \tag{6.195}$$

причем $\mu' = \mu_0$, если речь идет о пропускании падающего пучка солнечного света, а $\mu' = \mu$, если рассматривается пропускание для пучка излучения, уходящего в направлении μ . С учетом этих замечаний рассмотрим параметры D и T_{12} , причем положим

$$S = R_1 R_2 (1 - R_1 R_2)^{-1}. \quad (6.196)$$

Тогда из уравнений (6.193) и (6.194) получим

$$\begin{aligned} \tilde{D} &= D + e^{-\tau_1/\mu_0} = (T_1 + e^{-\tau_1/\mu_0})(1 + S) = \\ &= (1 + S)T_1 + S e^{-\tau_1/\mu_0} + e^{-\tau_1/\mu_0}, \end{aligned} \quad (6.197)$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{12} &= (T_2 + e^{-\tau_2/\mu})(D + e^{-\tau_1/\mu_0}) = e^{-\tau_2/\mu} D + \\ &+ T_2 e^{-\tau_1/\mu_0} + T_2 D + \exp\left[-\left(\frac{\tau_1}{\mu_0} + \frac{\tau_2}{\mu}\right)\right] \delta(\mu - \mu_0), \end{aligned} \quad (6.198)$$

где параметры, не помеченные тильдой, обозначают только диффузную составляющую. Чтобы физически описать прямое пропускание объединенным слоем, к чисто экспоненциальным членам добавляем дельта-функцию. Теперь мы можем записать систему одновременно выполняемых уравнений, которые определяют функции диффузного отражения и пропускания для обоих слоев, в следующем виде:

$$\begin{aligned} D &= T_1 + S T_1 + S e^{-\tau_1/\mu_0}, \\ U &= R_2 D + R_2 e^{-\tau_1/\mu_0}, \\ R_{12} &= R_1 + e^{-\tau_1/\mu} U + T_1 U, \\ T_{12} &= e^{-\tau_2/\mu} D + T_2 e^{-\tau_1/\mu_0} + T_2 D. \end{aligned} \quad (6.199)$$

Заметим, что функция прямого пропускания есть просто $e^{-(\tau_1 + \tau_2)/\mu_0}$.

Если в соотношениях (6.196) и (6.199) встречается произведение двух любых параметров, то подобная запись указывает на то, что интегрирование по телесному углу следует проводить таким образом, чтобы учесть при этом возможный вклад многократного рассеяния. Пусть операторы A_1 и B_2 описываются выражением

$$A_1 B_2 = 2 \int_0^1 A(\tau_1; \mu, \mu') B(\tau_2; \mu', \mu_0) \mu' d\mu', \quad (6.200)$$

причем A и B могут быть любыми из параметров R , T , U и D . На практике можно начинать с расчета для исходных слоев столь малой оптической толщины, чтобы приближение однократного рассеяния для R и T , описываемое уравнениями (6.31) и (6.32), оставалось для этих слоев достаточно точным. Последующие расчеты для получения R_{12} и T_{12} могут выполняться с использованием соотношений (6.196) и (6.199). Эти процедуры можно

повторять с целью оценки функций диффузного отражения и пропускания двух более толстых слоев, например оптической толщиной $\tau_3 = \tau_1 + \tau_2$ и т. д. до тех пор, пока не будет достигнута требуемая оптическая толщина. В том что касается и принципиального подхода, и реальных расчетов, разнообразные численные методы — так называемые матричная формулировка, матричный оператор, метод звездного произведения, — по сути, аналогичны методу сложения. Более того, ниже снова будет показано, что метод сложения эквивалентен принципам инвариантности для конечных атмосфер, введенным в п. 6.4.3.

Заменяя в соответствии с принципами инвариантности для конечных атмосфер (см. п. 6.4.3) τ на τ_1 и τ_1 на $\tau_1 + \tau_2$ (см. рис. 6.8), получаем

$$U(\mu, \mu_0) = R(\tau_2; \mu, \mu_0) e^{-\tau_1/\mu_0} + 2 \int_0^1 R(\tau_2; \mu, \mu') D(\mu', \mu_0) \mu' d\mu', \quad (6.201)$$

$$D(\mu, \mu_0) = T(\tau_1; \mu, \mu_0) = 2 \int_0^1 R(\tau_1; \mu, \mu') U(\mu', \mu_0) \mu' d\mu', \quad (6.202)$$

$$R(\tau_1 + \tau_2; \mu, \mu_0) = R(\tau_1; \mu, \mu_0) + e^{-\tau_1/\mu} U(\mu, \mu_0) + 2 \int_0^1 T(\tau_1; \mu, \mu') U(\mu', \mu_0) \mu' d\mu', \quad (6.203)$$

$$T(\tau_1 + \tau_2; \mu, \mu_0) = T(\tau_2; \mu, \mu_0) e^{-\tau_1/\mu_0} + e^{-\tau_2/\mu} D(\mu, \mu_0) + 2 \int_0^1 T(\tau_2; \mu, \mu') D(\mu', \mu_0) \mu' d\mu'. \quad (6.204)$$

При этом мы определяем

$$\begin{aligned} U(\mu, \mu_0) &= I(\tau_1, \mu)/(\mu_0 F_0), \\ D(\mu, \mu_0) &= I(\tau_1, -\mu)/(\mu_0 F_0). \end{aligned} \quad (6.205)$$

С использованием операторов, введенных соотношением (6.200), уравнения (6.201) — (6.204) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} U &= R_2 e^{-\tau_1/\mu_0} + R_2 D, \\ D &= T_1 + R_1 U, \\ R_{12} &= R_1 + e^{-\tau_1/\mu} U + T_1 U, \\ T_{12} &= T_2 e^{-\tau_1/\mu_0} + e^{-\tau_2/\mu} D + T_2 D. \end{aligned} \quad (6.206)$$

Используя эти упрощенные операторы и принимая во внимание итеративные связи между U и D , находим

$$D = T_1 + R_1 (R_2 e^{-\tau_1/\mu_0} + R_2 D), \quad (6.207)$$

$$D(1 - R_1 R_2) = T_1 + R_1 R_2 e^{-\tau_1/\mu_0}. \quad (6.208)$$

Однако $(1 - R_1 R_2)^{-1} = 1 + R_1 R_2 + (R_1 R_2)^2 + \dots = 1 + S$, так что уравнение (6.208) принимает вид

$$D = (1 + S) T_1 + S e^{-\tau_1 / \mu_0}. \quad (6.209)$$

Теперь очевидно, что мы вывели уравнения сложения (или удвоения), представленные формулами (6.196)–(6.199), с помощью принципов инвариантности.

6.7 ОПИСАНИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ С УЧЕТОМ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Прежде всего введем связанную с параметрами Стокса (I , Q , U , V) матрицу преобразования для поворота осей на некоторый угол в направлении по часовой стрелке. Рассмотрим две ортогональные составляющие напряженности электрического поля E_l и E_r и повернем E_l по часовой стрелке на угол χ . Пусть две новые ортогональные составляющие есть E'_l и E'_r . С учетом рис. 6.9 находим

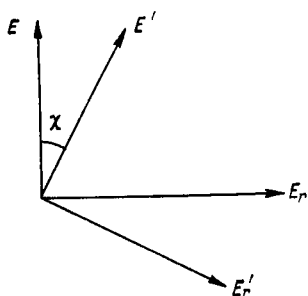


Рис. 6.9. Вращение осей.

E — параллельная, E_r — перпендикулярная.

$$E'_l = \cos \chi E_l + \sin \chi E_r,$$

$$E'_r = -\sin \chi E_l + \cos \chi E_r. \quad (6.210)$$

Пусть матрица линейного преобразования для электрического поля имеет вид

$$\mathbf{L}_e(\chi) = \begin{bmatrix} \cos \chi & \sin \chi \\ -\sin \chi & \cos \chi \end{bmatrix}. \quad (6.211)$$

Отсюда следует, что

$$\begin{bmatrix} E'_l \\ E'_r \end{bmatrix} = \mathbf{L}_e(\chi) \begin{bmatrix} E_l \\ E_r \end{bmatrix}. \quad (6.212)$$

Вводя выражения (6.210) в определение параметров Стокса для «штрихованной» системы, т. е. в набор (I' , Q' , U' , V'), определенный уравнениями (3.42), находим после некоторых непосредственных преобразований

$$\begin{bmatrix} I' \\ Q' \\ U' \\ V' \end{bmatrix} = \mathbf{L}(\chi) \begin{bmatrix} I \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix}, \quad (6.213)$$

где матрица преобразования для параметров Стокса имеет вид

$$\mathbf{L}(\chi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\chi & \sin 2\chi & 0 \\ 0 & -\sin 2\chi & \cos 2\chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6.214)$$

Согласно уравнениям (6.213) и (6.214), I и V являются инвариантами процесса поворота осей. Кроме того, находим, что $\mathbf{L}(\chi_1)\mathbf{L}(\chi_2) = \mathbf{L}(\chi_1 + \chi_2)$, а обратная матрица $\mathbf{L}^{-1}(\chi) = \mathbf{L}(-\chi)$.

Определив, таким образом, матрицу преобразования, перейдем к формулировке уравнения переноса с учетом поляризации.

В п. 6.1 было сформулировано уравнение переноса для плоскопараллельных атмосфер, основанное на анализе лишь интенсивности без учета эффекта поляризации. Для того чтобы представить поляризационные свойства световой волны, мы ввели в п. 3.6 набор из четырех параметров, называемых параметрами Стокса и определяемых уравнением (3.42). Для описания поля излучения в каждой точке пространства с учетом поляризации заменим скалярную интенсивность I векторной интенсивностью $\mathbf{I} = (I, Q, U, V)$. Четыре параметра Стокса описывают соответственно интенсивность, степень поляризации, положение плоскости поляризации и степень эллиптичности световых волн в функции направлений входа и выхода излучения из точки.

Теперь уравнение переноса (1.63) может быть записано в векторной форме как

$$\mu \frac{d\mathbf{I}(\tau; \mu, \varphi)}{d\tau} = \mathbf{I}(\tau; \mu, \varphi) - \mathbf{J}(\tau; \mu, \varphi), \quad (6.215)$$

где функция источника является вектором, состоящим из четырех элементов. Чтобы получить выражение для $\mathbf{J}(\tau; \mu, \varphi)$, рассмотрим дифференциальное приращение $d\mathbf{J}(\tau; \mu, \varphi; \mu', \varphi')$ за счет многократного рассеяния пучка света, распространяющегося в пределах телесного угла $d\Omega'$ в направлении (μ', φ') . Вектор диффузной интенсивности $\mathbf{I}(\tau; \mu', \varphi')$, который порождает член с функцией источника, связан с плоскостью меридиана OP_1Z (рис. 6.10). В то же время матрица рассеяния, полученная теоретическим путем (см., например, уравнение (5.113)), относится к плоскости OP_1P_2 , содержащей падающую и рассеянную волны. Таким образом, для того чтобы получить правильный вид функции источника, нам необходимо прежде всего преобразовать $\mathbf{I}(\tau; \mu', \varphi')$ на плоскость

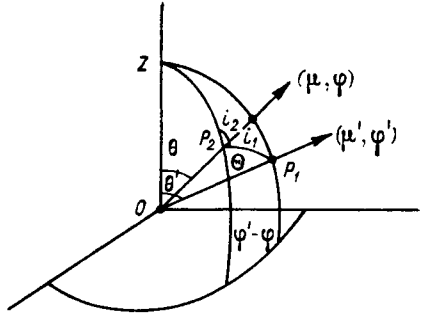


Рис. 6.10. Плоскость рассеяния OP_1P_2 и ее связь с меридианными плоскостями OP_1Z и OP_2Z .

рассеяния. С учетом понятия трансформации это преобразование может быть выполнено с помощью матрицы преобразования $\mathbf{L}(-i_1)$, где i_1 — угол между плоскостью меридиана OP_1Z и плоскостью рассеяния OP_1P_2 , а знак «минус» указывает на то, что вращение плоскости происходит против часовой стрелки. В результате такого преобразования получаем выражение для оценки вклада диффузного излучения в функцию источника в точке P_2 (причем эта функция рассматривается по отношению к плоскости поляризации) в виде

$$\tilde{\omega} \mathbf{P}(\Theta) \mathbf{L}(-i_1) \mathbf{I}(\tau; \mu', \varphi') d\Omega' / (4\pi). \quad (6.216)$$

Для того чтобы преобразовать его на направление рассеяния (μ, φ) , т. е. на меридианную плоскость OP_2Z , следует снова использовать матрицу преобразования $\mathbf{L}(\pi - i_2)$, но уже для поворота по часовой стрелке на угол $(\pi - i_2)$, где i_2 — угол между меридианной плоскостью OP_2Z и плоскостью рассеяния OP_1P_2 . Следовательно, искомая функция источника для диффузной составляющей в дифференциальной форме имеет вид

$$d\mathbf{J}(\tau; \mu, \varphi; \mu', \varphi') = \tilde{\omega} \mathbf{L}(\pi - i_2) \mathbf{P}(\Theta) \mathbf{L}(-i_1) \mathbf{I}(\tau; \mu', \varphi') d\Omega' / (4\pi). \quad (6.217)$$

Таким образом, выполняя интегрирование по всем направлениям (μ', φ') , получаем векторную функцию источника для случая многократного рассеяния:

$$\mathbf{J}(\tau; \mu, \varphi; \mu', \varphi') = \frac{\tilde{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \mathbf{P}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') \mathbf{I}(\tau; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi', \quad (6.218)$$

где матрица рассеяния

$$\mathbf{P}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') = \mathbf{L}(\pi - i_2) \mathbf{P}(\Theta) \mathbf{L}(-i_1). \quad (6.219)$$

С помощью соотношений сферической тригонометрии, приведенных в приложении 6, углы i_1 и i_2 можно выразить следующим образом:

$$\cos i_1 = \frac{-\mu + \mu' \cos \Theta}{\pm (1 - \cos^2 \Theta)^{1/2} (1 - \mu'^2)^{1/2}}, \quad (6.220)$$

$$\cos i_2 = \frac{-\mu' + \mu \cos \Theta}{\pm (1 - \cos^2 \Theta)^{1/2} (1 - \mu^2)^{1/2}}, \quad (6.221)$$

где знак «плюс» следует выбирать в том случае, если $\pi < \varphi - \varphi' < 2\pi$, а знак «минус» — если $0 < \varphi - \varphi' < \pi$. Из уравнения (6.7) находим, кроме того, что $\cos \Theta = \mu\mu' + (1 - \mu^2)^{1/2} (1 - \mu'^2)^{1/2} \times \times \cos(\varphi - \varphi')$.

Следуя только что описанной процедуре, можно вывести выражение для функции источника, определяемой прямым излучением,

распространяющимся от точечного источника $I_0(\mu, \varphi) = \delta(\mu - \mu_0) \delta(\varphi - \varphi_0) \pi F_0$ (см. уравнение (6.106)) в виде

$$J(\tau; \mu, \varphi) = \frac{\tilde{\omega}}{4\pi} \mathbf{P}(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) \pi F_0 e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.222)$$

Таким образом, с учетом поляризации уравнение переноса может быть записано как

$$\mu \frac{dI(\tau; \mu, \varphi)}{d\tau} = I(\tau; \mu, \varphi) - \frac{\tilde{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \mathbf{P}(\mu, \varphi; \mu', \varphi') \times \\ \times I(\tau; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' - \frac{\tilde{\omega}}{4\pi} \mathbf{P}(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) \pi F_0 e^{-\tau/\mu_0}. \quad (6.223)$$

Сравнивая это уравнение с (6.5), можно заметить, что теперь скалярная интенсивность оказалась замененной векторной интенсивностью, имеющей четыре составляющие. Ясно, что в случае учета поляризации численные расчеты полей интенсивности значительно усложняются.

6.8 УРАВНЕНИЯ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ОРИЕНТИРОВАННЫМИ НЕСФЕРИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ

Характер рассеяния света несферическими частицами зависит от направления входящего и уходящего излучения и ориентации частицы по отношению к пучку входящего излучения. Чтобы сформулировать закономерности переноса солнечного излучения в среде, содержащей ориентированные несферические частицы, начнем с допущения о том, что указанная среда плоскопараллельна, т. е. вариации интенсивности происходят только в направлении Z . В соответствии с рис. 6.11 выберем фиксированную систему координат XYZ таким образом, чтобы ось Z совпала с зенитным направлением. Пусть, кроме того, $X'Y'Z'$ — система координат, относящаяся к входящему пучку света, который распространяется вдоль оси Z' . Наконец, $\varphi', \varphi, \gamma'$ и γ — азимутальные углы, соответствующие θ', θ, α' и α , а Θ — угол рассеяния. Параметры рассеяния для несферической частицы, включая индикатрису, а также поперечники ослабления и рассеяния, могут быть выражены в любой из этих систем координат. Таким образом, символически можно записать

$$P(\alpha, \gamma; \mu', \varphi'; \mu, \varphi) = P(\alpha', \gamma'; \cos \Theta, \varphi - \varphi'), \\ \sigma_{e, s}(\alpha, \gamma; \mu', \varphi') = \sigma_{e, s}(\alpha', \gamma'). \quad (6.224a)$$

Отметим здесь, что индикатриса зависит от направлений падающего и рассеянного лучей, а также от ориентации несферической частицы. С другой стороны, поперечники ослабления и рассеяния зависят только от направления падающего луча и ориентации частицы.

Для совокупности несферических частиц, случайным образом ориентированных в пространстве, осредненные характеристики рассеяния могут быть выражены в виде

$$P(\cos \Theta, \varphi - \varphi') = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi P(\alpha', \gamma'; \cos \Theta, \varphi - \varphi') d\alpha' d\gamma',$$

$$\sigma_{e, s} = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi \sigma_{e, s}(\alpha', \gamma') d\alpha' d\gamma'. \quad (6.2246)$$

Ясно, что поперечники ослабления и рассеяния случайным образом ориентированных в пространстве несферических частиц не за-

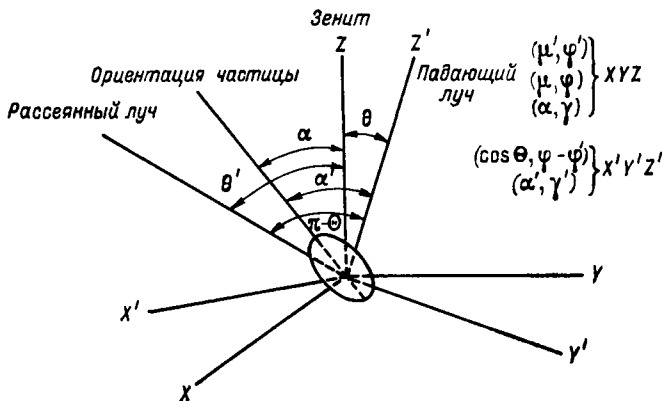


Рис. 6.11. Однократное рассеяние на несферической частице.

висят от направления. Кроме того, поскольку $\cos \Theta$ может быть выражен через μ , φ и μ' , φ' (см. уравнение (6.7)), функция источника в этом случае имеет ту же форму, что и определенная уравнением (6.6). Если все несферические частицы обладают вращательной симметрией (например, круговые цилиндры), то индикатриса рассеяния не зависит от азимутального угла ($\varphi - \varphi'$). Следовательно, закономерности, определяющие интенсивность излучения, многократно рассеянного на случайным образом ориентированных несферических симметричных частицах, можно сформулировать аналогично изложенному выше. Для того чтобы учесть эффект поляризации, требуется соответствующая матрица рассеяния $\mathbf{P}(\Theta)$. В общем случае, если не делается никаких предположений относительно расположения несферических частиц в пространстве, матрица рассеяния содержит 16 независимых параметров (см. упражнение 5.5). Однако если эти частицы случайным образом ориентированы в пространстве и имеют плоскость симметрии, то, согласно Перрену [95], 16 элементов матрицы могут быть сведены всего к 6 независимым элементам. Следует отметить, что случайным образом ориентированные круговые цилиндры

симметричны относительно падающего пучка излучения независимо от его направления. Таким образом, в качестве плоскости симметрии для этих частиц может быть использована референтная плоскость падающего пучка. Кроме того, матрица рассеяния для гексагональных цилиндров, если они случайным образом вращаются относительно своих центральных осей, должна иметь то же количество элементов, что и для круговых цилиндров. Падающие по отдельности гексагональные кристаллы, имеющие форму цилиндров и дисков, в общем случае стремятся ориентироваться так, чтобы их главные оси были параллельны поверхности Земли. Весьма вероятно, что их ориентация в горизонтальной плоскости случайна. В таком случае $\alpha = \pi/2$, и мы находим

$$P(\mu', \varphi'; \mu, \varphi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} P(\pi/2, \gamma; \mu', \varphi'; \mu, \varphi) d\gamma,$$

$$\sigma_{e,s}(\mu') = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \sigma_{e,s}(\pi/2, \gamma; \mu', \varphi') d\gamma d\varphi'. \quad (6.224в)$$

В п. 5.7 была отмечена важность учета роли перистой облачности при решении задач дистанционного зондирования и радиационного переноса. В связи с этим мы должны сформулировать основное уравнение, описывающее перенос солнечного излучения в слоях перистой облачности. Очевидно, что поскольку приведенные в (6.236) поперечники ослабления и рассеяния зависят от направления падающего пучка, то необходимо дать новое выражение для функции источника в случае многократного рассеяния. Пусть имеется совокупность горизонтально ориентированных гексагональных кристаллов с концентрацией $N(s)$. Тогда, следуя рассуждениям, приведенным в п. 6.1, находим

$$dI(s; \mu, \varphi) = -N(s) ds I(s; \mu, \varphi) \sigma_e(\mu) +$$

$$+ N(s) ds \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \sigma_s(\mu') \frac{P(\mu, \varphi; \mu', \varphi')}{4\pi} I(s; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' +$$

$$+ N(s) ds \sigma_s(-\mu_0) \frac{P(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0)}{4\pi} \pi F_0 \times$$

$$\times \exp \left[- \int_s^{\infty} \sigma_e(-\mu_0) N(s') ds' \right]. \quad (6.225)$$

Определив вертикальную оптическую длину пути

$$u = \int_0^z N(z') dz' \quad (6.226)$$

и предположив, что концентрация частиц изменяется только в направлении z , можно переписать уравнение (6.225) в виде

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI(u; \mu, \varphi)}{du} = & -I(u; \mu, \varphi) \sigma_e(\mu) + \\ & + \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \sigma_s(\mu') P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') I(u; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' + \\ & + \frac{1}{4\pi} \sigma_s(-\mu_0) P(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) \pi F_0 \times \\ & \times \exp[-\sigma_e(-\mu_0)(u_1 - u)/\mu_0], \end{aligned} \quad (6.227)$$

где u соответствует $z = \infty$. Полученное таким образом основное уравнение (6.227) отличается от обычного уравнения переноса тем, что поперечники ослабления и рассеяния являются здесь функциями косинусов зенитных углов, а индикатриса рассеяния зависит от направления приходящего и уходящего пучков, которое может быть выражено через угол рассеяния и зенитный угол приходящего пучка. Если соответствующие параметры определены на основании расчетов для однократного рассеяния, то можно решить это уравнение и полученное решение будет описывать распределение интенсивности в среде, содержащей несферические частицы, случайным образом ориентированные в горизонтальной плоскости.

6.9 УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В п. 6.1 было сформулировано уравнение переноса солнечного излучения для плоскопараллельных атмосфер. В то же время общее уравнение переноса, не связанное с какой-либо системой координат, представлено уравнением (1.46). Пусть коэффициент ослабления равен $\beta_e = k_{\lambda\rho}$. Кроме того, опустим для простоты индекс λ и запишем

$$-\frac{dI}{\beta_e ds} = I - J. \quad (6.228)$$

Для неоднородной рассеивающей атмосферы, свойства ослабления которой варьируют от точки к точке пространства, уравнение (6.228) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\beta_e(\mathbf{s})c} \frac{I(\mathbf{s}, \mathbf{\Omega}; t)}{\partial t} - \frac{1}{\beta(\mathbf{s})} (\mathbf{\Omega} \cdot \nabla) I(\mathbf{s}, \mathbf{\Omega}; t) = \\ = I(\mathbf{s}, \mathbf{\Omega}, t) - J(\mathbf{s}, \mathbf{\Omega}; t), \end{aligned} \quad (6.229)$$

где c — скорость света; $\mathbf{\Omega}$ — единичный вектор, вместе с вектором положения \mathbf{s} определяющий направление рассеяния $|\mathbf{s}| = s =$

$= (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$; x, y, z — расстояния по осям X, Y, Z ; t — время. При условии независимости интенсивности от времени (стационарное состояние) уравнение (6.229) сводится к

$$-\frac{1}{\beta_e(s)}(\mathbf{\Omega} \cdot \nabla) I(\mathbf{s}, \mathbf{\Omega}) = I(\mathbf{s}, \mathbf{\Omega}) - J(\mathbf{s}, \mathbf{\Omega}). \quad (6.230)$$

По аналогии с уравнением (6.6) общая функция источника для солнечного излучения определяется в любой системе координат выражением

$$J(\mathbf{s}, \mathbf{\Omega}) = \frac{\tilde{\omega}(s)}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{s}, \mathbf{\Omega}') P(\mathbf{s}; \mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}') d\mathbf{\Omega}' + \\ + \frac{\tilde{\omega}(s)}{4\pi} P(\mathbf{s}; \mathbf{\Omega}, -\mathbf{\Omega}_0) \pi F_0 \exp \left[- \int_0^s \beta_e(s') ds' \right]. \quad (6.231)$$

Для упрощения процесса поиска общего решения уравнения переноса обычно предполагается, что среда однородна в горизонтальном и вертикальном направлениях, следовательно,

$$\beta_e(\mathbf{s}) = \beta_e, \quad \tilde{\omega}(\mathbf{s}) = \tilde{\omega}, \\ P(\mathbf{s}; \mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}') = P(\mathbf{\Omega}, \mathbf{\Omega}'). \quad (6.232)$$

При таких условиях уравнения (6.230) и (6.231) существенно упрощаются, и, таким образом, становится возможен математический вывод решения интегрально-дифференциального уравнения в частных производных при наложении соответствующих радиационных граничных условий.

В декартовых координатах оператор $\mathbf{\Omega} \cdot \nabla$ выражается следующим образом:

$$\mathbf{\Omega} \cdot \nabla = \Omega_x \frac{\partial}{\partial x} + \Omega_y \frac{\partial}{\partial y} + \Omega_z \frac{\partial}{\partial z}. \quad (6.233)$$

Направляющие косинусы в этом выражении описываются как

$$\Omega_x = \frac{\partial s}{\partial x} = \sin \theta \cos \varphi = (1 - \mu^2)^{1/2} \cos \varphi,$$

$$\Omega_y = \frac{\partial s}{\partial y} = \sin \theta \sin \varphi = (1 - \mu^2)^{1/2} \sin \varphi,$$

$$\Omega_z = \frac{\partial s}{\partial z} = \cos \theta = \mu, \quad (6.234)$$

где θ и φ — зенитный и азимутальный углы соответственно. Таким образом, при условии однородности общее уравнение пере-

носа солнечного излучения в декартовых координатах может быть представлено в виде

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\beta_e} \left[(1 - \mu^2)^{1/2} \cos \varphi \frac{\partial}{\partial x} + (1 - \mu^2)^{1/2} \sin \varphi \frac{\partial}{\partial y} + \mu \frac{\partial}{\partial z} \right] \times \\
 & \times I(x, y, z; \mu, \varphi) = I(x, y, z; \mu, \varphi) - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 I(x, y, z; \mu', \varphi') \times \\
 & \times P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} P(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) \times \\
 & \times \pi F_0 \exp[-\beta_e (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}]. \quad (6.235)
 \end{aligned}$$

В сферических координатах оператор $\Omega \cdot \nabla$ может быть записан как

$$\Omega \cdot \nabla = \Omega_r \frac{\partial}{\partial r} + \Omega_{\theta_r} \frac{\partial}{r \partial \theta_r} + \Omega_{\varphi_r} \frac{\partial}{r \sin \theta_r \partial \varphi_r}, \quad (6.236)$$

где r, θ_r, φ_r представляют собой сферическую систему координат (рис. 6.12 а), а направляющие косинусы могут быть получены путем преобразования соответствующих выражений из декартовой системы координат. Это преобразование имеет вид

$$\begin{bmatrix} \Omega_r \\ \Omega_{\theta_r} \\ \Omega_{\varphi_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_r \cos \varphi_r & \sin \theta_r \sin \varphi_r & \cos \theta_r \\ \cos \theta_r \cos \varphi_r & \cos \theta_r \sin \varphi_r & -\sin \theta_r \\ -\sin \varphi_r & \cos \varphi_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (6.237)$$

При однородных условиях, заданных соотношениями (6.232), уравнение переноса солнечного излучения в сферических координатах может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\beta_e} \left\{ [(1 - \mu^2)^{1/2} \sin \theta_r \cos(\varphi - \varphi_r) + \mu \cos \theta_r] \frac{\partial}{\partial r} + \right. \\
 & \left. + [(1 - \mu^2)^{1/2} \cos \theta_r \cos(\varphi - \varphi_r) - \mu \sin \theta_r] \frac{\partial}{r \partial \theta_r} + \right. \\
 & \left. + [(1 - \mu^2)^{1/2} \sin(\varphi - \varphi_r)] \frac{\partial}{r \sin \theta_r \partial \varphi_r} \right\} I(r, \theta_r, \varphi_r; \mu, \varphi) = \\
 & = I(r, \theta_r, \varphi_r; \mu, \varphi) - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 I(r, \theta_r, \varphi_r; \mu, \varphi) \times \\
 & \times P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} P(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) \times \\
 & \times \pi F_0 \exp\{-\beta_e [(r_0^2 - r^2 \sin^2 \theta_r)^{1/2} - r \cos \theta_r]\}, \quad (6.238)
 \end{aligned}$$

где r_0 — радиус рассеивающей среды.

В цилиндрических координатах оператор $\Omega \cdot \nabla$ записывается как

$$\Omega \cdot \nabla = \Omega_r \frac{\partial}{\partial r} + \Omega_{\varphi_r} \frac{\partial}{r \partial \varphi_r} + \Omega_z \frac{\partial}{\partial z}, \quad (6.239)$$

где r, φ_r, z представляют собой цилиндрическую систему координат (рис. 6.12 б), а направляющие косинусы снова могут быть выведены путем соответствующего преобразования выражений из декартовой системы координат:

$$\begin{bmatrix} \Omega_r \\ \Omega_{\varphi_r} \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_r & \sin \varphi_r & 0 \\ -\sin \varphi_r & \cos \varphi_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (6.240)$$

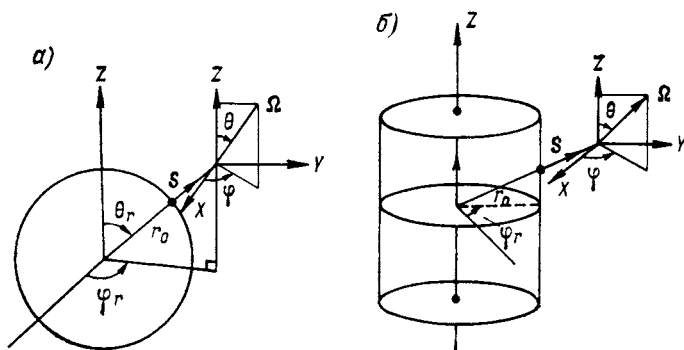


Рис. 6.12. Представления вектора положения s и вектора направления Ω в сферических (а) и цилиндрических (б) координатах.

При однородных условиях, заданных соотношениями (6.232), уравнение переноса солнечного излучения в цилиндрических координатах имеет вид

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\beta_e} \left[(1 - \mu^2)^{1/2} \cos(\varphi - \varphi_r) \frac{\partial}{\partial r} + \right. \\ & \left. + (1 - \mu^2)^{1/2} \sin(\varphi - \varphi_r) \frac{\partial}{r \partial \varphi_r} + \mu \frac{\partial}{\partial z} \right] I(r, \varphi_r, z; \mu, \varphi) = \\ & = I(r, \varphi_r, z; \mu, \varphi) - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 I(r, \varphi_r, z; \mu, \varphi) \times \\ & \times P(\mu, \varphi; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' - \frac{\bar{\omega}}{4\pi} P(\mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) \times \\ & \times \pi F_0 \exp \left\{ -\beta_e \left[(r_0^2 - r^2 \sin^2 \varphi_r)^{1/2} - r \cos \varphi_r \right] \right\}, \quad (6.241) \end{aligned}$$

где r_0 — радиус среды цилиндрической формы.

Уравнения (6.235), (6.238) и (6.241) являются исходными для описания переноса солнечного излучения в тех системах координат, которые могут быть применены при исследовании облачности конечных размеров. Спутниковые изображения облачности, а также наземные наблюдения показывают, что часть облаков и облачных систем, образующих облачный покров Земли, или конечны по размерам, или формируют облачные полосы. В какой степени конечность размеров облаков влияет на их свойства отражения, поглощения и пропускания,— вопрос, требующий дальнейших исследований. Кроме того, необходимо решить проблему количественной оценки влияния кучевых облаков конечных размеров на нагревание и выхолаживание тропической атмосферы. Возможно, что приведенные исходные уравнения окажутся полезными при выводе упрощенных решений, которые будут описывать реальное распределение потоков излучения в атмосфере, содержащей кучевую облачность.

УПРАЖНЕНИЯ

6.1. Пренебрегая эффектом отражения от поверхности и используя приближение однократного рассеяния, рассчитайте и постройте распределение интенсивности отраженного излучения (отражения на верхней границе) непоглощающей молекулярной атмосферой, оптическая толщина которой составляет 0,1 и 1 при $\mu_0 = 0,8$. Сравните полученные результаты с данными Коулсона и др. ([19], с. 21 и 57), в работе которых должным образом учтен эффект многократного рассеяния.

6.2. Выведите аналитическое выражение для диффузного отражения от верхней границы атмосферы, используя приближение рассеяния второго порядка и пренебрегая отражением от поверхности. Выполните анализ для $\mu \neq \mu'$ и $\mu = \mu'$.

6.3. Получите решение уравнения переноса в двухпоточковом приближении при консервативном рассеянии, а также рассчитайте отражение и пропускание, приняв значение фактора асимметрии равным 0,75, при оптических толщинах 0,25; 1; 4 и 16. Представьте полученный результат графически в зависимости от косинуса зенитного угла Солнца μ_1 . Сравните его с данными, полученными для 16 дискретных потоков, а также методом удвоения, которые приведены в табл. 6.2.

6.4. Введите выражения для I_1 из уравнения (6.60) в уравнение (6.59) так, чтобы получить

$$\frac{d^2 I_0}{d\tau^2} = k^2 I_0 - \eta e^{-\tau/\mu_0},$$

где $k = [3(1 - \tilde{\omega})(1 - \tilde{\omega}g)]^{1/2}$ — собственное значение; η — некоторая постоянная, выражаемая через F_0 , $\tilde{\omega}$ и g . Это уравнение называется одномерным уравнением диффузии. Решите его относительно I_0 , а затем относительно I_1 , используя радиационное граничное условие, заданное соотношением (6.30).

6.5. Рассмотрите уравнение (6.15) и положите

$$I(\tau, \mu) = \sum_{l=0}^N I_l(\tau) P_l(\mu),$$

где $P_l(\mu)$ — полином Лежандра. Используя свойство ортогональности полиномов Лежандра и рекуррентную формулу

$$\mu P_l(\mu) = \frac{l+1}{2l+1} P_{l+1} + \frac{l}{2l+1} P_{l-1},$$

покажите, что уравнение (6.15) может быть сведено к совокупности дифференциальных уравнений первого порядка вида

$$\frac{k}{2k-1} \frac{dI_{k-1}}{d\tau} + \frac{k+1}{2k+3} \frac{dI_{k+1}}{d\tau} = I_k \left(1 - \frac{\bar{\omega}\bar{\omega}_k}{2k+1} \right) - \frac{\bar{\omega}\bar{\omega}_k}{4} P_k(-\mu_0) F_0 e^{-\tau/\mu_0}, \quad k=0, 1, \dots, N.$$

Эти одновременно удовлетворяемые уравнения могут быть решены путем задания соответствующих граничных условий. Такой подход к задаче радиационного переноса называется методом сферических гармоник. Видно, что в простом случае при $k=0, 1$ вышеприведенные уравнения преобразуются в уравнения (6.59) и (6.60) соответственно.

6.6. Сформулируйте задачу переноса инфракрасного излучения в изотермической рассеивающей атмосфере, находящейся в локальном термодинамическом равновесии при температуре T , в предположении, что распределение интенсивности не зависит от азимута. Покажите с помощью метода дискретных ординат, что при изотропном рассеянии интенсивность рассеянной радиации описывается выражением

$$I(\tau, \mu_i) = \sum_{\alpha=-n}^n \frac{L_\alpha}{1 + \mu_i k_\alpha} e^{-k_\alpha \tau} + B_\nu(T),$$

где L_α — неизвестные постоянные коэффициенты пропорциональности, μ_i — направления дискретных потоков, k_α — собственные величины, а B_ν — функция Планка.

6.7. Спутниковый радиометр измеряет солнечное излучение, отражаемое полубесконечной изотропно рассеивающей атмосферой, состоящей из газов и частиц, вблизи линии поглощения, контур которой определяется профилем Лоренца, а коэффициент поглощения может быть записан как

$$k_\nu = \frac{S}{\pi} \frac{\sigma}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2}.$$

Полагая, что частицы не поглощают излучения, а оптическая толщина, обусловленная рассеянием, равна оптической толщине за счет газового поглощения в центре линии, рассчитайте, пользуясь двухпотоковым приближением, интенсивность отраженного излучения (функцию отражения) в зависимости от волнового числа ν . При решении опишите сначала зависимость альbedo однократного рассеяния от ν , а затем — отраженную интенсивность в рамках двухпотокового приближения.

6.8. Покажите, что для полубесконечной изотропно рассеивающей атмосферы планетарное альbedo определяется выражением

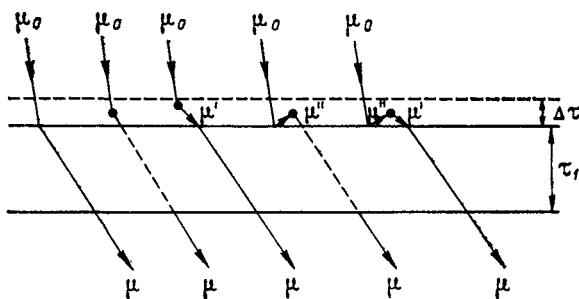
$$r(\mu_0) = 1 - H(\mu_0) \sqrt{1 - \bar{\omega}},$$

а сферическое альbedo — соотношением

$$\bar{r} = 1 - 2 \sqrt{1 - \bar{\omega}} \int_0^1 H(\mu_0) \mu_0 d\mu_0.$$

Воспользуйтесь первым приближением для H -функции и, положив альbedo одно-кратного рассеяния равным 0,4 и 0,8, рассчитайте планетарное альbedo при $\mu_0=1$ и $\mu_0=0,5$, а также сферическое альbedo.

6.9. Оптически тонкий слой $\Delta\tau$ добавляется к конечной атмосфере оптической толщиной τ_1 . Все возможные варианты прохождения падающего пучка через этот слой показаны на рисунке. С помощью принципов инвариантности, сформулированных в п. 6.4.2, выведите для этого случая уравнение (6.159). Этот метод называется также инвариантным погружением. (Обратите внимание на то, что штриховые линии обозначают прямое пропускание.)



6.10. Рассмотрите облачный слой с полным глобальным пропусканием \bar{v} и глобальным отражением (сферическим альbedo) \bar{r} над ламбертовой поверхностью с собственным альbedo r_p . Полагая, что атмосфера между облаком и поверхностью отсутствует, выведите уравнения (6.187)—(6.189) путем прослеживания геометрического пути лучей при многократных отражениях между облаком и поверхностью.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Амбарцумян В. А. Теоретическая астрофизика.— М., 1952. (В главах 33 и 34 изложены принципы инвариантности для полубесконечной изотропной атмосферы.)
- Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет.— М.: Наука, 1972. (В главах 2 и 3 обсуждаются принципы инвариантности.)
- Chandrasekhar, S. (1950). *Radiative Transfer*. Dover, New York (Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии.— М.: Изд-во иностр. лит., 1953). (Главы 1, 3, 6 и 7 содержат исходные положения, необходимые для формулировки метода дискретных ординат и принципов инвариантности в задачах радиационного переноса.)
- Coulson, K. L., Dave, J. V., and Sekera, Z. (1960). *Tables Related to Radiation Emerging from a Planetary Atmosphere with Rayleigh Scattering*. Univ. of California Press, Berkeley. (В книге представлены исчерпывающие точные таблицы углового распределения и поляризации отраженного и пропущенного света в плоскопараллельных рассеивающих рэлеевских атмосферах.)
- Davison, B. (1957). *Neutron Transport Theory*. Oxford Univ. (Clarendon) Press, London and New York. (В главах 10—12 подробно обсуждается формулировка метода сферических гармоник в приложении к задачам переноса нейтронов в плоской, сферической и цилиндрической системах координат.)

- Hansen, J. E., and Travis, L. D. (1974). Light scattering in planetary atmospheres. *Space Sci. Rev.*, 16, 527—610. (В этой обзорной работе кратко рассмотрены различные методы расчета радиационного переноса, которые проиллюстрированы численными примерами.)
- Kourganoff, V. (1952). *Basic Methods in Transfer Problems*. Oxford Univ. (Clarendon) Press, London and New York. (Глава 3 содержит краткое изложение методов дискретных ординат и сферических гармоник и их приложения к проблемам радиационного переноса.)
- Lenoble, J., Ed. (1977). *Standard Procedures to Compute Atmospheric Radiative Transfer in a Scattering Atmosphere*. Radiation Commission, International Association of Meteorology and Atmospheric Physics, published by National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado. (В этой монографии сведены воедино различные методики аналитического и численного решения задач радиационного переноса. В ней также содержатся результаты численных сравнений ряда расчетных методик.)

Глава 7

ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ К ЗАДАЧАМ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

7.1. ВВЕДЕНИЕ

При взаимодействии электромагнитных волн с веществом среды их характеристики изменяются, что позволяет определять состав и структуру среды.

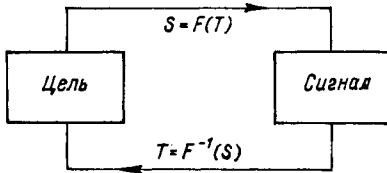


Рис. 7.1. Принципиальная схема дистанционного зондирования.

Дистанционное зондирование принципиально отличается от измерений *in situ*, во время которых наблюдения проводятся внутри самой среды. Основной исходный принцип, положенный в основу дистанционного зондирования, состоит в интерпретации данных радиометрических измерений электромагнитного излучения в таком спектральном интервале, где излучение чувствительно к тому или иному физическому свойству среды.

Принципиальная схема дистанционного зондирования показана на рис. 7.1. Как правило, электромагнитный сигнал всегда регистрируется приемником после того, как несущее его излучение провзаимодействовало с объектом (целью), содержащим вещество в виде газа и (или) частиц. Если цель и сигнал обозначить через T и S соответственно, то можно записать

$$S = F(T),$$

где F — некоторая функция, причем не обязательно линейная. Обращение приведенного соотношения дает

$$T = F^{-1}(S),$$

где F^{-1} — функция, обратная F .

Принципиальной трудностью решения всех обратных задач дистанционного зондирования является вопрос о *единственности* решения. Неединственность связана с тем, что исследуемая среда

может описываться рядом неизвестных параметров, различные сочетания которых могут приводить к формированию одинакового радиационного сигнала. Кроме этой физической особенности, существуют также математические проблемы, связанные с вопросом о существовании и устойчивости решения, а также со способом его построения. При дистанционном зондировании используются два четко различающихся подхода, каждый из которых положен в основу соответствующей классификации. Это так называемые *активное* и *пассивное* дистанционное зондирование.

При активном дистанционном зондировании используется источник искусственно генерируемого излучения, например лазерного (в лидаре) или микрорадиоизлучения (в радиолокаторе). Лучистая энергия заданной длины волны посылается в атмосферу. Часть этой энергии рассеивается обратно, принимается приемником и регистрируется. По записи рассеянной энергии анализируются состав и структура атмосферы, с которой взаимодействовало излучение. В случае активного дистанционного зондирования обычно приходится иметь дело с обратным рассеянием, так что передатчик и приемник, как правило, расположены вместе.

При пассивном дистанционном зондировании используются естественные источники излучения, такие, как Солнце или система Земля—атмосфера. Так, например, спектральное солнечное излучение взаимодействует с облаком, что приводит к появлению рассеянного излучения — сигнала, который может быть использован для идентификации облака. Аналогично спектральное инфракрасное или радиоизлучение, испускаемое системой Земля—атмосфера, может использоваться для исследования термодинамического состояния и состава системы. Как видно из рис. 1.1, описывающего электромагнитный спектр, в принципе вещество может испускать излучение всех длин волн. Однако для приложений, относящихся к изучению атмосферы, наиболее важны спектры солнечного, инфракрасного и микроволнового излучения.

На основе принципа пассивного дистанционного зондирования были разработаны и получили дальнейшее развитие методы сбора глобальных данных по вертикальным профилям температуры и состава атмосферы, а также составляющих радиационного баланса по результатам измерений с борта метеорологических спутников Земли. В ходе первого подобного метеорологического эксперимента в 1959 г. на борту спутника «Эксплорер-7» был установлен комплекс полусферических датчиков с целью измерения радиационного баланса системы Земля—атмосфера. Вскоре после этого был запущен спутник «Тайрос-2» с пятиканальным сканирующим радиометром на борту. На основе опыта эксплуатации этого радиометра были отработаны общие принципы конструирования аппаратуры для дистанционного зондирования с борта исследовательских и оперативных спутников на последующие два десятилетия. В апреле 1969 г. был запущен спутник «Нимбус-3» с двумя спектрометрами на борту, обеспечивающими измерения инфракрасного излучения с целью получения вертикальных профилей температуры,

водяного пара и озона. На борту этого спутника находился также другой прибор для измерения отраженного ультрафиолетового излучения, который давал возможность определять глобальное распределение содержания озона. Запуск в декабре 1972 г. спутника «Нимбус-5» ознаменовал начало использования микроволновой техники для дистанционного определения температуры атмосферы и содержания в ней водяного пара. Таковы основные вехи развития дистанционного зондирования атмосферы с борта метеорологических спутников на околоземных орбитах.

В настоящей главе вначале обсуждается вопрос об информативности данных измерений рассеянной солнечной радиации. После детального описания принципов определения профилей температуры и концентрации газов по данным измерений уходящего теплового инфракрасного излучения рассматриваются основные принципы использования микроволнового излучения в целях исследования атмосферы. Здесь основное внимание уделяется приложениям принципов дистанционного зондирования к задаче получения вертикальных профилей температуры и газового состава атмосферы по данным спутниковых измерений. Затем рассматривается принцип активного дистанционного зондирования с использованием энергии рассеянного назад излучения и особенно детально — механизм распространения лазерного излучения в атмосфере. Спутниковые исследования радиационного баланса, связанные в первую очередь с радиационной климатологией, обсуждаются в главе 8.

7.2 РАССЕЯННЫЙ СОЛНЕЧНЫЙ СВЕТ КАК ИСТОЧНИК ИНФОРМАЦИИ ПРИ ДИСТАНЦИОННОМ ЗОНДИРОВАНИИ

7.2.1. Пропущенный атмосферой солнечный свет

Определение общего содержания озона. Классическим примером использования измеренной плотности потока пропущенного солнечного излучения для целей определения состава атмосферы является предложенный Добсоном в 1931 г. метод оценки общего содержания озона на основе данных прибора, расположенного на поверхности Земли. Метод основан на использовании закона Бэра—Буге—Ламберта (см. п. 1.4.2) для описания пропускания ультрафиолетового солнечного излучения, причем эффектами многократного рассеяния пренебрегается. Таким образом, изменение плотности потока проходящего солнечного излучения F , центрированного при длине волны λ на заданном уровне z в атмосфере, содержащей озон, молекулы воздуха и аэрозоль, может быть выражено как

$$dF_{\lambda}(z) = -F_{\lambda}(z) dz \sec \theta_0 [k(\lambda) \rho_{O_3}(z) + \sigma_s^p(\lambda) N(z) + \sigma_e^M(\lambda) N_a(z)], \quad (7.1)$$

где θ_0 — зенитный угол Солнца, k — массовый коэффициент поглощения озоном ($\text{г}^{-1} \cdot \text{см}^2$), ρ_{O_3} — плотность озона, σ_s^{P} — поперечник рэлеевского рассеяния (см^2 , см. п. 3.7.2), N — концентрация молекул (см^{-3}), σ_e^{M} — поперечник ослабления по Ми (поглощение плюс рассеяние) за счет аэрозоля (см. п. 5.4), а N_a — содержание аэрозоля.

С целью упрощения уравнения (7.1) используются определенные уравнением (3.73) параметры оптической толщины τ^{P} и τ^{M} . Индекс P соответствует рэлеевскому рассеянию, индекс M — рассеянию Ми на аэрозольных частицах. Кроме того, определяется полная концентрация озона в вертикальном столбе атмосферы ($\text{г} \cdot \text{см}^{-2}$):

$$\Omega = \int_0^{\infty} \rho_{\text{O}_3}(z) dz. \quad (7.2)$$

Далее, поскольку максимум концентрации озона находится на высоте около 22 км, будем считать, что длина наклонной трассы в озонном слое определяется зенитным углом Солнца на этой высоте, и обозначим $\theta_0 = Z$. Что касается молекул, то для измерения длины наклонной трассы в воздухе используем воздушную массу (см. п. 2.4.1) $m = \sec \theta_0$. С учетом этих упрощений и определений решение уравнения (7.1) примет вид

$$\ln [F_{\lambda}(\infty)/F_{\lambda}(0)] = -k(\lambda)\Omega \sec Z - \tau^{\text{P}}(\lambda)m - \tau^{\text{M}}(\lambda)m, \quad (7.3)$$

где $F_{\lambda}(\infty)$ и $F_{\lambda}(0)$ — плотности потока солнечного излучения на верхней и нижней границе атмосферы соответственно.

Описав, таким образом, ослабление плотности потока солнечного излучения, выберем пару длин волн (λ_1, λ_2) в полосе поглощения озона Хартли—Хёггинса, описанной в п. 3.2. Полагая, что оптические толщины аэрозоля на обеих длинах волн (λ_1, λ_2) примерно равны, вычтем уравнение для λ_2 из уравнения для λ_1 и решим полученное выражение относительно Ω . В результате получим

$$\Omega = \frac{\ln [F_{\lambda_1}(\infty)/F_{\lambda_2}(\infty)] - \ln [F_{\lambda_1}(0)/F_{\lambda_2}(0)] - m [\tau^{\text{P}}(\lambda_1) - \tau^{\text{P}}(\lambda_2)]}{\sec Z [k(\lambda_1) - k(\lambda_2)]}. \quad (7.4)$$

В этой формуле $[\tau^{\text{P}}(\lambda_1) - \tau^{\text{P}}(\lambda_2)]$ рассчитывается по теории рассеяния Рэля, $[k(\lambda_1) - k(\lambda_2)]$ определяется из лабораторных измерений. Отношение $[F_{\lambda_1}(\infty)/F_{\lambda_2}(\infty)]$ достаточно определить один раз с помощью долгого метода, описанного в п. 2.4. Для этого необходимо провести серии измерений при различных зенитных углах, затем выполнить соответствующую экстраполяцию. Зенитные углы θ_0 и Z являются функцией широты, времени года и времени суток (см. п. 2.5). Таким образом, полное содержание озона может быть получено в результате определения величины

$\ln [F_{\lambda_1}(0)/F_{\lambda_2}(0)]$ по данным наземных измерений плотности потока солнечного излучения. Стандартный прибор для измерения полного содержания озона называется *спектрометром Добсона* [27], он установлен на 80 наземных станциях глобальной сети.

Определение мутности и количества осаждаемой влаги. В атмосфере постоянно содержатся взвешенные частицы, размеры которых варьируют примерно от 10^{-3} до 20 мкм. Эти частицы называются аэрозолями и считаются загрязняющими веществами. Известно, что аэрозоли образуются в результате хозяйственной деятельности человека, в ходе естественных процессов, не зависящих от антропогенных факторов, а также в ходе естественных процессов, интенсифицированных человеком. Естественные аэрозоли включают вулканическую пыль, встречающуюся в стратосфере, морские брызги и частицы, образующиеся при их высыхании, поднимаемую ветром пыль, дым от естественных лесных пожаров, а также малые частицы, образующиеся при химических реакциях естественных газовых составляющих атмосферы. Основные антропогенные аэрозоли включают частицы, непосредственно выброшенные в атмосферу при сжигании топлива, и частицы, сформировавшиеся из выброшенных при сжигании газов.

Аэрозоли не только рассеивают, но и в значительной степени поглощают проходящее солнечное излучение во всех спектральных диапазонах. Поскольку аэрозоли характеризуются глобальным распространением, их воздействие на тепловой режим системы Земля—атмосфера может быть очень значительным. В последние годы среди специалистов растет озабоченность по поводу того, что аэрозоли вообще и антропогенные загрязнения, в частности, могут быть важным фактором, способствующим глобальным изменениям погоды и климата. Для решения этой проблемы необходимы постоянные и энергичные исследования концентрации атмосферного аэрозоля, его физических и химических характеристик, пространственно-временного распределения, а также его оптических свойств в солнечном диапазоне спектра.

Методы наблюдений с целью определения содержания пыли в атмосфере были разработаны Линке и Ангстремом в 20-х годах нашего столетия. По данным наземных наблюдений спектральной зависимости плотности потока прямого солнечного излучения можно определить полную оптическую толщину аэрозоля, иногда называемую *мутностью*. Обычно используются длины волн в диапазоне видимого солнечного излучения, где практически отсутствует поглощение водяным паром, а поглощение озоном сводится к минимуму. С помощью простого закона Бэра—Буге—Ламберта из уравнения (7.3) мы получаем

$$F_{\lambda}(0)/F_{\lambda}(\infty) = \exp \{ - [\tau^P(\lambda) + \tau^M(\lambda)] m \}, \quad (7.5)$$

где снова $m (= \sec \theta_c)$ — воздушная масса относительно вертикали, а $F_{\lambda}(0)$ — наблюдаемая плотность потока прямого солнечного излучения на длине волны λ . Как и ранее, величина $F_{\lambda}(\infty)$ может быть раз и навсегда определена с помощью вышеупомянутого дол-

гого метода. Таким образом, вычитая рэлеевскую оптическую толщину, которая может быть рассчитана теоретически, получаем аэрозольную оптическую толщину. Путем дополнительного включения оптической толщины озона, которая тоже может быть оценена теоретически, в формулу (7.5) можно также ввести поправку на небольшое поглощение озоном. Полная оптическая толщина, связанная с аэрозольным ослаблением, может быть выражена как

$$\tau^M(\lambda) = \int_0^{\infty} \beta_e(\lambda, z) dz. \quad (7.6)$$

Полагая, что распределение аэрозольных частиц по размерам описывается формулой $dn(a)/da$ (см^{-4}), где $dn(a)$ — количество частиц радиусом от a до $a+da$, можно выразить коэффициент ослабления (см^{-1}) с помощью формулы (5.115):

$$\beta_e(\lambda, z) = \int_{a_1}^{a_2} \sigma_e(a, \lambda) \frac{dn(a)}{da}, \quad (7.7)$$

где σ_e — поперечник ослабления (см^2), рассчитанный на одну частицу. В течение двух последних десятилетий распределение частиц атмосферного аэрозоля по размерам является предметом интенсивных исследований. С хорошей степенью приближения это распределение можно выразить с помощью так называемого *распределения Юнге* в виде

$$\frac{dn(a)}{da} = C(z) a^{-v^*+1}, \quad (7.8)$$

где C — масштабный множитель, прямо пропорциональный концентрации аэрозоля и являющийся, таким образом, функцией высоты z в атмосфере, а v^* — постоянная формы контура, которая обычно составляет от 2 до 4. Принято считать, что данное распределение можно использовать при описании диапазона размеров примерно от $a_1 = 0,01$ мкм до $a_2 = 10$ мкм.

С помощью распределения Юнге можно показать, что оптическая толщина аэрозоля описывается формулой

$$\tau^M(\lambda) = k\lambda^{-v^*+2}, \quad (7.9)$$

где k — некоторая постоянная (см. упражнение 7.1). При $v^* = 3,3$ величина k называется *коэффициентом мутности Ангстрема*. Ясно, что если мутность измерена на двух длинах волн, то можно определить постоянную формы контура, поскольку k есть величина постоянная.

Определение полного содержания водяного пара в вертикальном столбе атмосферы на основе данных наблюдений пропущенной прямой солнечной радиации было впервые осуществлено Фоулем в 1917 г. В 1974 г. Фольц предложил использовать для измерений количества осажденной влаги многоспектральный прибор, названный *солнечным фотометром*. Для работы выбирается пара длин

волн в ближней инфракрасной области спектра. Одна длина волны приходится на окно прозрачности водяного пара ($\lambda_1 = 0,88$ мкм), а вторая — на полосу поглощения водяного пара $\rho\sigma\tau$ ($\lambda_2 = 0,94$ мкм). Предполагается, что как молекулярное, так и аэрозольное ослабление на этих двух длинах волн примерно одинаково. Кроме того, для описания спектрального пропускания водяного пара используется приближение квадратного корня из случайной модели полосы (см. упражнение 4.5).

Таким образом, по аналогии с формулой (7.5) пропускание на длинах волн λ_1 и λ_2 можно описать следующим образом:

$$F_{\lambda_1}(0)/F_{\lambda_1}(\infty) = \exp \{ - [\tau^M(\lambda_1) + \tau^P(\lambda_1)] m \}, \quad (7.10)$$

$$F_{\lambda_2}(0)/F_{\lambda_2}(\infty) = \exp \{ - [\tau^M(\lambda_2) + \tau^P(\lambda_2)] m - K \sqrt{um} \}, \quad (7.11)$$

где $K = \sqrt{\pi S_0 \alpha} / \delta$, причем S_0 — средняя интенсивность линии, α — средняя полуширина линии, а δ — среднее расстояние между линиями. Оптическая длина пути, или количество осажженной влаги, описывается величиной u в $г \cdot см^{-2}$ (или см-атм). Деля соотношение (7.11) почленно на (7.10) и перегруппировывая члены, получаем

$$u(PW) \approx (K/m) [\ln(q_0/q)]^2, \quad (7.12)$$

где $q_0 = F_{\lambda_2}(0)/F_{\lambda_1}(0)$, $q = F_{\lambda_2}(\infty)/F_{\lambda_1}(\infty)$. Постоянная находится сопоставлением с данными радиозондирования, а величина q_0 может быть получена описанным выше долгим методом.

7.2.2 Отраженный атмосферой солнечный свет

Оценка полного содержания озона по интенсивности отраженного излучения. Исходный принцип, на основе которого производится оценка содержания озона по данным измерений отраженного излучения, состоит в выборе двух длин волн в полосе поглощения озона Хартли—Хёггинса. Принцип выбора этих двух длин волн тот же, что и положенный в основу конструкции спектрометра Добсона. Длины волн выбираются вблизи длинноволновой границы полосы, где поглощение относительно слабо, с тем, чтобы большая часть фотонов, достигающих прибора на борту спутника, проходила сквозь озонный слой и рассеивалась назад из тропосферы. На одной из этих длин волн поглощение должно быть больше, чем на другой. Длины волн разнесены примерно на 0,02 мкм с тем, чтобы эффект рассеяния на каждой из них был примерно одинаков, а относительное ослабление чувствительно в основном к полному содержанию озона. Так, в эксперименте на борту спутника «Нимбус-4» была использована следующая пара: 0,3125 и 0,3312 мкм. Интенсивность излучения, рассеянного назад в полосе поглощения озона и воспринимаемого прибором, смотрящим в надир с высоты орбиты спутника, зависит от ослабления потока прямого солнечного излучения в озонном слое, отражательных свойств атмосферы и подстилающей поверхности, а также от

ослабления диффузно отраженных фотонов на обратном пути до высоты полета спутника. Если Z — зенитный угол Солнца в подспутниковой точке на высоте максимума концентрации озона (примерно 22 км), то полный оптический путь сквозь озоновый слой для потока рассеянных назад фотонов будет пропорционален $(1 + \sec Z)$. Пусть F_0 — облученность потоком падающего солнечного излучения, а I — рассеянное назад излучение на верхней границе атмосферы. Определим

$$\tilde{N}(\lambda_1, \lambda_2) = \lg(F_0/\tilde{I})_{\lambda_1} - \lg(F_0/\tilde{I})_{\lambda_2}. \quad (7.13)$$

Восстановление полной концентрации озона обеспечивается путем сравнения наблюдаемого значения \tilde{N} со значениями, заранее рассчитанными для набора стандартных профилей озона, и последующей интерполяцией.

Расчетные методы для описания переноса излучения в рассеивающей и поглощающей атмосфере обычно формулируются только для атмосферы, без учета эффекта отражения излучения поверхностью. Полагая, что отражающая поверхность является ламбертовой, можно в соответствии с соотношением (6.182) выразить интенсивность рассеянного назад излучения на верхней границе атмосферы — с учетом вклада отражения поверхностью — в виде

$$I(\Omega, \mu_0, r_n) = I(\Omega, \mu_0, 0) + \frac{r_n T(\Omega, \mu_0)}{1 - r_n \bar{r}(\Omega)}, \quad (7.14)$$

где $T(\Omega, \mu_0) = \mu_0 F_0 \gamma(1) \gamma(\mu_0)$, $\mu_0 = \cos Z$, а Ω — общее содержание озона. Отметим, что, поскольку прибор смотрит в надирном направлении, можно пренебречь азимутальной зависимостью.

На рис. 7.2 представлены расчетные значения N в зависимости от длины наклонной трассы s для пары длин волн 0,3125 и 0,3300 мкм. Расчеты основаны на методе оценки последовательных порядков рассеяния [22]. Альbedo поверхности составляет 0,0 и 0,8, а атмосферное давление, которое определяет рэлеевское рассеяние, равно 1000 гПа. Видно, что при данном альbedo значения N/s уменьшаются с ростом концентрации озона. Если имеется неопределенность в значениях альbedo реальной поверхности, то это заметно усложняет интерпретацию результатов. Следовательно,

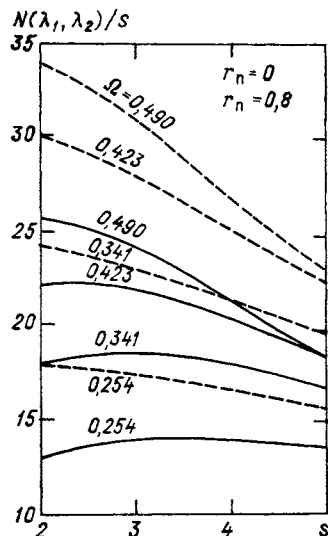


Рис. 7.2. Расчетное соотношение между N/s и s при различных распределениях озона. По Дейву и Матиру [22].

Сплошная линия $r_n = 0$, штриховая — $r_n = 0,8$.

с точки зрения задач спутникового зондирования необходимо сначала определить значение альbedo поверхности.

Три исходные процедуры для оценки полного содержания озона по наблюдаемым значениям \bar{N} состоят в следующем.

1. Составляются таблицы, содержащие рассчитанные значения $I(\Omega, \mu_0, 0)$, $I(\Omega, \mu_0)$ и $\bar{r}(\Omega)$ для различных значений μ_0 и Ω .

2. На основе данных фотометрических наблюдений на длине волны, лежащей вне полосы поглощения озона, например λ_3 (0,3800 мкм), определяется эффективное альbedo поверхности. Таким образом, из всех членов формулы (7.14) исключается зависимость от содержания озона, а альbedo поверхности прямо рассчитывается по данным измерений $\bar{I}_3(\mu_0, r_{\pi})$ с помощью формулы

$$r_{\pi}(\lambda_3) = \frac{\bar{I}_3(\mu_0, r_{\pi}) - I_3(\mu_0, 0)}{T(\mu_0) - \bar{r}[\bar{I}_3(\mu_0, r_{\pi}) - I_3(\mu_0, 0)]}. \quad (7.15)$$

При этом делается допущение о том, что r_{π} не зависит от длины волны, так что его можно использовать для пары длин волн (λ_1, λ_2).

3. На основе известных значений альbedo производятся вычисления с целью определения зависимости $N(\lambda_1, \lambda_2)$ от общего содержания озона Ω . Наконец, по значениям $N(\lambda_1, \lambda_2)$, которые рассчитаны на основе данных наблюдений интенсивности излучения, можно найти соответствующие значения Ω . Эта процедура может быть выполнена с помощью метода оптимизированного поиска.

Матир и др. [82] использовали метод подгонки и поиска при оценке полного количества озона по данным измерения рассеянного назад излучения на длинах волн 0,31—0,34 и 0,38 мкм с помощью двойного монохроматора, установленного на борту спутника «Нимбус-4». Позднее Дэйв [21] рассмотрел возможное влияние атмосферного аэрозоля на точность подобного способа оценки полного содержания озона. Учет влияния аэрозоля и облачности по-прежнему остается основной проблемой при исследовании атмосферного озона методами дистанционного зондирования.

Определение свойств облачности по состоянию поляризации отраженного излучения. Облачность, как правило, закрывает около 50 % поверхности нашей планеты и является наиболее важным регулятором радиационного баланса системы Земля—атмосфера. Процесс переноса излучения в облачном слое определяется фазой облачных частиц, их концентрацией, распределением по размерам, а также типом и толщиной самих облаков. Информация о составе и структуре облаков очень важна для понимания закономерностей формирования радиационного баланса и исследования энергетики системы Земля—атмосфера.

Определение по результатам дистанционного зондирования большого количества переменных, необходимых для описания упомянутых процессов с учетом многократного рассеяния облачными частицами, чрезвычайно затруднительно. В последние годы благодаря появлению быстродействующих ЭВМ решение задачи пере-

носа радиации продвинулось далеко вперед, и была продемонстрирована потенциальная возможность оценки состава облаков по данным об отраженном солнечном излучении. Используемый для этой цели метод состоит в непосредственной подгонке рассчитанных и измеренных интенсивностей и (или) поляризации, что аналогично способу, применяемому для решения задачи оценки полного содержания озона. Здесь мы рассмотрим вопрос об информативности данных о состоянии поляризации излучения, отраженного от облачности.

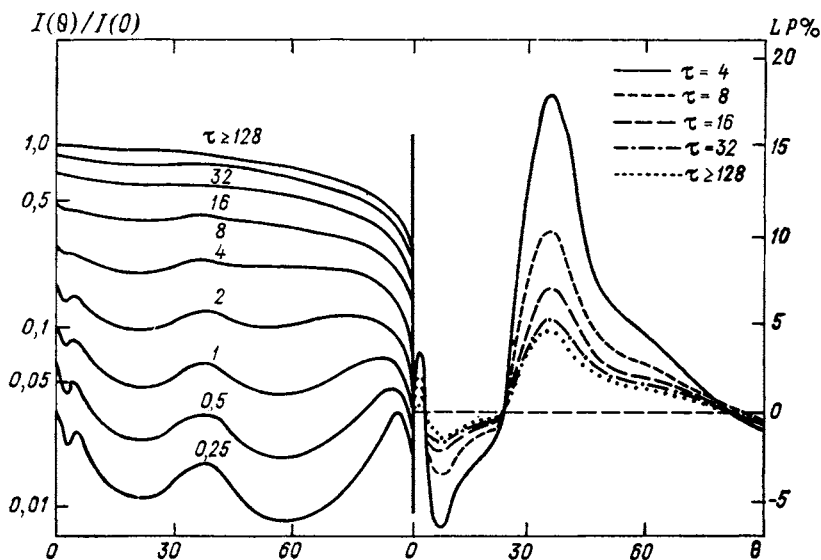


Рис. 7.3. Зависимость относительной интенсивности $I(\theta)/I(0)$ и степени линейной поляризации LP солнечного света, отраженного плоскопараллельным облаком, от зенитного угла Солнца. По Хансену [43].

В п. 5.6 были рассмотрены некоторые свойства полидисперсных сферических частиц для случая однократного рассеяния; в частности, на рис. 5.11 показаны индикатриса рассеяния и угловое распределение линейной поляризации. Отметим, что значение индикатрисы рассеяния прямо пропорционально интенсивности рассеянного излучения только в случае однократного рассеяния (см. уравнение (6.31)). Далее, как отмечено в п. 5.6, интенсивность однократно рассеянного излучения и степень линейной поляризации характеризуются наряду с явлениями радуги и глории сильным пиком в переднем направлении. Вопрос состоит в том, сохраняют ли угловые распределения интенсивности и состояния поляризации эти особенности в случае оптически толстой облачности.

На рис. 7.3 показаны интенсивность отраженного излучения и степень линейной поляризации, определенные по формуле (3.75а) для плоскопараллельного облака, оптическая толщина которого изменяется от 0,25 до 120 (практически полубесконечного),

на длине волны 1,2 мкм в случае, когда Солнце находится в зените. Расчеты [43] были основаны на использовании метода сложения, обсуждавшегося в п. 6.5, и выполнялись с учетом азимутальной зависимости и четырех параметров Стокса, которые определяют состояние поляризации. Исползованное в расчетах распределение сферических частиц по размерам имеет вид

$$n(a) = \text{const } a^{(1-3\beta)/\beta} e^{-a/(\alpha\beta)}, \quad (7.16)$$

где α (6 мкм) — средний эффективный радиус, а β ($1/9$) — эффективная дисперсия указанного распределения. На данном графике абсцисса выбрана так, что зенитный угол 0° соответствует углу рассеяния 180° .

Что касается приведенной картины углового распределения интенсивности, то черты, характерные для случая однократного рассеяния (см. рис. 5.11), практически утрачены. При увеличении оптической толщины радуга и gloria быстро исчезают. Отметим, что при $\mu \rightarrow 0$ ($\theta \rightarrow 90^\circ$) интенсивность ослабляется за счет эффекта многократного рассеяния. Такое уменьшение называется *потемнением к краю*. Однако в линейном масштабе картина распределения степени линейной поляризации сохраняет свою основную особенность, хотя сама поляризация с ростом оптической толщины сильно уменьшается. Следует отметить, что поскольку поляризация выводится из отношения интенсивностей, то по данным наблюдений она может быть определена с точностью до нескольких десятых процента.

С учетом вышеописанных результатов представляется, что измерения интенсивности рассеянной радиации могут дать информацию об оптической толщине облачности, тогда как данные о состоянии поляризации содержат дополнительную информацию о фазе и характеристиках размеров частиц. Последнее заключение основано на том факте, что несферические частицы, как показано в п. 5.7, не создают радуги и глории, а степень поляризации, согласно рис. 5.11, в значительной мере зависит от размеров частиц.

При использовании метода прямой подгонки возникает проблема, которая состоит в том, что оптические свойства частиц определяются сразу несколькими неизвестными взаимосвязанными параметрами. Для того чтобы получить оптимальное приближение результатов расчетов к данным наблюдений, необходимо проварьировать значение каждого из этих параметров. Помимо проблемы математической и физической единственности окончательного расчета, не решен еще и вопрос о том, какие значения этих переменных будут лучше всего удовлетворять данным наблюдений. Таким образом, определение неизвестных параметров облачности будет зависеть от интуиции и искусства подгонки и интерпретации. В результате картирование характеристик облачных частиц в больших пространственно-временных масштабах связано со значительными трудностями.

Пожалуй, наиболее интригующие результаты в области использования данных о поляризации для определения размеров и опти-

ческих характеристик частиц были получены при исследовании облачного покрова Венеры. Венера является ближайшей и в то же время наиболее загадочной из планет, поскольку покрыта слоем облачности. Поляриметрические наблюдения Венеры восходят к 1929 г.— их провел французский астроном Лيو с использованием видимого света. В последние годы были выполнены более широкие наблюдения в диапазоне длин волн ближнего инфракрасного излучения. В то же время дальнейшее развитие расчетных программ для решения задач многократного рассеяния продвинуло вперед и количественную интерпретацию, и анализ данных наблюдений состояния поляризации.

Хансен и Аркинг [43] рассчитали поляризацию солнечного света, отраженного облачным слоем Венеры с помощью метода сложения для случая многократного рассеяния. Сравнения с данными наблюдений показали, что облачные частицы Венеры сферичны, их коэффициент преломления составляет около 1,45, а средний радиус — около 1 мкм. Каттавар и др. [62] выполнили с использованием метода Монте-Карло расчеты многократного рассеяния на сферических частицах для сферической атмосферы и получили значения коэффициента преломления (m_r) от 1,45 до 1,60. Позднее Хансен и Ховенье [45] сообщили о результатах всесторонних исследований формы, размеров и коэффициента преломления частиц облачного слоя Венеры путем сопоставления данных наблюдений степени линейной поляризации с данными расчетов многократного рассеяния с учетом частиц Ми и рэлеевских молекул. Они пришли к заключению, что облачный слой Венеры состоит из сферических частиц со средним радиусом около 1,05 мкм и эффективной дисперсией 0,07. Коэффициент преломления частиц составляет примерно 1,44 на длине волны 0,55 мкм при нормальной дисперсии.¹

На рис. 7.4 представлены данные наблюдений и результаты теоретических расчетов степени линейной поляризации видимого солнечного света, отраженного Венерой. Жирной линией показан наилучший результат подгонки данных наблюдений путем варьирования параметров α , β и m_r . Максимум, наблюдаемый при фазовом угле около 20° (угол рассеяния 160°), — это первичная радуга, образованная световыми лучами, претерпевающими однократное внутреннее отражение. Несферические частицы, как показано в п. 5.7, такой картины не дают. Отсюда можно сделать вывод о том, что для того, чтобы образовалась такая радуга, частицы должны быть в значительной степени сферическими. Следует обратить также внимание на то, что максимум при угле около 155° является характеристикой аномальной дифракции. Указанный рисунок является хорошей иллюстрацией информативности данных о поляризации.

С учетом всего сказанного выше можно интерпретировать данные фотометрических наблюдений других планет с целью понима-

¹ См. Кондратьев К. Я. Метеорология планет.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. (Прим. ред.)

ния физических, оптических и химических свойств облачности и (или) туманов, которые их покрывают. Недавние исследования Марса с космического аппарата «Маринер» показали, что облака в марсианской атмосфере состоят из частиц водяного льда, хотя могут наблюдаться и дымки, состоящие из углекислотного льда. Обнаружено сходство оптических свойств аммиачных облаков в атмосфере Юпитера и колец Сатурна, и дальнейшие исследова-

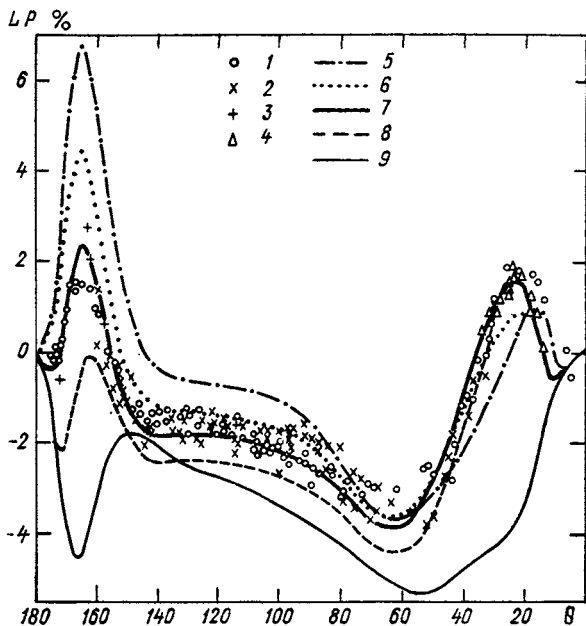


Рис. 7.4. Сравнение экспериментальных данных (1—4) и теоретических расчетов (5—9) поляризации солнечного света LP , отраженного Венерой в видимой области длин волн при $\lambda = 0,55$ мкм, $m_r = 1,44$, $\beta = 0,07$. По Хансену и Ховеню [45].

1—4) различные серии наблюдений; 5) $\alpha = 1,5$ мкм; 6) $\alpha = 1,2$ мкм; 7) $\alpha = 1,05$ мкм; 8) $\alpha = 0,9$ мкм; 9) $\alpha = 0,6$ мкм.

ния этого факта могут способствовать пониманию природы колец. Использование фотометрических методов и исследования рассеянного света, несомненно, дадут важную информацию, необходимую для понимания физического и химического состава облаков и туманов на этих планетах. Следует, однако, отметить, что частицы в атмосферах Марса, Юпитера и Сатурна скорее всего являются несферическими. До сих пор отсутствует надежная информация об однократно рассеянном излучении (в такой форме, которая требуется при исследованиях процессов многократного рассеяния), что объясняется несферичностью частиц и необходимостью учета их ориентации. Процесс переноса излучения через среду, содержащую ориентированные несферические частицы, еще не понят и не описан, и эта область, несомненно, требует дальнейших теоретических и экспериментальных исследований.

7.3 ИНФРАКРАСНОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ СО СПУТНИКОВ

7.3.1 Восходящее излучение на верхней границе атмосферы

Предположим, что с помощью прибора, установленного на спутнике, проводятся наблюдения в пределах узкого конуса в направлении местной вертикали, так что везде в пределах указанного конуса косинус угла выхода излучения $\mu \approx 1$. Такое излучение обычно называют восходящим (уходящим). В соответствии с уравнением (4.3) монохроматическое восходящее излучение в чистой атмосфере описывается выражением

$$I_v(\tau) = I_v(\tau_1) e^{-\tau_1 + \tau} + \int_{\tau}^{\tau_1} B_v[T(\tau')] e^{-\tau' + \tau} d\tau'. \quad (7.17)$$

В то же время

$$d[e^{-\tau' + \tau}] = -e^{-\tau' + \tau} d\tau'. \quad (7.18)$$

Тогда имеем

$$I_v(\tau) = I_v(\tau_1) e^{-\tau_1 + \tau} - \int_{\tau}^{\tau_1} B_v[T(\tau')] d[e^{-\tau' + \tau}]. \quad (7.19)$$

Нормальная оптическая толщина определяется выражением

$$\tau = \int_z^{\infty} k_v(z') \rho(z') dz', \quad (7.20)$$

где k — коэффициент поглощения ($\text{см}^2 \cdot \text{г}^{-1}$), а ρ — плотность поглощающих газов. Далее, монохроматическая функция пропускания (или пропускание), которая обсуждалась в п. 4.4, может быть выражена как

$$\mathcal{F}_v(z) = e^{-\tau} = \exp \left[- \int_z^{\infty} k_v(z') \rho(z') dz' \right], \quad (7.21)$$

причем значения функции пропускания отсчитываются от верхней границы атмосферы. На верхней границе атмосферы $z \rightarrow \infty$, а $\tau \rightarrow 0$. Кроме того, при $z = 0$, $\tau = \tau_1$. Таким образом, уходящее излучение на верхней границе атмосферы может быть выражено через координату z и записано в виде

$$I_v(\infty) = I_v(0) \mathcal{F}_v(0) + \int_{z=0}^{z=\infty} B_v[T(z)] \frac{\partial \mathcal{F}_v(z)}{\partial z} dz, \quad (7.22)$$

где $\partial \mathcal{F}_v(z)/\partial z$ называется весовой функцией. Произведение весовой функции на функцию Планка равно вкладу в восходящую радиацию излучения, идущего с уровня z . Величина $I_v(0)$ описывает восходящее излучение на поверхности и выражается как $\epsilon_v B_v(T_{\Pi})$, где T_{Π} — температура поверхности, а ϵ_v — ее монохроматическая

излучательная способность. Во всех практических приложениях излучательная способность земной поверхности в инфракрасном диапазоне может быть принята равной 1.

Иногда удобно выражать соотношение (7.22) в координатах давления. На основе уравнения гидростатики и определения отношения смеси $q = \rho/\rho_a$, где ρ и ρ_a — плотности данного газа и воздуха соответственно, имеем

$$\rho dz = -(q/g) dp. \quad (7.23)$$

Таким образом, монохроматическое пропускание в координатах давления записывается как

$$\mathcal{T}_\nu(p) = \exp \left[-\frac{1}{g} \int_0^p k_\nu(p') q(p') dp' \right], \quad (7.24)$$

а восходящее излучение может быть выражено следующим образом:

$$I_\nu(0) = B_\nu(T_n) \mathcal{T}_\nu(p_n) + \int_{p_n}^0 B_\nu[T(p)] \frac{\partial \mathcal{T}_\nu(p)}{\partial p} dp, \quad (7.25)$$

где p_n — давление у поверхности.

Формула (7.25) описывает монохроматическое уходящее излучение при фиксированном волновом числе. Прибор, однако, может воспринимать лишь спектральную полосу конечной ширины $\varphi(\bar{\nu}, \nu)$, где φ и $\bar{\nu}$ — аппаратная функция и среднее по полосе значение волнового числа. Тогда излучение, измеренное спектрометром в интервале волновых чисел (ν_1, ν_2) , в нормализованном виде описывается выражением

$$I_{\bar{\nu}}(0) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \varphi(\bar{\nu}, \nu) I_\nu(0) d\nu \bigg/ \int_{\nu_1}^{\nu_2} \varphi(\bar{\nu}, \nu) d\nu. \quad (7.26)$$

Выполняя в формуле (7.26) интегрирование по волновому числу, получаем

$$I_{\bar{\nu}}(0) = \frac{1}{\int_{\nu_1}^{\nu_2} \varphi(\bar{\nu}, \nu) d\nu} \left[\int_{\nu_1}^{\nu_2} \varphi(\bar{\nu}, \nu) B_\nu(T_n) \mathcal{T}_\nu(p_n) d\nu + \int_{\nu_1}^{\nu_2} \varphi(\bar{\nu}, \nu) \int_{p_n}^0 B_\nu[T(p)] \frac{\partial \mathcal{T}_\nu(p)}{\partial p} dp d\nu \right]. \quad (7.27)$$

Если спектральный интервал (ν_1, ν_2) достаточно мал для того, чтобы вариации величины $B_\nu(T)$ в зависимости от ν были незна-

чительны и можно было с хорошей степенью приближения заменить ее значение на $B_{\bar{\nu}}(T)$, то уравнение (7.27) преобразуется в

$$I_{\bar{\nu}}(0) = B_{\bar{\nu}}(T_n) \mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p_n) + \int_{p_n}^0 B_{\bar{\nu}}[T(p)] \frac{\partial \mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p)}{\partial p} dp, \quad (7.28)$$

где спектральное пропускание с учетом аппаратной функции определяется как

$$\mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p) = \int_{\bar{\nu}_1}^{\bar{\nu}_2} \varphi(\bar{\nu}, \nu) \mathcal{T}_{\nu}(p) d\nu \bigg/ \int_{\bar{\nu}_1}^{\bar{\nu}_2} \varphi(\bar{\nu}, \nu) d\nu, \quad (7.29)$$

а спектральная весовая функция задается выражением

$$\frac{\partial \mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p)}{\partial p} = \int_{\bar{\nu}_1}^{\bar{\nu}_2} \varphi(\bar{\nu}, \nu) \frac{\partial \mathcal{T}_{\nu}(p)}{\partial p} d\nu \bigg/ \int_{\bar{\nu}_1}^{\bar{\nu}_2} \varphi(\bar{\nu}, \nu) d\nu. \quad (7.30)$$

Отметим, что если $\varphi(\bar{\nu}, \nu) = 1$, то уравнение (7.29) приводится к виду (4.16).

Теоретической основой зондирования атмосферы с борта метеорологических спутников на околоземной орбите с использованием теплового инфракрасного излучения является решение уравнения переноса радиации (7.28). В этом уравнении уходящее излучение описывается произведением функции Планка, спектрального пропускания и весовой функции. Функция Планка включает в себе информацию о температуре, тогда как пропускание определяется коэффициентом поглощения и профилем плотности соответствующих поглощающих газов. Очевидно, наблюдаемая интенсивность излучения определяется температурой и вертикальными профилями содержания газов в атмосфере и, таким образом, излучение, наблюдаемое с борта спутника, должно давать информацию о полях температуры и концентрации поглощающих газов.

На данном этапе рассуждений целесообразно рассмотреть характеристики спектра инфракрасного излучения на верхней границе атмосферы (см. рис. 4.1). Имеются четыре области, в которых водяной пар, озон и углекислый газ обладают заметным поглощением. Углекислый газ поглощает инфракрасную радиацию в 15-мкм полосе примерно между 600 и 800 см^{-1} . На рис. 4.1 не показана другая полоса поглощения CO_2 в области 4,3 мкм. Поглощение за счет озона в значительной степени сосредоточено в 9,6-мкм полосе. Линии поглощения водяного пара находятся практически во всем инфракрасном спектре, но наиболее сильное поглощение сосредоточено в 6,7-мкм колебательно-вращательной полосе, а также в чисто вращательной полосе (500 см^{-1}). В диапазоне примерно 800—1200 см^{-1} (атмосферное окно) поглощение атмосферными газами падает до минимума (за исключением 9,6-мкм полосы озона), и потому атмосфера в этой области сравнительно прозрачна. Следует отметить, что влияние перекрывания полос поглощения CO_2 , O_3 и H_2O относительно незначительно.

Возвращаясь к уравнению (7.28), заметим, что если наблюдения производятся в области окна прозрачности, то восходящее излучение может быть приближенно описано как

$$I_{\bar{\nu}} \approx B_{\bar{\nu}}(T_{\text{п}})(1 - \alpha_1) + \alpha_2, \quad (7.31)$$

где α_1 и α_2 — малые поправочные члены. Если их значения определены из наблюдений, уравнение (7.31) позволяет получить значение температуры поверхности по наблюдаемому излучению.

Отношение смеси CO_2 в атмосфере достаточно однородно в пространстве и во времени. Кроме того, характеристики поглощения CO_2 в инфракрасной области детально изучены, а параметры поглощения, например полуширина, интенсивности и положение линий, установлены достаточно точно. Следовательно, если известны спектральный интервал и аппаратная функция прибора, то могут быть вычислены спектральное пропускание и весовая функция для заданного уровня. Для того чтобы выделить информацию о профиле температуры, перепишем уравнение (7.28) в виде

$$I_{\bar{\nu}} - B_{\bar{\nu}}(T_{\text{п}}) \mathcal{F}_{\bar{\nu}}(p_{\text{п}}) = \int_{p_{\text{п}}}^0 B_{\bar{\nu}}[T(p)] \frac{\partial \mathcal{F}_{\bar{\nu}}(p)}{\partial p} dp. \quad (7.32)$$

Очевидно, что если температура поверхности известна, то из данных измерений восходящего излучения в полосе поглощения CO_2 можно извлечь информацию о температуре в интервале $(p_{\text{п}}, 0)$. Однако эта информация заключена в функции, стоящей под знаком интеграла, что приводит к плохо определенной математической задаче. Ниже мы подробно обсудим эту проблему и опишем некоторые методы восстановления профиля температуры на основе совокупности наблюдений в полосе поглощения CO_2 .

Наконец, чтобы оценить возможность восстановления профиля концентрации газа на основе решения уравнения переноса радиации, выполним интегрирование по частям интегрального члена в уравнении (7.32):

$$I_{\bar{\nu}} - B_{\bar{\nu}}[T(0)] = \int_{p_{\text{п}}}^0 \mathcal{F}_{\bar{\nu}}(p) \frac{\partial B_{\bar{\nu}}(p)}{\partial p} dp. \quad (7.33)$$

Если теперь в спектральных областях поглощения H_2O или O_3 произведены измерения уходящего излучения и при этом известны значения температуры, то можно восстановить профиль пропускания точно так же, как при наличии спектрального пропускания можно было восстановить профиль температуры. Чтобы связать профиль концентрации газа со спектральным пропусканием, сошлемся на уравнения (7.29) и (7.21). Мы видим, что в этих уравнениях значения плотности фигурируют в экспоненте, стоящей под знаком интеграла, причем задача усложняется еще и необходимостью интегрирования по спектральному интервалу аппаратной функции прибора. В связи с этим восстановление профиля концентрации газа связано со значительными трудностями и при ре-

шении обратной задачи получения значений плотности невозможно следовать какой-либо четко определенной математической процедуре. Поэтому ниже мы уделим основное внимание задаче обращения профиля температуры.¹

7.3.2 Задача восстановления профиля температуры

Идея восстановления профиля температуры в атмосфере по данным спутниковых наблюдений теплового инфракрасного излучения была впервые выдвинута Кингом в 1956 г. В своей работе Кинг отметил, что угловое распределение интенсивности является лапласовским преобразованием распределения интенсивности Планка как функции оптической глубины, и продемонстрировал возможность получения профиля температуры по данным спутниковых сканирующих измерений интенсивности.

Каплан [60] развил представление о возможностях зондирования, продемонстрировав, что вертикальный профиль поля температуры можно получить из спектрального распределения излучения атмосферы. Согласно Каплану, измерения в крыльях спектральной полосы позволяют наблюдать атмосферу вплоть до больших глубин, в то время как при наблюдениях в центре полосы удается наблюдать лишь самый верхний слой атмосферы, поскольку средняя радиационная длина свободного пробега фотонов в центре полосы мала. Таким образом, если правильно подобрать совокупность волновых чисел, при которых проводится зондирование, то на основании интерпретации наблюдаемых значений интенсивности можно получить вертикальный профиль температуры атмосферы.

Для определения температуры атмосферы по данным наблюдений теплового излучения необходимо, чтобы источником излучения был относительно распространенный газ, однородно распределенный в атмосфере известным образом. В противном случае неопределенность в концентрации газа сделает сомнительным восстановление профиля температуры по данным наблюдений. В атмосфере Земли имеются два газа, которые однородно распределены примерно ниже 100 км и обладают полосами излучения в удобных для измерений спектральных диапазонах. Как уже говорилось в п. 4.2, углекислый газ (малая газовая примесь с относительным объемным содержанием 0,003) имеет колебательно-вращательные полосы в инфракрасном диапазоне. Кроме того, кислород — одна из основных составляющих с объемным содержанием 0,21 — также отвечает требованию однородности распределения отношения смеси и имеет микроволновую спиново-вращательную полосу. (Особенности переноса микроволнового излучения будут обсуждаться ниже.)

На рис. 7.5 представлен спектр уходящего излучения в области 15-мкм полосы по наблюдениям с помощью инфракрасного интер-

¹ См. Кондратьев К. Я., Тимофеев Ю. М. Термическое зондирование атмосферы со спутников.— Л.: Гидрометеонздат, 1970. (Прим. ред.)

ферометра-спектрометра на борту спутника «Нимбус-4». Спектральная зависимость излучения представлена с помощью эквивалентных температур абсолютно черного тела. Эквивалентная температура абсолютно черного тела в целом падает по мере приближения к центру полосы. Это связано с понижением температуры в тропосфере с высотой. Вблизи примерно 690 см^{-1} наблюдается минимум эквивалентной температуры, что объясняется низкими

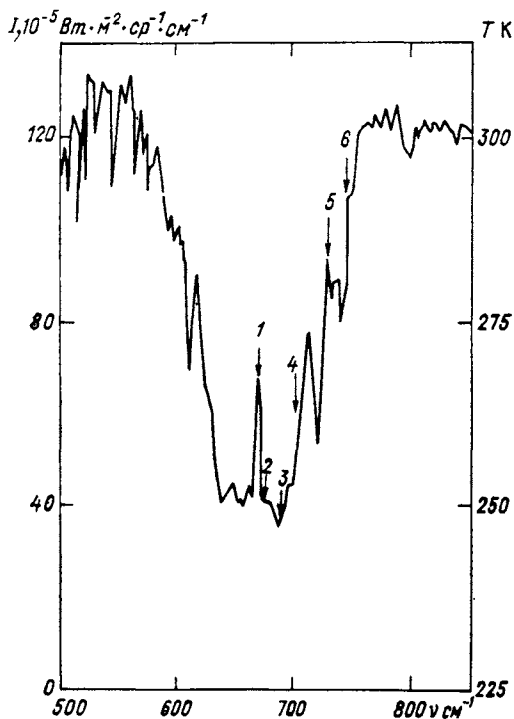


Рис. 7.5. Уходящее излучение I , выраженное через эквивалентную температуру абсолютно черного тела T в области 15-мкм полосы CO_2 по наблюдениям со спутника «Нимбус-4».

Стрелками отмечены спектральные участки, в которых выполнялось зондирование с помощью РВПТ.

температурами на уровне тропопаузы. Однако дальнейшее уменьшение волнового числа приводит к увеличению температуры, поскольку при наблюдениях в центре полосы оказываются видимы только верхние слои атмосферы. Этот факт можно объяснить ростом температуры в стратосфере. Опираясь на обсуждавшийся выше принцип зондирования, можно подобрать такую совокупность волновых чисел, с помощью которой окажется возможным в значительной степени перекрыть вертикальный профиль температуры в тропосфере и нижней стратосфере.

Описав физику процессов, вернемся теперь к исходному уравнению (7.32). Если вклад излучения поверхности в наблюдаемую интенсивность велик, то сначала должна быть определена температура поверхности, что обычно и делается при наблюдениях в крыльях полос. Для простоты рассуждений и анализа мы, од-

нако, опустим член, учитывающий вклад излучения поверхности, т. е. будем считать $\mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p_{\pi}) = 0$ и запишем

$$I_{\bar{\nu}} \cong \int_{p_{\pi}}^0 B_{\bar{\nu}}[T(p)] \frac{\partial \mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p)}{\partial p} dp. \quad (7.34)$$

Имея значения интенсивности для данной совокупности волновых чисел, а также соответствующие значения пропускания, мы приходим к основной задаче — решению вышеприведенного уравнения относительно $B_{\bar{\nu}}[T(p)]$.

Отметим, что поскольку имеется целый ряд волновых чисел, при которых выполнены наблюдения, то в зависимости от их значений будет изменяться и функция Планка в соответствующем уравнении. Поэтому при решении собственно обратной задачи становится совершенно необходимо избавиться от зависимости этой функции от значения волнового числа. В области 15-мкм полосы CO_2 для этого оказывается достаточно использовать линейное приближение функции Планка в виде

$$B_{\bar{\nu}}[T(p)] = c_{\bar{\nu}} B_{\bar{\nu}_r}[T(p)] + d_{\bar{\nu}}, \quad (7.35)$$

где $\bar{\nu}_r$ — фиксированное опорное значение волнового числа, а $c_{\bar{\nu}}$ и $d_{\bar{\nu}}$ — эмпирически найденные постоянные. Подставляя соотношение (7.35) в (7.34) и снова полагая $\mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p_{\pi}) = 0$, получаем

$$g(\bar{\nu}) = \int_{p_{\pi}}^0 f(p) K(\bar{\nu}, p) dp, \quad (7.36)$$

где введены следующие обозначения:

$$g(\bar{\nu}) = \frac{I_{\bar{\nu}} - d_{\bar{\nu}}}{c_{\bar{\nu}}}, \quad f(p) = B_{\bar{\nu}_r}[T(p)], \quad K(\bar{\nu}, p) = \frac{\partial \mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p)}{\partial p}.$$

Уравнение (7.36) — это хорошо известное уравнение Фредгольма первого рода. Величина $K(\bar{\nu}, p)$, или весовая функция, является ядром, а $f(p)$ — функция, которую предстоит восстановить по набору $g(\bar{\nu}_i)$, причем $i = 1, 2, \dots, M$, где M — полное число выбранных волновых чисел.

Рассмотрим теперь свойства весовой функции. Для простоты рассуждений положим, что аппаратная функция прибора $\varphi(\bar{\nu}, \nu) = 1$, так что спектральное пропускание может быть выражено как

$$\mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p) = \int_{\Delta\nu} \frac{\partial\nu}{\Delta\nu} \exp \left[-\frac{q}{g} \int_0^p k_{\nu}(p') dp' \right]. \quad (7.37)$$

Отметим, что отношение смеси — величина постоянная, а $\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2$. В нижней атмосфере в процессе поглощения доминирует

уширение столкновениями, и форма контура линии определяется лоренцовским профилем:

$$k_{\nu} = \frac{S}{\pi} \frac{\alpha}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2}.$$

Полуширина линии α в соответствии с уравнением (1.37) прямо пропорциональна давлению (и в меньшей степени зависит от температуры), в то время как интенсивность линии S , согласно уравнению (4.63), зависит еще и от температуры. Таким образом, спектральное пропускание может быть записано в явном виде как

$$\mathcal{T}_{\nu}(p) = \int_{\Delta\nu} \frac{d\nu}{\Delta\nu} \exp \left[-\frac{q}{g} \int_0^p \frac{S(p')}{\pi} \frac{\alpha(p') dp'}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha^2(p')} \right]. \quad (7.38)$$

Зондирование с целью определения профиля температуры в определенной степени затрудняется наличием зависимости коэффициента поглощения от температуры. Однако возникающая из-за этого зависимость пропускания от температуры может быть учтена при обращении данных путем построения набора стандартных профилей пропускания в атмосфере, из которых затем выбирается тот, который обеспечивает наилучшие значения пропускания при данном профиле температуры.

Согласно соотношению (7.38), расчет пропускания в неоднородной атмосфере достаточно сложен, особенно при высоких требованиях к точности (например, в практических приложениях результатов зондирования в инфракрасном диапазоне). Поэтому точные профили пропускания обычно выводятся путем расчетов «линия за линией», включающих прямое интегрирование монохроматического пропускания по спектральному интервалу волновых чисел (если нужно, с весом, равным соответствующей аппаратной функции прибора). Поскольку монохроматическое пропускание является быстро изменяющейся функцией волнового числа, то численная квадратура, используемая для интегрирования должна быть чрезвычайно подробной, и затраты труда на вычисления обычно очень велики.

При проведении ранних спутниковых экспериментов по зондированию температуры атмосферы для метеорологических целей использовалась 15-мкм полоса CO_2 , которая в свою очередь состоит из ряда отдельных полос, вносящих значительный вклад в общее поглощение. Наиболее важной из них является основная колебательно-вращательная полоса, упоминавшаяся в п. 4.2. Кроме того, имеется еще ряд слабых полос, обусловленных колебательными переходами между возбужденными состояниями (так называемые горячие полосы), а также создаваемых молекулами, которые содержат менее распространенные изотопы. В каждой из этих полос имеется сильная Q -ветвь, расположенная в центре полосы, а также линии P - и R -ветвей, расположенные почти на равном расстоянии от центра полосы.

На рис. 7.6 показаны профили пропусканий и весовых функций, рассчитанные для каналов радиометра вертикального профиля температуры (РВПТ), установка которого на борту спутника «НУОА-2» позволила провести первый спутниковый эксперимент по оперативному метеорологическому использованию данных измерений температуры атмосферы. РВПТ имеет 6 каналов в пределах 15-мкм полосы CO_2 с номинальными центральными волновыми числами 668,5; 677,5; 695,0; 708,8; 725,0 и 745,0 см^{-1} для

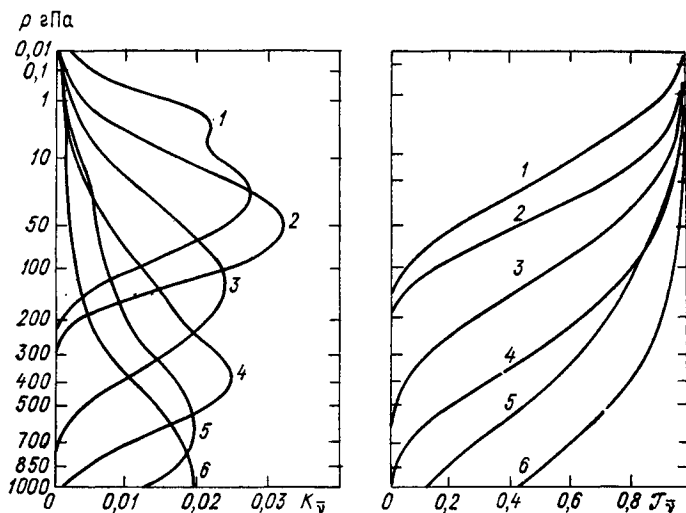


Рис. 7.6. Весовые функции $K_{\bar{\nu}}$ и пропускания $\mathcal{T}_{\bar{\nu}}$ для различных каналов РВПТ, установленного на борту спутника «НУОА-2».

каналов 1—6 соответственно. Вертикальные профили весовых функций показывают, из какой части атмосферы приходит уходящее излучение. Каждый максимум представляет собой уровень наибольшего вклада в уходящее излучение. Из рисунка видно, что, по мере того как волновое число сдвигается от центра к крылу полосы, излучение приходит со все более глубоких уровней в атмосфере. Очевидно также, что весовые функции в какой-то степени перекрываются, и это обеспечивает возможность построения адекватного профиля температуры по ограниченному набору данных радиационных измерений.

7.3.3 Прямые методы линейного обращения

Положим, что для восстановления профиля температуры в пределах 15-мкм полосы CO_2 было выбрано N каналов. Пусть $g(\bar{\nu}_i) = g_i$, а $K(\bar{\nu}_i, p) = K_i(p)$, причем $i = 1, 2, \dots, M$. Таким образом,

совокупность M радиационных наблюдений дает M интегральных уравнений в виде

$$g_i = \int_{p_n}^0 f(p) K_i(p) dp, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (7.39)$$

Поиск решения данного уравнения представляет собой некорректно поставленную задачу, поскольку неизвестный профиль является непрерывной функцией давления, а наблюдений имеется лишь ограниченное число. Удобно выразить $f(p)$ в виде линейной функции N переменных, а именно:

$$f(p) = \sum_{j=1}^N f_j W_j(p), \quad (7.40)$$

где f_j — неизвестные коэффициенты, а $W_j(p)$ — известные функции, которые могут быть ортогональными функциями, как, например, полиномы или ряды Фурье. Отсюда следует, что

$$g_i = \sum_{j=1}^N f_j \int_{p_n}^0 W_j(p) K_i(p) dp, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (7.41)$$

Определив известные величины в виде

$$A_{ij} = \int_{p_n}^0 W_j(p) K_i(p) dp, \quad (7.42)$$

получим

$$g_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} f_j, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (7.43)$$

В общем случае для того, чтобы найти f_j ($j = 1, \dots, N$), необходимо иметь g_i ($i = 1, \dots, M$), причем $M \geq N$.

Определим на данном этапе решения смысл векторов и матриц и введем ряд матричных операций, необходимых для дальнейшего анализа. Вектор-столбец определяется как

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_M \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix}. \quad (7.44)$$

Далее под векторами мы будем понимать векторы-столбцы. Матрица, состоящая из M строк и N столбцов, определяется как

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{M1} & A_{M2} & \dots & A_{MN} \end{bmatrix}. \quad (7.45)$$

Величина \mathbf{A} — матрица размерности $(M \times N)$. Она также обозначается как $\|A_{ij}\|$. Вектор \mathbf{g} может теперь рассматриваться как матрица размерности $(M \times 1)$.

Транспозиция матрицы \mathbf{A} определяется как взаимная перестановка элементов строк и столбцов и описывается выражением

$$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{M1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{M2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1N} & A_{2N} & \dots & A_{MN} \end{bmatrix}. \quad (7.46)$$

Таким образом, матрица \mathbf{A}^* имеет размерность $(N \times M)$, а вектор \mathbf{g} — вектор-строка, или матрица размерности $(1 \times M)$.

Произведение матриц размерности $(M \times N)$ и $(N \times K)$ дает матрицу размерности $(M \times K)$. Согласно правилу умножения, число N в матрице-произведении должно оставаться неизменным. Таким образом, ясно, что существование произведения \mathbf{AB} не подразумевает существования \mathbf{BA} и наоборот, а также что $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$. Произведение матриц $\mathbf{A}(M \times N)$ и $\mathbf{B}(N \times K)$ представляется как

$$\mathbf{D} = \mathbf{AB} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & \dots & D_{1K} \\ D_{21} & D_{22} & \dots & D_{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ D_{M1} & D_{M2} & \dots & D_{MK} \end{bmatrix}, \quad (7.47)$$

где

$$D_{ik} = \sum_{j=1}^N A_{ij} B_{jk}.$$

Произведения матриц подчиняются правилу ассоциативности, т. е.

$$\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}. \quad (7.48)$$

Отсюда следует, что если матрицы \mathbf{B} и \mathbf{C} имеют размерности $(M \times N)$ и $(N \times K)$ соответственно, то матрица \mathbf{A} должна иметь размерность $(L \times M)$, а окончательная размерность результата — $(L \times K)$.

Согласно правилу перемножения матриц, произведение вектора-строки $(1 \times N)$ и вектора-столбца $(N \times 1)$ дает матрицу размерности (1×1) , т. е. скалярное произведение. Таким образом,

$$\mathbf{f}^* \mathbf{f} = f_1 f_1 + f_2 f_2 + \dots + f_N f_N. \quad (7.49)$$

Однако произведение вектора-столбца $(N \times 1)$ на вектор-строку $(1 \times N)$ дает матрицу размерности $(N \times N)$, т. е. векторное произведение. Таким образом,

$$\mathbf{f} \mathbf{f}^* = \begin{bmatrix} f_1 f_1 & f_1 f_2 & \dots & f_1 f_N \\ f_2 f_1 & f_2 f_2 & \dots & f_2 f_N \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_N f_1 & f_N f_2 & \dots & f_N f_N \end{bmatrix}. \quad (7.50)$$

Ясно также, что выражение $A^*(N \times M) \times A(M \times N)$ — симметричная квадратная матрица размерности $(N \times N)$. Кроме того, можно показать, что $(AB)^* = B^*A^*$.

Обратная матрица обозначается как A^{-1} . Вообще говоря, она существует только в том случае, если прямая матрица A является квадратной $(N \times N)$, а ее детерминант $\det(A)$ отличен от нуля (не сингулярен). Процедура отыскания обратной матрицы достаточно сложна, и обычно для выполнения обращения требуется ЭВМ. Перечислим ряд полезных правил перемножения с участием обратных матриц:

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}, \quad AA^{-1} = A^{-1}A = 1, \quad (7.51)$$

где 1 — единичная матрица.

С учетом изложенных определений матриц и операций над ними, уравнение (7.43) может быть выражено в матричной форме:

$$g = Af. \quad (7.52)$$

Далее, используя (7.51), получаем

$$f = A^{-1}g = (A^*A)^{-1}A^*g. \quad (7.53)$$

Для нахождения решения f требуется получить из исходной симметричной квадратной матрицы обратную ей.

Во многих работах указывалось на то, что решение, полученное из (7.53), неустойчиво, поскольку данное уравнение недоопределено. Кроме того, неустойчивость данного решения может быть связана со следующими источниками ошибок: 1) ошибками, возникающими в результате численной квадратуры, использованной при расчете A_{ij} в уравнении (7.42); 2) приближенным выражением функции Планка; 3) числовыми ошибками округления. К тому же применяемые при зондировании радиометры обладают определенным уровнем собственных внутренних шумов, и, таким образом, использование измеренных значений яркости приводит к ошибкам случайного характера. Все это делает практически неприемлемым прямое обращение данных на основе решения уравнения переноса. Далее мы обсудим некоторые методы, которые могут быть использованы для обеспечения устойчивости решения и в ряде случаев дают разумные результаты.

Ограниченное линейное обращение. Рассмотрим некорректную задачу:

$$g_i = \sum_{j=1}^N A_{ij}f_j, \quad i = 1, \dots, M. \quad (7.54)$$

Поскольку на практике истинные значения g_i никогда не известны, так как всегда содержат определенные ошибки измерений ε_i , то данные измерений могут быть представлены как

$$\hat{g}_i = g_i + \varepsilon_i. \quad (7.55)$$

Таким образом, с точностью до ошибки измерений решение f_j не единственно, а неопределенность может быть устранена наложе-

нием дополнительного условия, которое позволит выбрать один из возможных наборов f_j .

Далее, рассмотрим функцию, реализующую метод наименьших квадратов при квадратичских ограничениях, в виде

$$\sum_i \varepsilon_i^2 + \gamma \sum_{j=1}^N (f_j - \bar{f})^2, \quad (7.56)$$

где γ — произвольный сглаживающий коэффициент, определяющий, насколько требуется ограничить решение f_j с тем, чтобы оно оставалось вблизи среднего \bar{f} . Иначе говоря, ограничение задается вариацией f_i .

Простым критерием решения является минимизация ошибки измерений при удержании решения вблизи среднего \bar{f} . Таким образом, полагаем

$$\frac{\partial}{\partial f_k} \left[\sum_i \left(\sum_{j=1}^N A_{ij} f_j - \hat{g}_i \right)^2 + \gamma \sum_{j=1}^N (f_j - \bar{f})^2 \right] = 0, \quad (7.57)$$

где $k = 1, \dots, j, \dots, N$. Тогда можно записать

$$\sum_i \left(\sum_{j=1}^N A_{ij} f_j - \hat{g}_i \right) A_{ik} + \gamma (f_k - \bar{f}) = 0. \quad (7.58)$$

В то же время

$$\bar{f} = N^{-1} \sum_{k=1}^N f_k, \quad (7.59)$$

так что

$$f_k - \bar{f} = -N^{-1} f_1 - \dots + (1 - N^{-1}) f_k - \dots - N^{-1} f_N.$$

В матричной форме уравнение (7.58) может быть записано следующим образом:

$$\mathbf{A}^* \mathbf{A} \mathbf{f} - \mathbf{A}^* \mathbf{g} + \gamma \mathbf{H} \mathbf{f} = 0, \quad (7.60)$$

где \mathbf{H} — матрица размерности $(N \times N)$, задаваемая выражением

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 - N^{-1} & -N^{-1} & \dots & -N^{-1} \\ -N^{-1} & 1 - N^{-1} & \dots & -N^{-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -N^{-1} & -N^{-1} & \dots & 1 - N^{-1} \end{bmatrix}. \quad (7.61)$$

Отсюда следует, что

$$\mathbf{f} = (\mathbf{A}^* \mathbf{A} + \gamma \mathbf{H})^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{g}. \quad (7.62)$$

Это есть уравнение ограниченного линейного обращения, выведенное Филлипсом [96] и Туоми [124]. Сглаживающее квадратическое ограничение может быть наложено как на первые разности, т. е. $\sum (f_{j-1} - f_j)^2$, так и на вторые, т. е. $\sum (f_{j-1} - 2f_j + f_{j+1})^2$ и т. д.

При решении некоторых обратных задач может иметься большое количество сопутствующих фоновых данных, полученных прямыми методами. Иногда оказывается необходимым построить на основе данных предшествующих наблюдений соответствующий набор значений опорной функции для приближенного определения неизвестной f . Это может быть сделано путем получения среднего \bar{f} на основании всех предшествующих данных и нахождения затем ограниченного решения, которое минимизировало бы среднее квадратическое отклонение от этого среднего. Если \bar{f} есть вектор известной средней величины, то уравнение (7.58) может быть записано в матричном виде:

$$A^*Af - A^*\hat{g} + \gamma(f - \bar{f}) = 0. \quad (7.63)$$

Отсюда следует, что

$$f = (A^*A + \gamma I)^{-1}(A\hat{g} + \gamma\bar{f}), \quad (7.64)$$

где I — единичная матрица размерности $(N \times N)$, и если для выбора были достаточно разумные основания, то данная формула обеспечивает наилучший результат.

Статистический метод. Ошибки, с которыми приходится сталкиваться при решении многих задач дистанционного зондирования, по своей природе являются статистическими. Поэтому желательно рассмотреть обратные задачи с учетом статистической природы ошибок измерений и другой существенной информации. При статистическом подходе обычно предполагается, что отклонение предсказываемого параметра f (в данном случае температуры) от климатологического среднего может быть выражено в виде линейной комбинации отклонений данных измерений (в рассматриваемом случае энергетической яркости). Таким образом, можно записать

$$\hat{f}_i - \bar{f}_i = \sum_{j=1}^M D_{ji}(\hat{g}_j - \bar{g}_j), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (7.65)$$

где \hat{f}_j — предсказываемые значения f_j , которые в свою очередь представляют собой истинные значения температуры; \bar{f}_i — климатологическое среднее величин f_i ; \hat{g}_i — данные наблюдений; \bar{g}_i — осредненные данные наблюдений; $\|D_{ji}\|$ — некоторая матрица-предиктор.

Необходимо найти такой линейный оператор, который обеспечивал бы минимальное среднее квадратическое отклонение предсказанного или оцененного профиля от истинного при анализе статистического ансамбля профилей температуры с помощью уравнения (7.65), иначе говоря — требуется минимизировать величину

$$\sum_{x=1}^X (f_{ix} - \bar{f}_{ix})^2 = \sum_{x=1}^X [(f_{ix} - \hat{f}_i) - (\bar{f}_{ix} - \bar{f}_i)]^2, \quad (7.66)$$

где индекс x означает принадлежность к статистической выборке размерности X . Отметим, что $\bar{f}_j = X^{-1} \sum_{x=1}^X f_{jx}$. Используя допущение, постулированное в уравнении (7.65), запишем

$$G(D_{jl}) = \sum_{x=1}^X \left[(f_{jx} - \bar{f}_j) - \sum_{i=1}^M D_{ji} (\hat{g}_{ix} - \bar{g}_i) \right]^2. \quad (7.67)$$

Для того чтобы найти минимум, обеспечиваемый линейным предиктором, положим

$$\frac{\partial G(D_{jl})}{\partial D_{jk}} = 0 = -2 \sum_{x=1}^X \left[(f_{jx} - \bar{f}_j) - \sum_{i=1}^M D_{ji} (\hat{g}_{ix} - \bar{g}_i) \right] (\hat{g}_{kx} - \bar{g}_k),$$

$$k = 1, 2, \dots, M. \quad (7.68)$$

Следовательно,

$$\sum_{x=1}^X (f_{jx} - \bar{f}_j) (\hat{g}_{kx} - \bar{g}_k) - \sum_{i=1}^M D_{ji} \left[\sum_{x=1}^X (\hat{g}_{ix} - \bar{g}_i) (\hat{g}_{kx} - \bar{g}_k) \right] = 0$$

$$(7.69)$$

В терминах матричных операций можно записать

$$\sum_{x=1}^X (\mathbf{f}_x - \bar{\mathbf{f}}) (\hat{\mathbf{g}}_x - \bar{\mathbf{g}})^* - \mathbf{D} \sum_{x=1}^X (\hat{\mathbf{g}}_x - \bar{\mathbf{g}}) (\hat{\mathbf{g}}_x - \bar{\mathbf{g}})^* = 0, \quad (7.70)$$

где \mathbf{f} — матрица размерности $(N \times 1)$, а \mathbf{g} — матрица размерности $(M \times 1)$. Ковариационная матрица двух любых переменных определяется как

$$\mathbf{C}(\mathbf{f}_x, \hat{\mathbf{g}}_x) = \frac{1}{X} \sum_{x=1}^X \mathbf{f}_x \hat{\mathbf{g}}_x^* \quad (7.71)$$

Следовательно, матрица-предиктор может быть выражена через ковариационную матрицу в виде

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}(\mathbf{f}_x - \bar{\mathbf{f}}, \hat{\mathbf{g}}_x - \bar{\mathbf{g}}) \mathbf{C}^{-1}(\hat{\mathbf{g}}_x - \bar{\mathbf{g}}, \hat{\mathbf{g}}_x - \bar{\mathbf{g}}). \quad (7.72)$$

Инфракрасные и микроволновые радиометры обладают внутренним приборным шумом, который может быть учтен при анализе. Пусть ε — вектор случайных ошибок измерений за счет шума системы. Тогда вектор данных

$$\hat{\mathbf{g}} = \mathbf{g} + \varepsilon, \quad (7.73)$$

где \mathbf{g} — точное значение. В таком случае ковариационные матрицы представляются в виде

$$\mathbf{C}(\mathbf{f}_x - \bar{\mathbf{f}}, \hat{\mathbf{g}}_x - \bar{\mathbf{g}}) = \frac{1}{X} \sum_{x=1}^X (\mathbf{f}_x - \bar{\mathbf{f}}) (\hat{\mathbf{g}}_x - \bar{\mathbf{g}})^* =$$

$$= \mathbf{C}(\mathbf{f}_x - \bar{\mathbf{f}}, \mathbf{g}_x - \bar{\mathbf{g}}), \quad (7.74)$$

причем мы замечаем, что $\sum_x (f_x - \bar{f}) \varepsilon = 0$
и

$$\begin{aligned} C(\hat{g}_x - \bar{g}, \hat{g}_x - \bar{g}) &= \frac{1}{X} \sum_{x=1}^X (g_x - \bar{g})(g_x - \bar{g})^* + \\ &+ \frac{1}{X} \sum_{x=1}^X \varepsilon \varepsilon^* = C(g_x - \bar{g}, g_x - \bar{g}) + C(\varepsilon, \varepsilon), \end{aligned} \quad (7.75)$$

где $C(\varepsilon, \varepsilon)$ — ковариационная матрица шума.

Ковариационная матрица может быть построена экспериментально, если подобрать случаи совпадения значений интенсивностей излучения, полученных с помощью дистанционных зондировщиков, со значениями температуры, полученными по данным прямого ракетного или радиозондирования. Обычно выбирается размерность матрицы $\mathbf{D}(N \times M)$ с тем, чтобы выполнялось условие $N > M$ и можно было бы по ограниченному набору данных наблюдений яркости восстановить больше значений температуры. Матрица \mathbf{D} может быть оценена целиком на основе эксперимента, и в таком случае оказывается ненужной информация, заключенная в весовых функциях.

Метод обращения Бакуса—Гильберта. Если данных измерений и ограничений недостаточно для того, чтобы обратная задача стала корректной, и при этом имеющиеся данные и ограничения не уменьшают в достаточной степени ковариацию ошибки решения, то обратная задача не может быть решена непосредственно, а требует введения дополнительных соображений. В этом и состоит основная концепция, на основе которой Бакус и Гильберт [7] подошли к проблеме зондирования твердой оболочки Земли с помощью акустических волн.

С учетом уравнения (7.39) будем искать профиль решения в виде линейной функции данных измерений, представляемый при ограниченном (конечном) разрешении в виде

$$\hat{f}(x) = \sum_{i=1}^M D_i(x) \hat{g}_i, \quad (7.76)$$

где M — полное число каналов в спектральном интервале, а x — опорный уровень. Подставляя уравнение (7.39) в (7.76) и определяя функцию сканирования

$$A(x, p) = \sum_i D_i(x) K_i(p), \quad (7.77)$$

получаем

$$\hat{f}(x) = \int_{p_n}^0 A(x, p) \hat{f}(p) dp. \quad (7.78)$$

Ясно, что $\hat{f}(x)$ может точно совпадать с $f(p)$ только тогда, когда функция сканирования есть дельта-функция Дирака $\delta(p - x)$,

центрированная при $p = x$. Однако при конечном числе членов в функции сканирования это невозможно, так что величина $A(x, p)$ будет определенным конечным образом распределена вокруг каждого уровня x . Предложенная Бакусом и Гильбертом мера такого распределения имеет вид

$$s(x) = 12 \int_{p_n}^0 (x - p)^2 A^2(x, p) dp. \quad (7.79)$$

Нормирующий множитель 12 выбран таким образом, что если $A(x, p)$ — прямоугольная функция ширины l , центрированная при x , то $s(x)$ будет иметь раскрыв, равный этой ширине l . Величина $A(x, p)$ должна, кроме того, иметь единичную площадь, т. е.

$$\int_{p_n}^0 A(x, p) dp = 1. \quad (7.80)$$

Для того чтобы учесть при анализе шум прибора, введем в данные измерений неизвестные случайные ошибки и получим

$$f(x) = \sum_i D_i(x) (\hat{g}_i + \varepsilon_i) = \sum_i D_i(x) \hat{g}_i + \sum_i D_i(x) \varepsilon_i. \quad (7.81)$$

Вариация решения возникающая за счет случайных ошибок на уровне x , описывается выражением

$$\sigma^2(x) = \left[\sum_i D_i(x) \varepsilon_i \right]^2. \quad (7.82)$$

Теоретически хотелось бы иметь возможность так выбирать $D_i(x)$, чтобы минимизировать как раскрыв $s(x)$, так и вариацию за счет ошибок $\sigma^2(x)$. К сожалению, это невозможно, однако можно минимизировать их линейную комбинацию:

$$Q(x) = s(x) + \gamma \sigma^2(x), \quad (7.83)$$

где γ — параметр, принимающий значения от нуля до бесконечности в зависимости от того, что требуется минимизировать в первую очередь — раскрыв или ошибку. При выполнении минимизации удобно нормировать весовую функцию так, чтобы

$$\int_{p_n}^0 K_i(p) dp = u_i = 1, \quad (7.84)$$

где из соображений математического удобства положено $u_i = 1$. Таким образом, из уравнений (7.77) и (7.80) получаем

$$\sum_i D_i(x) = 1 \text{ или } D^*(x) u = 1. \quad (7.85)$$

Теперь, удовлетворяя требованию единичности площади, которое выражается уравнениями (7.84) и (7.85), минимизируем $Q(x)$ по отношению к $D_k(x)$:

$$\frac{\partial Q(x)}{\partial D_k(x)} = 0 = \frac{\partial}{\partial D_k(x)} \left\{ 12 \int_{p_n}^0 (x-p)^2 \left[\sum_i D_i(x) K_i(p) \right]^2 dp + \right. \\ \left. + \gamma \left[\sum_i D_i(x) \varepsilon_i \right]^2 + \eta \sum_i D_i(x) u_i \right\}, \quad (7.86)$$

где η — произвольная постоянная. Следовательно,

$$\sum_i D_i(x) [S_{ik}(x) + \gamma E_{ik}] + (\eta/2) u_k = 0, \quad (7.87)$$

где

$$E_{ik} = \varepsilon_i \varepsilon_k, \quad S_{ik}(x) = 12 \int_{p_n}^0 (x-p)^2 K_i(p) K_k(p) dp. \quad (7.88)$$

С использованием матричных обозначений (причем заметим, что суммирование производится по i) запишем

$$D^*(x) [S(x) + \gamma E] + (\eta/2) u^* = 0, \quad (7.89)$$

где S и E — матрицы размерности $(M \times M)$. Таким образом,

$$D^*(x) = -(\eta/2) u^* [S(x) + \gamma E]^{-1}. \quad (7.90)$$

В то же время из уравнения (7.85) имеем

$$D^*(x) u = 1 = -(\eta/2) u^* [S(x) + \gamma E]^{-1} u. \quad (7.91)$$

Исключая η из уравнений (7.90) и (7.91), получаем

$$D^*(x) = u^* [S(x) + \gamma E]^{-1} \{ u^* [S(x) + \gamma E]^{-1} u \}^{-1}, \quad (7.92)$$

где S и E должны быть получены из уравнения (7.88). Отметим также, что при $\gamma \rightarrow 0$ достигается наилучшее разрешение, но условия по шуму ухудшаются. С другой стороны, при $\gamma \rightarrow \infty$ разрешение плохое, но условия по шуму наилучшие. Этот параметр, определяющий баланс между разрешением и шумом, должен выбираться исходя из конкретных потребностей решаемой проблемы.

7.3.4 Методы численной итерации

Метод релаксации Шахина. Сложность восстановления профиля температуры по данным об энергетической яркости состоит в том, что уравнение Фредгольма с конечными пределами не всегда может иметь решение при произвольной подынтегральной функции. Поскольку яркости определяются лишь из приближенных результатов измерений, приведение этой задачи к системе линейных уравнений математически некорректно и для решения полных урав-

нений переноса радиации необходимо использовать нелинейный подход.

Исходное уравнение переноса радиации представляется в виде

$$I_i = B_i(T_n) \mathcal{F}_i(p_n) + \int_{p_n}^0 B_i[T(p)] \frac{\partial \mathcal{F}_i(p)}{\partial \ln p} d \ln p, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (7.93)$$

где i — число спектральных каналов, а весовая функция выражена в логарифмическом масштабе. Функция Планка в зависимости от волновых чисел может быть записана в виде

$$B_i(T) = a\nu_i^3 / (e^{b\nu_i/T} - 1), \quad (7.94)$$

где $a = 2hc^2$, а $b = hc/K$. Следует отметить, что с учетом вида весовых функций, приведенных на рис. 7.6, в заданном диапазоне волновых чисел подынтегральное выражение достигает резко выраженного максимума на нескольких уровнях давления. Согласно теореме о среднем, наблюдаемая энергетическая яркость излучения \tilde{I}_i может быть приближенно описана выражением

$$\tilde{I}_i - B_i(T_n) \mathcal{F}_i(p_n) \approx B_i[T(p_i)] \left[\frac{\partial \mathcal{F}_i(p)}{\partial \ln p} \right]_{p_i} \Delta_i \ln p, \quad (7.95)$$

где p_i — уровень давления, на который приходится максимум весовой функции, а $\Delta_i \ln p$ — приращение давления на i -м уровне, определяемое как эффективная ширина весовых функций. Пусть исходная оценка температуры на уровне p_i есть $T'(p_i)$. Тогда ожидаемая яркость уходящего излучения I'_i определяется как

$$I'_i - B_i(T_n) \mathcal{F}'_i(p_n) = B_i[T'(p_i)] \left[\frac{\partial \mathcal{F}'_i(p)}{\partial \ln p} \right]_{p_i} \Delta_i \ln p. \quad (7.96)$$

Путем деления уравнения (7.95) на (7.96) и с учетом того, что зависимость функции Планка от вариаций температуры гораздо сильнее, чем у весовой функции, получаем

$$\frac{\tilde{I}_i - B_i(T_n) \mathcal{F}_i(p_n)}{I'_i - B_i(T_n) \mathcal{F}'_i(p_n)} \approx \frac{B_i[T(p_i)]}{B_i[T'(p_i)]}. \quad (7.97)$$

Если вклад поверхности в уходящее излучение либо пренебрежимо мал, либо полностью доминирует, это отношение приближенно может быть записано как

$$\frac{\tilde{I}_i}{I'_i} \approx \frac{B_i[T(p_i)]}{B_i[T'(p_i)]}. \quad (7.98)$$

Это и есть уравнение релаксации, полученное Шахиным в 1970 г.

Поскольку большая часть излучения в сильных полосах поглощения приходит из верхних слоев атмосферы, а в полосах с мень-

шим ослаблением излучение приходит со всё более низких уровней, можно подобрать волновые числа так, чтобы получить температуру воздуха на разных уровнях. Размеры такого ряда волновых чисел, необходимых для зондирования, определяются требуемой степенью вертикального разрешения и, очевидно, ограничиваются возможностями применяемого прибора.

Положим теперь, что энергетическая яркость уходящего излучения измеряется в конечном числе M спектральных каналов и что известны концентрация углекислого газа, аппаратная функция прибора $\varphi(\bar{\nu}, \nu)$ и уровни максимумов весовых функций. Тогда для восстановления профиля температуры $T^{(n)}(p_i)$ на уровне p_i можно использовать следующую итерационную процедуру, причем n есть порядок итераций.

1. Делается исходная оценка $T^{(n)}(p_i)$, $n = 0$.

2. В уравнение (7.93) подставляется $T^{(n)}(p_i)$, а для оценки ожидаемой энергетической яркости восходящего излучения $I_i^{(n)}$ в каждом канале зондирования используется точная квадратурная формула.

3. Рассчитанные значения энергетической яркости $I_i^{(n)}$ сравниваются с измеренными значениями I_i . Если в каждом канале зондирования остаточные отношения $R_i^{(n)} |I_i - I_i^{(n)}| / I_i$ меньше некоторой наперед заданной малой величины (например, 10^{-4}), то $T^{(n)}(p_i)$ и есть решение.

4. Если остаточные отношения больше заданного критерия, то для получения новой оценки значения температуры $T^{(n+1)}(p_i)$ на i выбранных уровнях давления уравнение релаксации (7.98) используется M раз. Из уравнений (7.94) и (7.98) имеем

$$T^{(n+1)}(p_i) = b\nu_i / \ln \left\{ 1 - [1 - \exp(b\nu_i / (T^{(n)}(p_i)))] I_i^{(n)} / \tilde{I}_i \right\},$$

$$i = 1, 2, \dots, M. \quad (7.99)$$

В этом расчете для релаксации $T^{(n)}(p_i)$ к $T^{(n+1)}(p_i)$ каждый канал зондирования используется на данном конкретном уровне p_i .

5. С целью получения требуемого профиля выполняется интерполяция между значениями температуры на каждом данном уровне p_i (достаточно использовать линейную интерполяцию).

6. Наконец, с полученным новым профилем возвращаемся к шагу 2, и вся процедура повторяется до тех пор, пока остаточные отношения не станут меньше наперед заданного критерия.

Итерационный метод Смита. Итерационный метод решения задачи восстановления профиля температуры, который несколько отличается от метода релаксации, предложенного в работах Шахина, был разработан Смитом [113]. Пусть I_i , как и ранее, обозначает наблюдаемые значения энергетической яркости, а $I_i^{(n)}$ — те же значения, рассчитанные во время n -й итерации. Тогда выражение для

энергетической яркости уходящего излучения в уравнении (7.93) может быть переписано в виде

$$I_i^{(n)} = B_i^{(n)}(T_n) \mathcal{F}_i(p_n) + \int_{p_n}^0 B_i^{(n)}[T(p)] \frac{\partial \mathcal{F}_i(p)}{\partial \ln p} d \ln p. \quad (7.100)$$

Далее, для $(n+1)$ шага положим

$$\tilde{I}_i = I_i^{(n+1)} = B_i^{(n+1)}(T_n) \mathcal{F}_i(p_n) + \int_{p_n}^0 B_i^{(n+1)}[T(p)] \frac{\partial \mathcal{F}_i(p)}{\partial \ln p} d \ln p. \quad (7.101)$$

Вычитая уравнение (7.100) из (7.101), получаем

$$\begin{aligned} \tilde{I}_i - I_i^{(n)} &= [B_i^{(n+1)}(T_n) - B_i^{(n)}(T_n)] \mathcal{F}_i(p_n) + \\ &+ \int_{p_n}^0 \{B_i^{(n+1)}[T(p)] - B_i^{(n)}[T(p)]\} \frac{\partial \mathcal{F}_i(p)}{\partial \ln p} d \ln p. \end{aligned} \quad (7.102)$$

На этом этапе вводится допущение о том, что для каждого волнового числа, на котором производится зондирование, разность функций Планка на границах зондируемого слоя атмосферы не зависит от координаты давления. Таким образом, уравнение (7.102) упрощается и принимает вид

$$\tilde{I}_i - I_i^{(n)} = B_i^{(n+1)}[T(p)] - B_i^{(n)}[T(p)], \quad (7.103a)$$

или

$$B_i^{(n+1)}[T(p)] = B_i^{(n)}[T(p)] + [\tilde{I}_i - I_i^{(n)}]. \quad (7.103b)$$

Это и есть итерационное уравнение, полученное Смитом. Кроме того, из уравнения (7.94) имеем

$$T^{(n+1)}(p, \nu_i) = b\nu_i / \ln \{1 + a\nu_i^3 / B_i^{(n+1)}[T(p)]\}. \quad (7.104)$$

Поскольку теперь решение задачи восстановления профиля температуры зависит от волнового числа ν_i , наилучшим приближением к истинной температуре на любом уровне p будет взвешенное среднее независимых оценок, поэтому

$$T^{(n+1)}(p) = \sum_{i=1}^M T^{(n+1)}(p, \nu_i) W_i(p) / \sum_{i=1}^M W_i(p), \quad (7.105)$$

где веса, правильно подобранные на основе уравнения (7.102), приближенно должны описываться как

$$W_i(p) = \begin{cases} d\mathcal{F}_i(p), & p < p_n, \\ \mathcal{F}_i(p) & p = p_n. \end{cases}$$

Следует отметить, что при использовании вышеизложенного численного метода не нужно вводить никаких допущений об аналитическом виде профиля температуры при том или ином числе имеющихся наблюдений энергетической яркости. Теперь для восстановления профиля температуры могут быть использованы следующие итерационные процедуры.

1. Делается исходная оценка $T^{(n)}(p)$, $n = 0$.
2. По уравнениям (7.94) и (7.100) рассчитываются $B_i^{(n)}[T(p)]$ и $I_i^{(n)}$ соответственно.

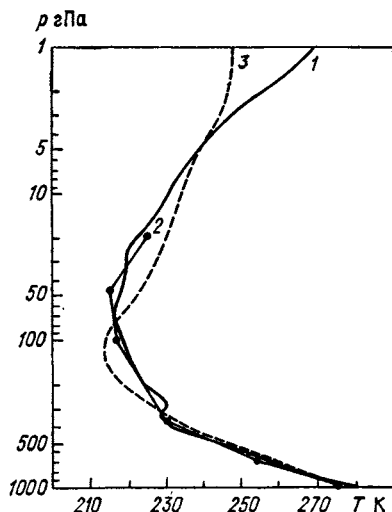


Рис. 7.7. Восстановление профиля температуры T (1) с использованием метода релаксации Шахина (2) и итерационного метода Смита (3) в каналах РВПТ.

3. По уравнениям (7.103) и (7.104) для нужных уровней последовательно рассчитываются $B_i^{(n+1)}[T(p)]$ и $T_i^{(n+1)}(p, \nu_i)$.

4. По уравнению (7.105) делается новая оценка $T^{(n+1)}$.

5. Рассчитанные значения энергетической яркости $I_i^{(n)}$ сравниваются с данными измерений I_i . Если остаточные отношения $R_i^{(n)} = [I_i - I_i^{(n)}]/I_i$ меньше наперед заданной малой величины, то $T^{(n+1)}(p)$ должно являться решением. Если указанное условие не выполняется, то шаги 2—4 повторяются вплоть до достижения сходимости.

На рис. 7.7 представлены результаты опытного восстановления профиля температуры, основанного на применении методов как Смита, так и Шахина. Здесь же показан истинный профиль температуры и использованы значения пропускания, приведенные на рис. 7.6. В качестве исходной оценки был выбран изотермический профиль температуры воздуха 300 К, а температура поверхности составляла 279,5 К. Энергетические яркости, использованные в качестве «данных наблюдений», были получены прямым расчетом в шести каналах радиометра РВПТ (на 669,0; 676,7; 694,7; 708,7;

723,6; 746,7 см⁻¹) по схеме передних разностей. Далее, расчет производился согласно вышеописанным численным процедурам, а при использовании метода релаксации для получения нового профиля была выполнена линейная интерполяция по $\ln p$. При задании значения остаточного отношения 1 % расчеты по методу релаксации обеспечили сходимость всего после четырех итераций. Поскольку верхний уровень, для которого рассчитывалась температура, составлял около 20 гПа, была выполнена экстраполяция до уровня 1 гПа, при которой использовалось истинное значение температуры на этом уровне. При восстановлении с помощью метода Смита не требуется никакой интерполяции, поскольку указанный метод позволяет непосредственно получить значения температуры на нужных уровнях. Чтобы решение сошлось в пределах 2 %, понадобилось около 20 итераций. Однако дальнейшее уменьшение остаточного отношения не улучшило решения. Оба метода неадекватно восстанавливают температуру на верхних уровнях вследствие того, что максимум самой верхней весовой функции приходится примерно на 30 гПа. Следует отметить, что представленный пример восстановления профиля температуры является гипотетическим, поскольку не были учтены случайные ошибки.

7.3.5 Метод сканирования горизонта

В пп. 7.3.1 и 7.3.2 мы рассмотрели использование методов наблюдения восходящего инфракрасного спектрального излучения для получения профиля температуры. Другим важным методом исследования атмосферы является сканирование горизонта (*лимба*). При этом прибор с очень малым углом поля зрения сканирует край диска Земли и принимает излучение из атмосферного слоя сравнительно малой толщины. Геометрия наблюдений лимба иллюстрируется рис. 7.8. Радиометр принимает излучение, испускаемое атмосферой по направлению луча, который может быть определен через его тангенциальную высоту в ближайшей к поверхности точке. Сканирование атмосферы может осуществляться качанием луча зрения как в вертикальном, так и в горизонтальном направлении. Достоинства и преимущества метода сканирования лимба состоят в следующем.

1. Поскольку плотность и давление атмосферы быстро убывают с высотой, то излучение, принимаемое радиометром, генерируется слоем толщиной всего несколько километров над тангенциальной точкой. Таким образом, обеспечивается высокое разрешение, внутренне присущее методу.

2. Все приходящее в прибор излучение генерируется только атмосферой. Отсутствуют вариации, связанные с изменчивостью характеристик подстилающей поверхности и возникающие при наблюдениях в надирном направлении.

3. Горизонтальные трассы зондирования обеспечивают очень большую оптическую толщину. Это означает, что данный метод

в наибольшей степени применим к задачам определения содержания малых газовых примесей в верхней атмосфере.

4. Направление наблюдений со спутника может быть ориентировано по любому азимуту относительно траектории движения, что позволяет охватить большую площадь. К недостаткам этого метода, обусловленным геометрией наблюдений, следует отнести возможность попадания облаков на пути луча зрения. Облака ведут себя как тела бесконечной оптической толщины и могут существенно изменять уходящее излучение. К тому же возникает проб-

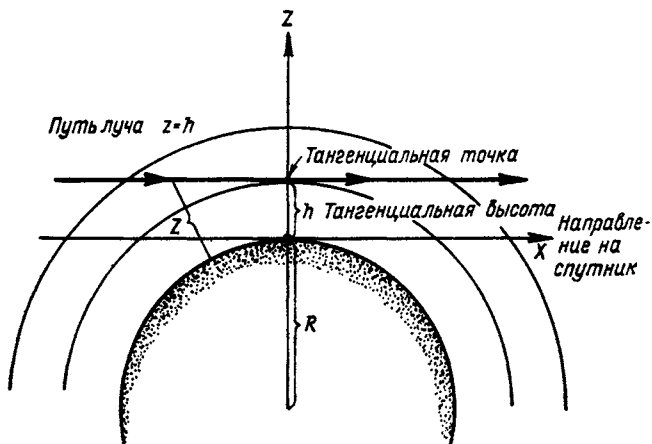


Рис. 7.8. Геометрия наблюдений лимба.

лема привязки весовой функции, имеющей узкий пик по вертикали, к горизонтальной области, которая простирается вдоль пути луча на 200 км и более. Интерпретация влияния на характеристики принимаемого излучения значительных изменений состояния атмосферы на столь больших расстояниях довольно затруднительна. В силу перечисленных причин метод сканирования лимба наиболее эффективен при исследованиях состава и структуры стратосферы и мезосферы.

С учетом геометрии поля зрения при сканировании лимба решение основного исходного уравнения переноса излучения в нерассеивающей атмосфере, которая находится в состоянии локального термодинамического равновесия, может быть выражено следующим образом:

$$I_{\nu}(h) = \int_{-\infty}^{\infty} B_{\nu}[T(x)] \frac{\partial \mathcal{F}_{\nu}(h, x)}{\partial x} dx, \quad (7.106)$$

где x — геометрическая координата вдоль пути луча, причем начало отсчета находится в точке перигея луча визирования. Принцип решения обратной задачи восстановления температуры или газового состава аналогичен рассмотренным выше. Однако вслед-

ствие сферичности геометрии задачи, для того чтобы получить профили температуры или газового состава в зависимости от высоты в атмосфере, необходимо перейти от переменной x к переменной z . Поэтому для задачи наблюдения лимба энергетическая яркость излучения может быть записана в виде

$$I_{\bar{\nu}}(h) = \int_0^{\infty} B_{\bar{\nu}}[T(z)] K_{\bar{\nu}}(h, z) dz, \quad (7.107)$$

где $K_{\bar{\nu}}$ — весовая функция, зависящая от геометрических факторов и модели полосы. Последняя в свою очередь связана с высотой z .

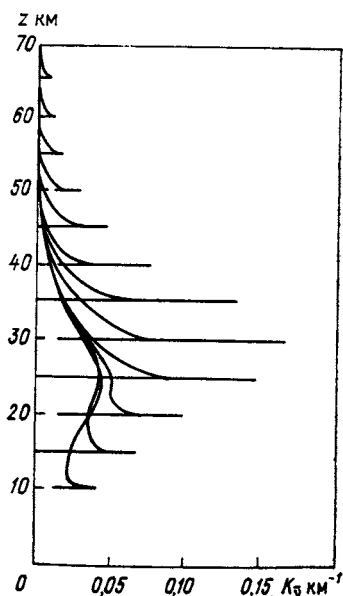


Рис. 7.9. Весовые функции $K_{\bar{\nu}}$ для наблюдений лимба с помощью идеального прибора с бесконечно малым вертикальным углом поля зрения. По Гилли и Хаусу [37].

На рис. 7.9 показаны весовые функции для случая наблюдений лимба с помощью гипотетического прибора, который имеет бесконечно малый угол поля зрения по вертикали и перекрывает широкий спектральный интервал $585\text{—}705\text{ см}^{-1}$, охватывающий большую часть 15-мкм полосы CO_2 . Очевидно, что при тангенциальных высотах более 25 км подавляющая часть вклада в излучение обусловлена слоем толщиной примерно 3 км, лежащим непосредственно над уровнем тангенциальной точки. На высоте менее 25 км весовая функция приобретает вид более широкого контура, характерного для надирных наблюдений, хотя по-прежнему сохраняется острый пик в тангенциальной точке. В принципе обращение данных об энергетической яркости излучения в зоне лимба может быть выполнено с использованием тех же методов, что и при надирных наблюдениях яркости.

Как указывалось выше, наиболее важным приложением метода радиометрического сканирования лимба является получение данных

о распределении температуры и концентрации малых газовых примесей в верхней атмосфере, поскольку получить необходимую для восстановления этих профилей информацию на основании наблюдений с помощью радиометра, направленного в нади́р, невозможно. В стратосфере с хорошей степенью точности может использоваться геострофическое приближение, причем известно, что геострофический ветер связан с горизонтальным градиентом геопотенциала. Уравнение горизонтального движения описывается выражением

$$\left(\frac{d\mathbf{v}}{dt}\right)_H = -g \nabla_H p - f \mathbf{k} \times \mathbf{v},$$

где $\nabla_H p = \nabla_p z$ — сила барического градиента, \mathbf{k} — единичный вектор в направлении вертикали, а f — параметр Кориолиса. Баланс между силой барического градиента и силой Кориолиса определяет направление и скорость геострофического ветра:

$$\mathbf{v}_r = -(g/f) \nabla_p z \times \mathbf{k}. \quad (7.108)$$

Пусть \mathbf{v}_{r_1} и \mathbf{v}_{r_2} соответствуют высотам z_1 и z_2 , причем $z_2 > z_1$. Тогда изменение геострофического ветра с высотой можно описать как

$$\Delta \mathbf{v}_r = \mathbf{v}_{r_2} - \mathbf{v}_{r_1} = -(g/f) \nabla_p (\Delta z) \times \mathbf{k}. \quad (7.109)$$

В то же время из уравнения гидростатики имеем

$$dp = -\rho_a g dz,$$

где ρ_a плотность воздуха. Используя также уравнение состояния, получаем

$$p = \rho_a R T,$$

$$\Delta z = \int_{z_1}^{z_2} dz = z_2 - z_1 = -\frac{R}{g} \int_{p_1}^{p_2} T(p) \frac{dp}{p}, \quad (7.110)$$

где R — газовая постоянная. Следовательно, если известна температура между уровнями p_1 и p_2 , из уравнений (7.109) и (7.110) можно оценить вертикальное изменение геострофического ветра между двумя изобарическими поверхностями. Если известен геострофический ветер на уровне p_1 , то может быть получена оценка геострофического ветра на уровне p_2 .

При изучении динамики верхней атмосферы данные о ветре являются основной исходной информацией. Аэростатные зондирования ветра обычно производятся до уровня около 10 гПа, и их результаты включаются в обычный синоптический анализ. Лимбовый сканирующий радиометр может определить вертикальный профиль температуры в слое 10—1 гПа. Таким образом, спутниковые данные о температуре имеют большое значение для понимания динамики стратосферы.

7.3.6 Инфракрасное зондирование перистой облачности

Давно известно, что вследствие своей полупрозрачности в инфракрасной области спектра перистая облачность серьезно затрудняет инфракрасное зондирование профилей температуры и газового состава атмосферы, а также восстановление условий у поверхности. К тому же еще недостаточно хорошо изучены радиационные свойства перистой облачности, которая состоит из ледяных кристаллов различных размеров и формы, часто ориентированных в горизонтальной плоскости. Таким образом, с точки зрения задач инфракрасного спутникового зондирования, в частности восстановления профилей температуры и газового состава атмосферы, чрезвычайно важно надежно и точно определять свойства перистой облачности по данным измерений на нескольких волновых числах. Кроме того, с точки зрения климатологии и прогноза погоды не меньшее значение имеет определение общего содержания льда в вертикальном столбе атмосферы.

Рисунок 7.10, на котором представлено инфракрасное изображение, полученное 18 февраля 1976 г. с геостационарного спутника GOES, свидетельствует о том, что перистая облачность имеет глобальные масштабы распространения. Согласно этой фотографии, в средних широтах северного полушария расположен очень хорошо выраженный циклон с центром около 50° с. ш. и 175° з. д., идентифицируемый по обширной зоне облачности, имеющей очертания запятой. На север от этой облачной системы простирается яркая пелена перистообразных облаков. Кроме того, наблюдается перистая облачность, закрученная в антициклоническом направлении и простирающаяся к востоку от юго-западной оконечности «хвоста» запятой. На севере центрального района Тихого океана на востоко-северо-восток от тропического возмущения в его западной области тянется удлиненная полоса высокой облачности. Еще одна зона перистообразной облачности находится на востоке центральной части Соединенных Штатов Америки. В южном полушарии очень длинная полоса преимущественно высокой облачности простирается от южной оконечности Южной Америки до западной части Тихого океана.

Ранее из-за сложности взаимодействия облачности и радиационного поля в атмосфере количественные исследования свойств облачности с помощью пассивного инфракрасного зондирования были ограничены. Хотон и Хант [52] исследовали возможность осуществления пассивного дистанционного зондирования ледяных облаков на двух длинах волн в дальней инфракрасной области спектра, где поглощение излучения льдом и водой существенно различны. Недавно Лиоу [72] разработал теоретический метод восстановления температуры поверхности, толщины облачности и степени покрытости облачностью на основе данных измерений на четырех длинах волн в окне прозрачности 10 мкм. Предложенный метод опирается на теорию переноса радиации и представляет собой аналитический подход к задаче зондирования облачности. Ниже

будут представлены теоретические основы данного метода, а также рассмотрены некоторые фундаментальные проблемы переноса радиации в облачности.

Положим, что доля облачности в атмосфере в пределах поля зрения радиометра, находящегося на спутнике, составляет η . Пусть



Рис. 7.10. Глобальная инфракрасная фотография со спутника GOES.

также высота нижней границы и толщина облаков равны $z_{\text{НГ}}$ и Δz соответственно. Энергетическая яркость спектрального восходящего излучения, измеряемая спутниковым радиометром на верхней границе атмосферы в условиях частичной облачности, описывается выражением

$$\tilde{I}_{\check{\nu}}^{\text{ЧО}} = \eta I_{\check{\nu}}^{\text{О}} + (1 - \eta) I_{\check{\nu}}^{\text{БО}}. \quad (7.111)$$

Энергетическая яркость не содержащего облачности столба воздуха в координатах высоты (см. уравнение (7.22)) может быть представлена как

$$I_{\check{\nu}}^{\text{БО}} = B_{\check{\nu}}(T_{\text{П}}) \mathcal{T}_{\check{\nu}}(\infty, 0) + \int_{z=0}^{z=\infty} B_{\check{\nu}}[T(z)] d\mathcal{T}_{\check{\nu}}(\infty, z), \quad (7.112)$$

а энергетическая яркость облачности — как

$$I_{\bar{v}}^{\circ} = I_{\bar{v}}(z_{\text{НГ}}) \mathcal{T}_{\bar{v}}^{\circ}(\Delta z) \mathcal{T}_{\bar{v}}(\infty, z_{\text{НГ}} + \Delta z) + \int_{z=z_{\text{НГ}} + \Delta z}^{z=\infty} B_{\bar{v}}[T(z)] d\mathcal{T}_{\bar{v}}(\infty, z). \quad (7.113)$$

В формуле (7.113) пропускание облачности $\mathcal{T}_{\bar{v}}^{\circ}$ определяется как отношение энергетической яркости восходящего излучения на верхней границе облака к энергетической яркости на нижней границе и может быть представлено в виде

$$\mathcal{T}_{\bar{v}}^{\circ} = I_{\bar{v}}(z_{\text{НГ}} + \Delta z) / I_{\bar{v}}(z_{\text{НГ}}). \quad (7.114)$$

Аналогично уравнению (7.112) энергетическая яркость восходящего излучения, достигающего нижней границы облака, может быть выражена как

$$I_{\bar{v}}(z_{\text{НГ}}) = B_{\bar{v}}(T_n) \mathcal{T}_{\bar{v}}(z_{\text{НГ}}0) + \int_{z=0}^{z=z_{\text{НГ}}} B_{\bar{v}}[T(z)] d\mathcal{T}_{\bar{v}}(z_{\text{НГ}}, z). \quad (7.115)$$

Обычно перистые облака расположены достаточно высоко в атмосфере и их верхняя граница находится на высоте 10 км и более. Поэтому волновые числа следует выбирать в спектральном интервале окна 10 мкм, где эффект поглощения водяным паром, находящимся выше перистой облачности, настолько мал, что во всех практических приложениях им можно пренебречь. Тогда находим

$$\int_{z=z_{\text{НГ}} + \Delta z}^{z=\infty} B_{\bar{v}}[T(z)] d\mathcal{T}_{\bar{v}}(\infty, z) \approx 0, \quad \mathcal{T}_{\bar{v}}(\infty, z_{\text{НГ}} + \Delta z) \approx 1. \quad (7.116)$$

Используя соотношение (7.116), можно упростить уравнение (7.111) и привести его к виду

$$\tilde{I}_i^{\text{Ч}0} \approx (1 - \eta + \eta \mathcal{T}_i^{\circ}) \left\{ B_i(T_n) \mathcal{T}_i(z_{\text{НГ}}, 0) + \int_{z=0}^{z=z_{\text{НГ}}} B_i[T(z)] d\mathcal{T}_i(z_{\text{НГ}}, z) \right\}, \quad (7.117)$$

где \bar{v} заменено на i . Неизвестными параметрами в этом соотношении являются степень покрытости облачностью, высота основания облаков, температура поверхности, пропускание облачного слоя, которое зависит от волнового числа, а также вертикальные профили температуры и пропускания водяного пара. Даже при упрощении, которое обеспечивается соотношением (7.116), остается несколько неизвестных параметров, обусловленных наличием облачности. Трудным для определения параметром является высота нижней границы облаков, поскольку ее вклад в энергетическую

яркость восходящего излучения описывается одновременно членом, содержащим пропускание $\mathcal{F}_v^*(z_{\text{НГ}}, 0)$, и интегральным членом. Кроме того, неизвестны также вертикальные профили температуры и концентрации водяного пара в атмосфере при частичной облачности. Очевидно, что для описания этих двух членов необходимо принять определенные физические допущения. Полагаем

$$\mathcal{F}_i^* = \int_{z=0}^{z=z_{\text{НГ}}} B_i [T(z)] d\mathcal{F}_i(z_{\text{НГ}}, z), \quad \mathcal{F}_i^* = \mathcal{F}_i(z_{\text{НГ}}, 0), \quad (7.118)$$

где звездочка использована для обозначения тех величин, которые необходимо оценивать на основании предварительной информации о высоте нижней границы облаков, профилях температуры и содержания водяного пара ниже уровня облачности. Такие оценки могут быть сделаны исходя из климатологических данных.

Пропускание облачности, определенное уравнением (7.114), зависит от волнового числа. Анализ результатов расчетов пропускания на волновых числах 900, 950, 1100 и 1150 см^{-1} показывает, что между пропусканием и толщиной облачного слоя существует линейная зависимость:

$$\mathcal{F}_i^0 = (a_i \Delta z + b_i) \mathcal{F}_i^0, \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (7.119)$$

где пропускания при 950 ($i = 2$), 1100 ($i = 3$) и 1150 ($i = 4$) см^{-1} выражены через пропускание при 990 см^{-1} ($i = 1$). Коэффициенты $a_1 - a_4$ равны 0; $-0,02$; $-0,25$; $-0,04$ соответственно, а значения $b_1 - b_4$ составляют 1; 0,99; 1,23; 1,01.

Подставив выражения (7.118) и (7.119) в уравнение (7.117), получим

$$Q_i(T_{\text{п}}) = \frac{\tilde{\gamma}_i^{\text{чО}}}{B_i(T_{\text{п}}) \mathcal{F}_i^* + \mathcal{F}_i^0} = 1 - \eta + \eta (a_i \Delta z + b_i) \mathcal{F}_i^0, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (7.120)$$

Это нелинейное уравнение, содержащее всего четыре неизвестных параметра, а именно $T_{\text{п}}$, η , Δz и \mathcal{F}_i^0 . Следовательно, для определения перечисленных величин требуется выполнить четыре измерения энергетической яркости. На данном этапе мы добились замыкания сложного уравнения переноса излучения, основанного на ряде физических допущений и постулатов.

Последовательно исключая η , \mathcal{F}_i^0 и Δz , получаем следующие уравнения:

$$(Q_1 - 1)[(a_i \Delta z + b_i) \mathcal{F}_i^0 - 1] - (Q_i - 1)(\mathcal{F}_i^0 - 1) = 0, \quad i = 2, 3, 4, \quad (7.121)$$

$$\frac{(Q_1 - Q_2)[(Q_1 - 1)(a_1 \Delta z + b_1) - (Q_1 - 1)]}{(Q_1 - Q_i)[(Q_1 - 1)(a_2 \Delta z + b_2) - (Q_2 - 1)]} - 1 = 0, \quad i = 3, 4, \quad (7.122)$$

$$\frac{[Q_1(b_3 - b_2) + Q_2(1 - b_3) + Q_3(b_2 - 1)][Q_1(a_2 - a_4) + Q_2 a_4 - Q_4 a_2]}{[Q_1(b_4 - b_2) + Q_2(1 - b_4) + Q_4(b_2 - 1)][Q_1(a_2 - a_3) + Q_2 a_3 - Q_3 a_2]} - 1 = 0. \quad (7.123)$$

Выражение (7.123) — это сложное нелинейное уравнение, в которое входит неизвестный параметр T_n . Этот параметр может быть определен по данным измерений четырех энергетических яркостей излучения I_i^{CO} атмосферы, содержащей частичную облачность. Восстановив температуру поверхности, можно затем последовательно оценить толщину облачного слоя, пропускание облаков и степень покрытости облачностью. Для исследования возможности одновременного определения четырех вышеуказанных параметров проводились численные эксперименты с использованием данных о модельной атмосфере. При этом была продемонстрирована пригодность данного метода для восстановления параметров облачности.

7.4 СПУТНИКОВОЕ МИКРОВОЛНОВОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ

7.4.1 Микроволновый спектр и перенос микроволнового излучения

В микроволновой области спектра линиями поглощения обладают водяной пар и молекулярный кислород. На частотах ниже 40 ГГц доминирует единственная уширенная столкновениями слабая линия поглощения водяного пара 22,235 ГГц. Эта резонансная линия поглощения возникает в результате переходов между вращательными состояниями 5_{23} и 6_{16} . На частоте примерно 31,4 ГГц воздух сравнительно прозрачен. Эта область является окном между резонансной линией водяного пара и сильно поглощающим комплексом линий кислорода, центрированным около 60 ГГц. Молекула кислорода обладает магнитным дипольным моментом, возникающим за счет комбинации спинов двух непарных электронов в основном электронном состоянии $^3\Sigma_g^-$.

Изменения в ориентации спина электрона по отношению к ориентации оси вращения самой молекулы порождают полосу магнитных дипольных переходов вблизи частоты 60 ГГц и единственный переход при 118,75 ГГц. За счет сильной линии поглощения H_2O вблизи частоты 183 ГГц на частотах свыше 120 ГГц снова начинает доминировать поглощение водяным паром.

На рис. 7.11 показана зависимость пропускания атмосферы от частоты при стандартных атмосферных условиях.

Опираясь на результаты, рассмотренные в п. 7.3.1, запишем решение уравнения переноса излучения в нерассеивающей атмосфере, находящейся в состоянии локального термодинамического равновесия:

$$I_{\bar{\nu}}(0) = I_{\bar{\nu}}(p_n) \mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p_n, 0) + \int_{p_n}^0 B_{\bar{\nu}}[T(p)] \frac{\partial \mathcal{T}_{\bar{\nu}}(p, 0)}{\partial p} dp, \quad (7.124)$$

где $\tilde{\nu}$ — частота, $I_{\tilde{\nu}}(p_n)$ — вклад излучения, идущего от поверхности, а пропускание $\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p, 0)$ отсчитывается от верхней границы атмосферы. Излучательная способность поверхности в микроволновом диапазоне обычно меньше единицы. Таким образом, существует вклад отражения от поверхности. В этом случае энергетическая яркость излучения поверхности описывается выражением

$$I_{\tilde{\nu}}(p_n) = \varepsilon_{\tilde{\nu}} B_{\tilde{\nu}}(T_n) \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, 0) + (1 - \varepsilon_{\tilde{\nu}}) \int_0^{p_n} B_{\tilde{\nu}}[T(p)] \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, p)}{\partial p} dp. \quad (7.125)$$

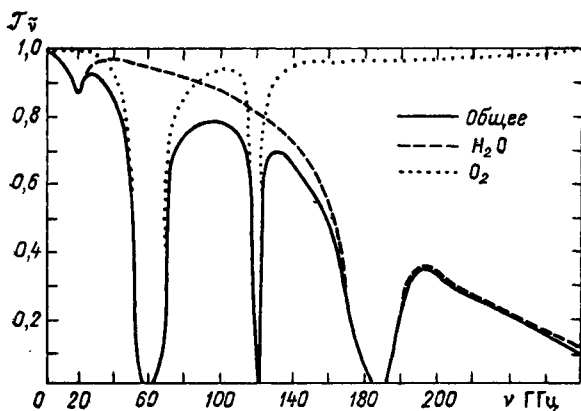


Рис. 7.11. Зависимость пропускания атмосферы $\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}$ от частоты. По Гроди [41], с изменениями.

Первый член в правой части уравнения (7.125) обозначает вклад собственного излучения поверхности, тогда как второй член описывает вклад всей атмосферы в излучение, которое приходит к поверхности и затем отражается на той же частоте обратно в атмосферу. В этом случае пропускание $\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, p)$ отсчитывается от поверхности.

Вводя в уравнение (7.124) нижнее граничное условие, можно выразить энергетическую яркость восходящего излучения:

$$I_{\tilde{\nu}} = \varepsilon_{\tilde{\nu}} B_{\tilde{\nu}}(T_n) \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, 0) + (1 - \varepsilon_{\tilde{\nu}}) \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, 0) \int_0^{p_n} B_{\tilde{\nu}}[T(p)] \times \\ \times \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, p)}{\partial p} dp + \int_{p_n}^0 B_{\tilde{\nu}}[T(p)] \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p, 0)}{\partial p} dp. \quad (7.126)$$

Зависимость функции Планка от частоты описывается выражением

$$B_{\tilde{\nu}}(T) = 2h\tilde{\nu}^3 / [c^2 (e^{h\tilde{\nu}/kT} - 1)]. \quad (7.127)$$

В микроволновой области $h\tilde{\nu}/kT \ll 1$, так что функция Планка может быть приближенно выражена как

$$B_{\tilde{\nu}}(T) \approx (2k\tilde{\nu}^2/c^2)T. \quad (7.128)$$

Таким образом, энергетическая яркость планковского излучения прямо пропорциональна температуре. Эта зависимость носит название *закона Рэлея—Джинса*. По аналогии с этим приближением мы можем определить эквивалентную радиояркостную температуру $T_{\tilde{\nu}}$ таким образом, чтобы

$$I_{\tilde{\nu}} = (2k\tilde{\nu}^2/c^2)T_{\tilde{\nu}}. \quad (7.129)$$

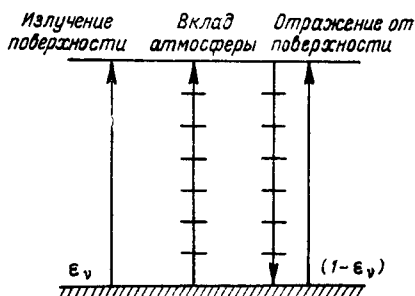


Рис. 7.12. Вклад в радиояркостную температуру на верхней границе атмосферы.

Подставляя соотношения (7.128) и (7.129) в (7.126), можно выразить решение уравнения переноса радиации в микроволновой области через температуру:

$$T_{\tilde{\nu}}(\tilde{\nu}) = \varepsilon_{\tilde{\nu}} T_n \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, 0) + (1 - \varepsilon_{\tilde{\nu}}) \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, 0) \int_0^{p_n} T(p) \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, p)}{\partial p} dp + \int_{p_n}^0 T(p) \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p, 0)}{\partial p} dp. \quad (7.130)$$

Вклад каждого из членов в радиояркостную температуру на верхней границе атмосферы показан на рис. 7.12.

Пропускание обычно отсчитывается от верхней границы атмосферы: $\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p) = \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p, 0)$. Поэтому желательно выразить $\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, p)$ через $\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p, 0)$. Для монохроматического излучения пропускание является экспоненциальной функцией оптической толщины (см. формулу (7.24)). Таким образом, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, p) &= \exp \left[-\frac{1}{g} \int_p^{p_n} k_{\tilde{\nu}}(p') g(p') dp' \right] = \\ &= \exp \left[-\frac{1}{g} \int_0^{p_n} k_{\tilde{\nu}}(p') g(p') dp' + \frac{1}{g} \int_0^p k_{\tilde{\nu}}(p') g(p') dp' \right] = \\ &= \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, 0) / \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p, 0), \end{aligned} \quad (7.131)$$

где $\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, 0)$ — пропускание всей толщи атмосферы — является постоянной величиной. Тогда

$$\frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, p)}{\partial p} = - \frac{\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n, 0)}{[\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p, 0)]^2} \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p, 0)}{\partial p}. \quad (7.132)$$

Подставляя соотношение (7.132) в уравнение (7.130), перегруппировывая члены и полагая $\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p, 0) = \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p)$, получаем

$$T_{\text{я}}(\tilde{\nu}) = \varepsilon_{\tilde{\nu}} T_{\text{п}} \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n) + \int_{p_n}^0 \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p) \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p)}{\partial p} dp, \quad (7.133)$$

где атмосферная функция источника описывается выражением

$$J_{\tilde{\nu}}(p) = \{1 + (1 - \varepsilon_{\tilde{\nu}})[\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n)/\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p)]^2\} T(p). \quad (7.134)$$

В задачах микроволнового зондирования пропускание обычно рассчитывают с учетом характеристик усиления антенны.

Особо важной задачей при использовании микроволнового диапазона для зондирования атмосферы со спутника является определение излучательной способности подстилающей поверхности. В микроволновой области спектра излучательная способность различных типов подстилающей поверхности варьирует в широком диапазоне: примерно от 0,4 до 1,0. Излучательная способность морской поверхности, как правило, составляет от 0,4 до 0,5 и зависит от таких параметров, как соленость, взволнованность поверхности, наличие льда и пены. К тому же имеется и частотная зависимость, причем более высоким частотам соответствуют большие излучательные способности. Излучательная способность суши зависит от содержания почвенной влаги. Смачивание поверхности грунта приводит к быстрому падению излучательной способности. Излучательная способность сухого грунта составляет 0,95—0,97, а обнаженного влажного грунта — примерно 0,80—0,90 в зависимости от частоты. Излучательная способность поверхности, от которой в большой степени зависит конечное значение радиояркостной температуры, входит в первый член уравнения (7.133).

7.4.2 Информация о влагосодержании атмосферы по данным микроволнового зондирования

Одним из важных приложений микроволнового зондирования является определение содержания жидкой и парообразной влаги в атмосфере. Подобная возможность связана с тем, что для микрорадиоволн плотная облачность и осадки являются частично прозрачными, в то время как на длинах волн инфракрасного спектра их оптическая толщина очень велика и они непрозрачны. Для того чтобы восстанавливать содержание жидкой и парообразной влаги, необходимо вывести эмпирическое уравнение, в котором в явном виде описывалась бы зависимость радиояркостной темпе-

ратуры как от количества жидкой влаги, так и от содержания водяного пара.

Возвращаясь к уравнению (7.130), выполним интегрирование по частям в обоих интегральных членах и получим

$$T_{\text{я}}(\tilde{\nu}) = \left[T(0) - \int_{p_{\text{н}}}^0 \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p) \frac{\partial T(p)}{\partial p} dp \right] - (1 - \varepsilon_{\tilde{\nu}}) \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}^2(p_{\text{н}}) \times \\ \times \left[T(0) + \frac{1}{\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_{\text{н}})} \int_0^{p_{\text{н}}} \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p) \frac{\partial T(p)}{\partial p} dp \right], \quad (7.135)$$

где для простоты в аргументе пропускания использовано лишь одно значение давления. Далее определим

$$x_{\tilde{\nu}} = \frac{T(0)}{T_{\text{н}}} - \frac{1}{T_{\text{н}}} \int_{p_{\text{н}}}^0 \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p) \frac{\partial T(p)}{\partial p} dp = \\ = 1 + \frac{1}{T_{\text{н}}} \int_{p_{\text{н}}}^0 [1 - \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p)] \frac{\partial T(p)}{\partial p} dp, \\ y_{\tilde{\nu}} = \frac{T(0)}{T_{\text{н}}} + \frac{1}{\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_{\text{н}}) T_{\text{н}}} \int_0^{p_{\text{н}}} \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p) \frac{\partial T(p)}{\partial p} dp = \frac{1}{\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_{\text{н}})} + \\ + \frac{T(0)}{T_{\text{н}}} \left[1 - \frac{1}{\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_{\text{н}})} \right] + \frac{1}{\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_{\text{н}}) T_{\text{н}}} \int_0^{p_{\text{н}}} [1 - \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p)] \frac{\partial T(p)}{\partial p} dp. \quad (7.136)$$

Отсюда

$$T_{\text{я}}(\tilde{\nu}) = T_{\text{н}} [x_{\tilde{\nu}} - y_{\tilde{\nu}} \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}^2(p_{\text{н}}) (1 - \varepsilon_{\tilde{\nu}})]. \quad (7.137)$$

Рассматривая микроволновый диапазон спектра, мы видим, что на частотах примерно ниже 40 ГГц пропускание $\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_{\text{н}}) \approx 1$, следовательно $x_{\tilde{\nu}} \approx y_{\tilde{\nu}} \approx 1$. В результате этого упрощения радиояркая температура может быть приближенно выражена как

$$T_{\text{я}}(\tilde{\nu}) \approx T_{\text{н}} [1 - \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}^2(p_{\text{н}}) (1 - \varepsilon_{\tilde{\nu}})]. \quad (7.138)$$

Значение пропускания на частотах ниже 40 ГГц определяется в основном поглощением излучения водяным паром и жидкой влагой. Оно может быть записано в виде

$$\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_{\text{н}}) = \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(\text{водяной пар}) \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(\text{жидкая влага}) \quad (7.139)$$

Пропускание жидкой влаги на частотах ниже 40 ГГц может быть приближенно описано выражением

$$\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(\text{жидкость}) \approx \exp(-Q/Q_0) \approx 1 - Q/Q_0(\tilde{\nu}), \quad (7.140)$$

где $Q(\tilde{\nu})$ — постоянная, которая зависит от частоты излучения и температуры облачности. Аналогичным образом, если выбрать частоту около 22 ГГц, пропускание водяным паром можно описать как

$$\mathcal{T}_{\tilde{\nu}}(\text{пар}) \approx 1 - W/W_0(\tilde{\nu}), \quad (7.141)$$

где $W_0(\tilde{\nu})$ — некоторая постоянная. Подставляя оба выражения в формулу (7.138) и пренебрегая членами второго порядка малости относительно Q и W , получаем

$$T_{\tilde{\nu}} \approx \varepsilon_{\tilde{\nu}} T_{\text{п}} + 2(1 - \varepsilon_{\tilde{\nu}}) T_{\text{п}} (Q/Q_0 + W/W_0). \quad (7.142)$$

Если предположить, что температура $T_{\text{п}}$ и излучательная способность $\varepsilon_{\tilde{\nu}}$ поверхности — известные параметры, то для определения значений Q и W достаточно выполнить два наблюдения радиояркой температуры на частотах около 40 и 22 ГГц. Можно показать, что

$$\begin{aligned} Q &= q_0 + q_1 T_{\tilde{\nu}_1} + q_2 T_{\tilde{\nu}_2}, \\ W &= w_0 + w_1 T_{\tilde{\nu}_1} + w_2 T_{\tilde{\nu}_2}, \end{aligned} \quad (7.143)$$

где w и q — величины, которые выражаются через выбранные частоты, температуру и излучательную способность поверхности и эмпирические параметры Q_0 и W_0 . Обычно коэффициенты в (7.143) определяются статистически: по известным вертикальным профилям температуры и влагосодержания атмосферы находят радиояркую температуру и общее содержание жидкой влаги и водяного пара в атмосфере, а затем рассчитывают соответствующие значения q_i и w_i .

Стэлин и др. [115], а также Гроди [41] использовали вышеприведенные соотношения для восстановления содержания жидкой влаги и полного количества водяного пара над океаном по данным измерений в каналах 22,235 и 31,4 прибора NEMS с борта спутника «Нимбус-5». Коэффициенты в уравнениях определялись с помощью многомерного регрессионного анализа, который основан на значениях радиоярких температур, рассчитанных по профилям температуры и влагосодержания атмосферы, известным из данных радиозондирования. При расчетах радиоярких температур учитывался вклад облаков и осадков, а влиянием рассеяния на облачных частицах и дождевых каплях пренебрегалось. Указанные авторы продемонстрировали возможность картирования крупномасштабного распределения жидкой влаги и общего содержания водяного пара в атмосфере на основе данных, получаемых в каналах водяного пара (22,235 ГГц) и окна прозрачности (31,4 ГГц). Недавно Лиоу и Дафф [74] с использованием формул (7.143) выполнили восстановление содержания жидкой влаги в атмосфере над сушей на основании данных сканирующего микроволнового спектрометра, установленного на борту спутника «Нимбус-6». Моделируя перенос микроволнового излу-

чения в облачной атмосфере как при отсутствии, так и при наличии осадков, они учитывали эффекты, обусловленные наличием в неоднородной поглощающей газовой атмосфере рассеивающих и поглощающих гидрометеоров. Как указывалось выше, излучательная способность суши изменяется в зависимости от степени увлажненности поверхности. Однако спутниковые наблюдения за поверхностью суши не дают информации о состоянии увлажнения. Поэтому авторы упомянутого исследования разработали эмпирический метод определения характеристик поверхности с использованием данных наблюдений радиояркостной температуры в каналах 2 и 3 сканирующего микроволнового спектрометра. Был достигнут определенный успех в восстановлении мезомасштабного распределения содержания жидкой влаги в атмосфере на основе данных за две недели августа 1975 г. Тем не менее задача картирования влагосодержания атмосферы над сушей по-прежнему остается областью, которая требует дальнейших исследований и применения новых методов.

7.4.3 Восстановление температуры по данным микроволнового зондирования

На принципиальную возможность восстановления температуры атмосферы по спутниковым наблюдениям теплового микроволнового излучения в спектре кислорода указали Микс и Лилли [87], в работе которых впервые были рассчитаны соответствующие весовые функции в микроволновой области. Основным преимуществом микроволновых зондировщиков температуры перед инфракрасными является то, что более длинноволновое радиоизлучение в значительно меньшей степени подвержено влиянию облачности и осадков. Следовательно, микроволновые зондировщики могут быть эффективно использованы для восстановления температуры при любых погодных условиях.

Метод восстановления профиля температуры по данным микроволнового спутникового зондирования был впервые реализован в ходе микроволнового спектрометрического эксперимента на спутнике «Нимбус-5». Этот эксперимент был направлен на то, чтобы оценить возможность использования пассивного микроволнового метода на оперативных метеорологических спутниках. Аппаратура, использованная во время эксперимента, имела три канала, центрированных на частотах 53,65; 54,90 и 58,80 ГГц в полосе кислорода. Канал 53,65 ГГц, максимум весовой функции которого находится вблизи поверхности, чувствителен к излучательной способности поверхности. Метод, примененный для восстановления профиля температуры с использованием микроволнового зондировщика, сводился к тому же статистическому подходу, который обсуждался выше (см. п. 7.3.3). Матрица предиктора D выводится из априорных данных об атмосфере, полученных с помощью радиозондирования. Уотерс и др. [132] представили восстановленные по данным эксперимента профили, в которых

вектор данных о радиояркой температуре был составлен из семи значений, полученных в результате трех измерений. Влияние суши, океана или сочетания этих подстилающих поверхностей на результат восстановления температуры учитывалось путем построения отдельных D -матриц для различных условий.

Первый микроволновый зондировщик, предназначенный для оперативного использования, был запущен в июне 1979 г. на борту

спутника «Блок-5Д», входящего в спутниковую систему военно-воздушных сил США. Этот микроволновый прибор (SSM/T) имеет семь каналов на частотах 50,5; 53,2; 54,35; 54,9; 58,4; 58,825 и 59,4 ГГц. С учетом эффекта отражения весовая функция $K_{\tilde{\nu}}(p)$ определяется выражением

$$T_{\tilde{\nu}}(\tilde{\nu}) = \epsilon_{\tilde{\nu}} T_{\pi} \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_{\pi}) + \int_{p_{\pi}}^0 T(p) K_{\tilde{\nu}}(p) dp. \quad (7.144)$$

Из формулы (7.134) получаем

$$K_{\tilde{\nu}}(p) = 1 + (1 - \epsilon_{\tilde{\nu}}) \times \left[\frac{\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_{\pi})}{\mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p)} \right]^2 \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p)}{\partial p}. \quad (7.145)$$

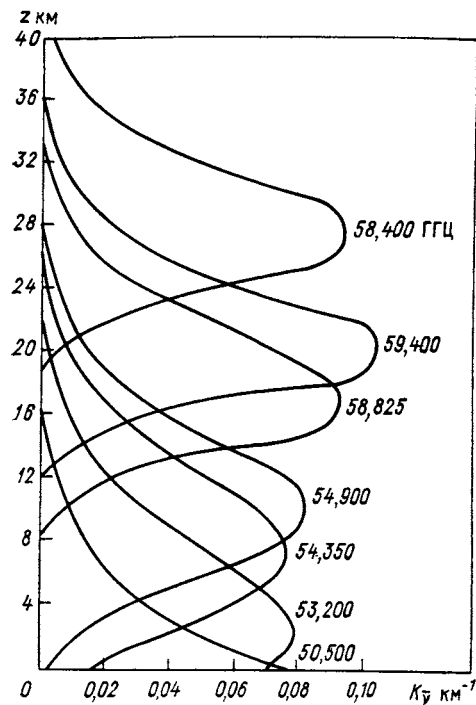


Рис. 7.13. Весовые функции $K_{\tilde{\nu}}$ каналов прибора SSM/T при наблюдениях в надир.

На рис. 7.13 представлены весовые функции семи каналов прибора SSM/T для угла падения (выхода из атмосферы) 0° , излучательной способности поверхности 0,97 и номинальной высоты спутника 834 км. При расчетах пропускания учтены поглощение молекулярным кислородом и водяным паром, а также характеристики усиления антенны. Канал 1 приходится на окно прозрачности атмосферы и хорошо реагирует на характеристики подстилающей поверхности, плотную облачность и дождь. Он используется для введения поправок на эти фоновые эффекты в показания других каналов. Максимумы весовых функций в каналах 1—4 находятся на высоте менее 10 км, и, таким образом, плотные облака и осадки должны оказывать некоторое влияние на результаты восстановления температуры.

При использовании статистического метода восстановления профиля температуры было бы желательным устранить влияние излучательной способности поверхности с тем, чтобы матрица предиктора \mathbf{D} могла быть построена для любых условий на поверхности [99]. Для простоты анализа определим

$$T^\dagger(\tilde{\nu}) = \int_0^{p_n} T(p) \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p)}{\partial p} dp,$$

$$T^\dagger(\tilde{\nu}) = \int_{p_n}^0 T(p) \frac{\partial \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p)}{\partial p} dp, \quad (7.146)$$

так чтобы уравнение (7.130) можно было записать в виде

$$T_{\tilde{\nu}}(\tilde{\nu}) = \varepsilon_{\tilde{\nu}} T_n \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n) [1 - T^\dagger(\tilde{\nu})/T_n] + T_a(\tilde{\nu}), \quad (7.147a)$$

$$T_a(\tilde{\nu}) = T^\dagger(\tilde{\nu}) + T^\dagger(\tilde{\nu}) \mathcal{F}_{\tilde{\nu}}(p_n). \quad (7.147b)$$

Второй член в правой части уравнения (7.147a) обозначает вклад в радиояркостную температуру, обусловленный только атмосферой, а воздействие поверхности целиком учитывается первым членом. Поскольку канал 1, центрированный на 50,5 ГГц, имеет максимум весовой функции у поверхности, то он используется для устранения влияния поверхности на показания в других каналах. Для каналов 2—7 на основании уравнения (7.147b) можно определить вклад в радиояркостную температуру, обусловленный влиянием только атмосферы, в виде

$$T_a(\tilde{\nu}_j) = T_{\tilde{\nu}_j}(\tilde{\nu}_j) - [T_{\tilde{\nu}_j}(\tilde{\nu}_1) - T_a(\tilde{\nu}_1)] a(\tilde{\nu}_j), \quad j = 2, 3, \dots, 7, \quad (7.148)$$

где

$$a(\nu_i) = \frac{\varepsilon_{\tilde{\nu}_i} T_n \mathcal{F}_{\tilde{\nu}_i}(p_n) [1 - T^\dagger(\tilde{\nu}_i)/T_n]}{\varepsilon_{\tilde{\nu}_i} T_n \mathcal{F}_{\tilde{\nu}_i}(p_n) [1 - T^\dagger(\tilde{\nu}_1)/T_n]} \text{ и } a(\tilde{\nu}_1) = 1.$$

В описанном в п. 7.3.3 статистическом методе предполагается наличие корреляции между температурой атмосферы и результатами измерений, которые в данном случае представлены величинами T_a , описываемыми уравнением (7.148). Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} (\hat{T}_i - \bar{T}_i) &= \sum_j D_{ij} (\hat{T}_{aj} - \bar{T}_{aj}) = \sum_j D_{ij} [\hat{T}_{\tilde{\nu}_1} - (\hat{T}_{\tilde{\nu}_1} - \hat{T}_{a1}) a_j - \bar{T}_{aj}] = \\ &= \sum_{j \neq 1} D_{ij} \hat{T}_{\tilde{\nu}_1} - \hat{T}_{\tilde{\nu}_1} \sum_j D_{ij} a_j + \sum_j D_{ij} (\hat{T}_{a1} a_j - \bar{T}_{aj}), \end{aligned} \quad (7.149)$$

причем $T_{\tilde{\nu}_1}$ не определено уравнением (7.148), поэтому в первом члене $j = 2, \dots, 7$. В матричных обозначениях получаем

$$\hat{\mathbf{T}} = \mathbf{D}' \hat{\mathbf{T}}_{\tilde{\nu}_1} + \mathbf{R}, \quad (7.150)$$

где

$$\mathbf{R} = \bar{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}_{a1} \mathbf{D} \mathbf{a} - \mathbf{D} \bar{\mathbf{T}}_a,$$

а D' — матрица, первый столбец которой — Da , а остальные являются столбцами D . Итак, при реализации метода восстановления температуры приходится иметь дело с величинами, значения которых зависят главным образом от состояния атмосферы, а не поверхности. Таким образом, представляется, что этот метод можно использовать над сушей, океаном, а также над смешанными типами поверхностей. Матрицы D и R (см. уравнение (7.72)) могут быть определены на основании накопленных за многие годы данных зондирования атмосферы для широкого спектра метеоро-

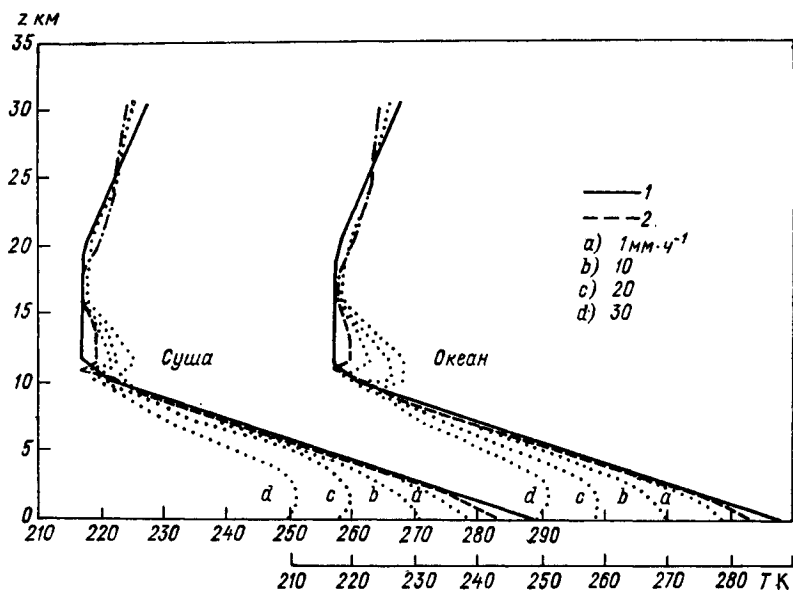


Рис. 7.14. Эксперимент по восстановлению гипотетического вертикального профиля температуры T над сушей и океаном с использованием статистического ковариационного метода.

1 — заданный (реальный) профиль, 2 — результат восстановления в безоблачной атмосфере.

логических условий, на основании которых можно рассчитать радиояркостные температуры для заданной стратификации атмосферы.

На рис. 7.14 показан пример восстановления профиля температуры с применением статистического ковариационного метода. Использован профиль температуры для стандартной атмосферы (весна/осень в средних широтах), а радиояркостные температуры, которые должны наблюдаться в семи каналах прибора SSM/T, рассчитаны теоретически. Пробный расчет выполнен для разных случаев над сушей и водной поверхностью. Из рисунка видно, что при восстановлении профиля температуры с помощью вышеописанной процедуры удалось чрезвычайно успешно избавиться от влияния эффектов поверхности. Показаны также результаты вос-

становления температуры при введении в атмосферу слоя дождящей облачности толщиной 2 км с высотой нижней границы 1 км при различной интенсивности осадков. Очевидно, что по мере увеличения интенсивности осадков температура поверхности восстанавливается все хуже. При наличии в поле зрения спутникового прибора плотной облачности или зон осадков следует ожидать больших ошибок в восстановленном профиле температуры даже при использовании микроволновых зондировщиков.

7.5 ЛИДАРНОЕ (ИЛИ РАДИОЛОКАЦИОННОЕ) ОБРАТНОЕ РАССЯНИЕ¹

Создание в 60-х годах лазера как источника энергии открыло широкие возможности для разработки методов дистанционного зондирования атмосферы. Лазерное излучение в оптическом диапазоне частот обладает высокой степенью монохроматичности и когерентности. С разработкой метода Q-переключения стало возможным генерировать очень короткие импульсы излучения высокой интенсивности. Признание рядом специалистов в области физики атмосферы (см., например, [17, 109]) перспективности использования коротких мощных лазерных импульсов способствовало развитию методов исследования рассеянного назад излучения с целью получения информации о составе и структуре облачности, аэрозолей, малых газовых составляющих атмосферы. Слово *лидар* (от light detection and ranging — обнаружение целей и измерение расстояния с использованием света), является буквенной аббревиатурой, образованной по аналогии со словом радар (радиолокатор, использующий энергию микроволнового излучения). Так, можно называть лидар лазерным радиолокатором. Со времени изобретения лазерного радиолокатора, который основан на использовании тех же самых принципов обратного рассеяния, что и микроволновый радиолокатор, были развиты методы пространственного картирования и определения концентрации частиц в атмосфере, исследования профилей плотности атмосферы и состава облачности. В последнее время развитие лидарных методов зондирования атмосферы уже дало ощутимые результаты. Эти методы включают использование многоволновых лидаров для определения содержания малых газовых составляющих методами дифференциального поглощения, доплеровских методов определения движения частиц и молекул, деполяризационных методов различения водяных и ледяных частиц в облаках. Кроме того, используется явление рамановского рассеяния, при котором для оценки содержания водяного пара выполняются измерения слабого рассеяния на смещенной длине волны. В соответствии

¹ Обстоятельное рассмотрение проблемы лидарного зондирования атмосферы содержится в книге: Зуев В. Е. Распространение лазерного излучения в атмосфере.— М.: Радио, 1981. (Прим. ред.)

с введенными ранее теориями рассеяния и переноса излучения мы представим исходное уравнение лидарного (радиолокационного) зондирования, которое является основополагающим для всех методов, связанных с явлением обратного рассеяния. Будут также обсуждены возможные трудности, с которыми сталкиваются исследователи при интерпретации данных измерений рассеянного назад излучения.

С учетом теории рассеяния, развитой в главе 5, плотность потока рассеянного излучения, рассчитанная на одну частицу или молекулу, может быть выражена следующим образом (см. уравнения (5.84), (5.111а, б), а также (3.65)):

$$F_{l,r}^s = F_{l,r}^i \frac{\sigma_s}{r^2} \frac{P_{2,1}(\Theta)}{4\pi}, \quad (7.151)$$

где l и r — составляющие излучения, соответственно параллельная и перпендикулярная плоскости рассеяния; r — расстояние, на котором происходит рассеяние; σ_s — поперечник рассеяния; $P(\Theta)$ — фазовая функция (индикатриса рассеяния). Для удобства последующих рассуждений опустим индексы при обозначении плотности потока и индикатрисы рассеяния; тогда плотность потока рассеянного назад излучения в расчете на одну частицу может быть записана в виде

$$F^s(\pi) = F^i \frac{\sigma_s}{r^2} \frac{P(\pi)}{4\pi}. \quad (7.152)$$

На данном этапе удобно ввести определение *поперечника обратного рассеяния* σ_π . Если умножить плотность потока падающего излучения на площадь, равную поперечнику обратного рассеяния σ_π , то можно получить полную мощность изотропного источника, рассеивающего в направлении назад столько же энергии, сколько и данный рассеиватель. Иначе говоря,

$$F^i \sigma_\pi = F^s(\pi) 4\pi r^2, \quad (7.153)$$

где $4\pi r^2$ — площадь поверхности сферы. Следовательно, поперечник обратного рассеяния можно выразить как

$$\sigma_\pi = \sigma P(\pi). \quad (7.154)$$

Пусть P_t — излучаемая мощность. Тогда выражение для плотности потока падающего излучения будет иметь вид

$$F^i = P_t / A_t, \quad (7.155)$$

где A_t — общая площадь сечения на расстоянии r . Если $A_{\text{пр}}$ — площадь апертуры приемника, то принятая мощность рассеянного назад излучения описывается как

$$P_{r_s} = F^s(\pi) A_{\text{пр}} = \frac{P_t}{A_t} \frac{\sigma P(\pi)}{4\pi r^2} A_{\text{пр}}. \quad (7.156)$$

С учетом выражения для объемного поперечника рассеяния (5.116) можно определить осредненный поперечник рассеяния:

$$\bar{\sigma}_s = \beta_s / N,$$

где N — счетная концентрация частиц. Тогда после выполнения интегрирования по спектру размеров частиц получаем осредненную мощность рассеянного назад излучения:

$$\bar{P}_{r_0} = P_t \frac{A_{\text{пр}}}{r^2} \frac{P(\pi)}{4\pi} \frac{\bar{\sigma}_s}{A_t}. \quad (7.157)$$

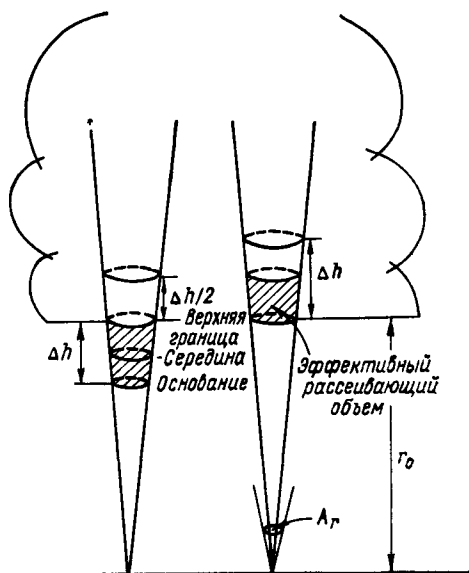


Рис. 7.15. Геометрия обратного рассеяния при использовании импульсной лидарной системы.
 r_0 — опорное расстояние.

Пусть длина излученного лидарной (или радиолокационной) системой импульса составляет Δh (рис. 7.15). В каждый данный момент времени лидарный приемник принимает энергию, рассеянную из элемента пространства, высота которого составляет половину длины импульса. Иначе говоря, рассеянный сигнал от нижнего фронта импульса возвращается одновременно с сигналом от той верхней части импульса, которая успела проделать путь вверх до точки рассеяния и обратно к нижнему фронту. Полное число частиц в эффективном рассеивающем объеме будет, таким образом, составлять $NA_t = \Delta h/2$. Используя определение объемного коэффициента рассеяния, можно теперь определить рассеянную назад мощность как

$$\bar{P}_{r_0} = P_t \frac{A_{\text{пр}}}{r^2} \frac{P(\pi)}{4\pi} \beta_s \frac{\Delta h}{2}. \quad (7.158)$$

При рассеянии назад импульс энергии претерпевает также и ослабление. С учетом закона Бэра—Буге—Ламберта, сформулиро-

ванного в п. 1.4.2, можно вывести выражение для истинной мощности рассеянного назад излучения на уровне приемника:

$$\bar{P}_{\text{пр}} = \bar{P}_{r_0} \exp \left\{ -2 \int_0^r \beta_e(r') dr' \right\}, \quad (7.159)$$

где коэффициент 2 учитывает эффект ослабления на обратном пути к приемнику, $r=0$ соответствует положению, в котором мощность составляет \bar{P}_{r_0} , а β_e — объемный коэффициент ослабления, включающий эффекты как рассеяния, так и поглощения. Вводя выражение (7.158) в (7.159), получаем уравнение для воспринимаемой приемником мощности рассеянного назад излучения:

$$\bar{P}_{\text{пр}}(r) = P_t \frac{A_{\text{пр}}}{r^2} \frac{P(\pi)}{4\pi} \beta_s \frac{\Delta h}{2} \exp \left\{ -2 \int_0^r \beta_e(r') dr' \right\}, \quad (7.160a)$$

где r — расстояние. Это исходное уравнение лидарной (или радиолокационной) локации, при выводе которого не учитывалось усиление ни передатчика, ни приемника. При описании соотношений, лежащих в основе лидарных или радиолокационных методов, принято выражать объемный коэффициент обратного рассеяния так же, как в формуле (7.154), т. е. $\beta\pi = P(\pi)\beta_s$. Таким образом, формула (7.160a) примет вид

$$\bar{P}_{\text{пр}}(r) = \frac{P_t A_{\text{пр}} \beta_\pi(r) \Delta h}{8\pi r^2} \exp \left\{ -2 \int_0^r \beta_e(r') dr' \right\}, \quad (7.160б)$$

где площадь апертуры приемника $A_{\text{пр}}$, излучаемая мощность P_t и длина импульса Δh — известные параметры, а расстояние r есть функция времени. Остаются, однако, два неизвестных параметра β_π и β_e , которые связаны с оптическими свойствами и концентрацией частиц и/или молекул. Если объемный коэффициент обратного рассеяния β_π и объемный коэффициент ослабления β_e связаны друг с другом не единственным образом, то невозможно оценить абсолютное значение информативности приходящего назад излучения.

Исходя из уравнения (3.64), при рэлеевском рассеянии в направлении назад индикатрису рассеяния для неполяризованного света можно описать выражением

$$P^P(\pi) = \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \pi) = 1,5.$$

Таким образом,

$$\beta_\pi^P = 1,5\beta_s^P.$$

Следовательно, отношение коэффициента обратного рассеяния к коэффициенту ослабления в этом случае есть постоянная величина, равная 1,5 и не испытывающая флуктуаций. Однако для

изолированной сферической частицы Ми индикатриса рассеяния зависит от параметра размера $2\pi a/\lambda$ и характеризуется сильным пиком рассеяния вперед (см. рис. 5.4). Величина $P^M(\pi)$ как функция параметра размера испытывает значительные колебания и обычно бывает меньше единицы. Если же имеется полидисперсная совокупность сфер, то подобные флуктуации в среднем выравниваются (см. рис. 5.11 и 5.12), и могут быть найдены приближенные значения величины $P^M(\pi)$, полезные в практических приложениях. Что касается жидкокапельных облаков, то, как правило,

$$\beta_{\pi}^M \approx 0,625 \beta_s^M.$$

Это соотношение является, как оказалось, разумным приближением и в случае сферических аэрозолей.

Описывающие рэлеевское рассеяние параметры известны и являются постоянными. Кроме того, предположим, что для частиц может быть найдено единственное соотношение между объемным коэффициентом обратного рассеяния и объемным коэффициентом ослабления. Тогда с помощью уравнения (7.160б) по данным о мощности непрерывно поступающего на приемник рассеянного назад излучения можно получить профиль объемного коэффициента рассеяния частиц. Эта операция может быть выполнена путем последовательного определения коэффициентов объемного ослабления по площади цели — начиная от края и кончая центром. В свою очередь коэффициенты объемного ослабления связаны с размерами и концентрацией аэрозолей и облачных частиц.

До сих пор при выводе уравнения лидарного зондирования мы пренебрегали влиянием поляризации. Согласно формуле (7.156), генерируемая мощность может уноситься излучением как с вертикальной, так и с горизонтальной поляризацией, причем приемник можно сконструировать таким образом, чтобы принимать и измерять обе составляющие. Это обеспечивает возможность получения дополнительной информации о характеристиках частиц. При рассеянии назад сферическими частицами состояние поляризации падающего излучения сохраняется, поскольку частицы обладают геометрической симметрией. И, наоборот, при рассеянии назад несферическими частицами, кроме излучения с исходной поляризацией, появляется поперечно поляризованная составляющая. Отношение поперечно поляризованной составляющей к составляющей, сохраняющей поляризацию падающего луча, называется *отношением деполяризации* при обратном рассеянии. Если учитывать лишь однократное рассеяние, то можно связать отношение деполяризации в приходящем обратно сигнале с отклонением формы частиц от сферической. Таким образом, была продемонстрирована возможность различения сферических капель воды и ледяных кристаллов неправильной формы путем оценки деполяризации. Информация о жидко-капельной и ледяной фазах имеет большое значение при исследованиях микроструктуры облачности, а также при проведении экспериментов по активным воздействиям на погоду. Одной из сложностей при интерпретации данных

экспериментов по обратному рассеянию и деполяризации является необходимость учета многократного рассеяния. При многократных актах рассеяния исходный электрический вектор переводится из начальной опорной плоскости в плоскость рассеяния и, таким образом, возникает частичная деполяризация. Вклад многократного рассеяния необходимо учитывать при экспериментах по исследованию обратного рассеяния на облачных частицах. Обычно он зависит от размеров угла поля зрения приемника. Хотя за последние десять лет в этой области был достигнут определенный прогресс, все еще необходимы дальнейшие исследования с целью количественной оценки эффектов многократного рассеяния.

УПРАЖНЕНИЯ

7.1. 1. Выведите формулу (7.9) из формул (7.7) и (7.8) и покажите, что

$$k = \pi (2\pi)^{v^*-2} \int_0^{\infty} C(h) dh \int_{x_1}^{x_2} \frac{Q_e(x) dx}{x^{v^*-1}},$$

где эффективность ослабления Q_e (см. формулу (5.94)) выражается через параметр размера x .

2. С помощью многоволнового радиометра выполняются измерения прямого солнечного излучения. Полученная из наблюдений на длинах волн 0,5 и 0,8 мкм оптическая толщина аэрозоля составляет 0,17 и 0,1 соответственно. Определите значение фактора формы контура v , если распределение частиц по размерам юнговское, а постоянная k известна.

7.2. Положив $M=N=2$, докажите справедливость формулы (7.60) на основании (7.58). Используя первые, вторые и третьи разности, выведите M -матрицы, аналогичные представленным в (7.61).

7.3. Рассмотрите уравнение Фредгольма первого рода:

$$g(k) = \int_0^1 e^{-kx} f(x) dx,$$

в котором ядро описывается простой экспоненциальной функцией. Пусть исконая функция задана и имеет вид

$$f(x) = x + 4x \left(x - \frac{1}{2}\right)^2.$$

1. Выведите аналитическое выражение для $g(k)$ и рассчитайте $g(k_i)$ (k_i находится в интервале $0, 10$), используя $\Delta k_i = 0,5$ ($i = 1, 2, \dots, 20$).

2. Выпишите указанное интегральное уравнение в виде суммы:

$$g(k_i) = \sum_{j=1}^{20} f(x_j) e^{-k_i x_j} \Delta x_j \quad (i = 1, 2, \dots, 20).$$

Пусть $\Delta x_i = 0,05$. Рассчитайте опять $g(k_i)$ и сравните результат с полученным при точном интегрировании.

3. Положим

$$A_{ij} = e^{-k_i x_j} \Delta x_j.$$

Вычислите $||A_{ij}||$, представляющую собой матрицу размерности (20×20) . Для восстановления $f(x_j)$ используйте метод прямого линейного обращения. Сравните полученные результаты с точными значениями.

Вертикальный профиль температуры и функций пропускания в шести каналах прибора РВПТ

Давление, гПа	Температура, К	Пропускание					
		1	2	3	4	5	6
0,8	270,7	0,9198	0,9817	0,9890	0,9922	0,9931	0,9968
1,4	265,0	0,8846	0,9733	0,9837	0,9891	0,9906	0,9953
2,1	256,4	0,8429	0,9637	0,9777	0,9861	0,9879	0,9940
3,1	248,3	0,7979	0,9508	0,9704	0,9817	0,9848	0,9925
4,4	241,9	0,7520	0,9344	0,9612	0,9783	0,9810	0,9906
5,9	238,2	0,7061	0,9139	0,9497	0,9732	0,9763	0,9885
7,9	235,0	0,6591	0,8890	0,9358	0,9670	0,9709	0,9859
10,3	232,7	0,6094	0,8591	0,9188	0,9597	0,9645	0,9828
13,1	228,8	0,5562	0,8239	0,8980	0,9506	0,9570	0,9790
16,5	226,3	0,5001	0,7831	0,8740	0,9403	0,9485	0,9747
20,4	222,5	0,4423	0,7369	0,8470	0,9290	0,9392	0,9701
24,9	221,1	0,3840	0,6853	0,8168	0,9167	0,9290	0,9652
30,2	219,5	0,3266	0,6291	0,7831	0,9033	0,9180	0,9600
36,1	219,0	0,2716	0,5691	0,7458	0,8887	0,9065	0,9546
42,9	218,5	0,2203	0,5064	0,7051	0,8728	0,8945	0,9489
50,5	217,9	0,1738	0,4424	0,6609	0,8555	0,8821	0,9431
59,1	217,4	0,1329	0,3785	0,6136	0,8366	0,8695	0,9370
68,6	216,8	0,0980	0,3160	0,5638	0,8162	0,8567	0,9307
79,2	217,3	0,0693	0,2563	0,5119	0,7941	0,8437	0,9241
90,9	218,0	0,0468	0,2008	0,4584	0,7699	0,8304	0,9173
103,8	218,8	0,0299	0,1510	0,4043	0,7436	0,8163	0,9101
117,9	219,7	0,0179	0,1080	0,3508	0,7152	0,8029	0,9026
133,3	220,7	0,0100	0,0727	0,2988	0,6847	0,7884	0,8946
150,2	221,7	0,0052	0,0456	0,2496	0,6520	0,7731	0,8861
168,5	222,6	0,0024	0,0264	0,2042	0,6175	0,7570	0,8771
188,4	223,6	0,0010	0,0139	0,1634	0,5812	0,7397	0,8674
209,9	225,2	0,0004	0,0066	0,1275	0,5431	0,7212	0,8569
233,1	227,5	0,0001	0,0028	0,0968	0,5033	0,7011	0,8454
258,0	229,7	0,0000	0,0011	0,0711	0,4615	0,6792	0,8325
284,8	230,2	0,0000	0,0004	0,0508	0,4195	0,6561	0,8187
313,6	231,8	0,0000	0,0001	0,0354	0,3782	0,6321	0,8043
344,3	232,8	0,0000	0,0000	0,0237	0,3365	0,6064	0,7883
377,2	234,2	0,0000	0,0000	0,0151	0,2940	0,5782	0,7701
412,2	235,5	0,0000	0,0000	0,0090	0,2514	0,5475	0,7493
449,5	236,9	0,0000	0,0000	0,0050	0,2099	0,5142	0,7253
489,2	241,6	0,0000	0,0000	0,0026	0,1706	0,4785	0,6992
531,2	245,4	0,0000	0,0000	0,0012	0,1343	0,4402	0,6687
575,8	249,0	0,0000	0,0000	0,0005	0,1017	0,3993	0,6326
623,1	252,8	0,0000	0,0000	0,0002	0,0740	0,3565	0,5917
673,0	256,8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0516	0,3127	0,5467
725,7	260,5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0346	0,2689	0,4983
781,3	263,9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0221	0,2261	0,4476
839,9	267,5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0134	0,1852	0,3952
901,5	272,1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0076	0,1456	0,3371
966,3	277,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0039	0,1064	0,2682
1019,8	279,5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0019	0,0770	0,2099

4. Снова выполните обращение, используя линейный ограниченный метод (7.62), а сглаживающий параметр положите равным -1 и 10^{-7} . Сравните полученные значения с точными значениями.¹

7.4. С использованием заданных в прилагаемой таблице вертикальных профилей температуры и пропускания в шести каналах прибора РВПТ (669,0; 676,7; 694,7; 708,7; 723,6 и 746,7 см⁻¹) выполните следующие задания.

1. Рассчитайте и постройте весовые функции $\Delta \mathcal{F}_\nu / \rho / \Delta \ln p$ в зависимости от давления в логарифмическом масштабе. Определите физический смысл весовой функции.

2. Предположив, что вычисленные энергетические яркости излучения — величины, наблюдавшиеся с помощью прибора РВПТ с борта спутника НУОА-4, восстановите по этим энергетическим яркостям профиль температуры с использованием описанного в п. 7.3.4 метода релаксации. В промежутках между восстановленными значениями температуры используйте линейную интерполяцию, а для верхнего слоя и поверхности воспользуйтесь значением истинной температуры. Постройте восстановленный профиль температуры в логарифмическом масштабе и сравните его с профилем истинной температуры.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Derr, V. E., Ed. (1972). *Remote Sensing of the Troposphere. Supt. of Documents*, US Govt. Printing Office, Washington, D. C. (В книге содержатся обзорные статьи по разнообразным вопросам пассивного и активного дистанционного зондирования.)

Fymat, A. L., and Zuev, V. E., Eds. (1978). *Remote Sensing of the Atmosphere: Inversion Methods and Applications*. Elsevier, New York. (Собраны статьи, отражающие современное состояние исследований по проблемам дистанционного зондирования, связанным с определением профилей температуры, состава атмосферы и распределения аэрозолей по размерам.)

Hinkley, E. D., Ed. (1976). *Laser Monitoring of the Atmosphere*. Springer-Verlag, New York (Хинкли Э. Д. Лазерный контроль атмосферы.— М., 1979). (Содержатся обзорные статьи, касающиеся накопленного опыта и современного состояния знаний в области активного лидарного дистанционного зондирования.)

Rodgers, C. D. (1976). Retrieval of atmospheric temperature and composition from remote measurements of thermal radiation. *Rev. Geophys. Space Phys.* 14, 609—624. (Дан исчерпывающий обзор различных обратных методов.)

Twomey, S. (1977). Introduction to the Mathematics of Inversion in Remote Sensing and Indirect Measurements. Elsevier, New York. (Представлена основополагающая теория и дополнительные материалы по методам решения обратных задач дистанционного зондирования.)

¹ Для выполнения задания требуются элементарные навыки программирования.

Глава 8

РАДИАЦИОННАЯ КЛИМАТОЛОГИЯ

8.1 ОБЗОР РАБОТ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ РАДИАЦИОННОГО БАЛАНСА СИСТЕМЫ ЗЕМЛЯ—АТМОСФЕРА¹

Понятие о радиационном балансе системы Земля—атмосфера восходит к работе Симпсона 1928 г., которая была основана на очень многих упрощающих предположениях и весьма скудных данных по переносу излучения. Лишь в 1954 г. Хотон [51] выполнил всеобъемлющие расчеты годового баланса тепла северного полушария. Для расчетов плотности потока инфракрасного излучения на верхней границе атмосферы Хотон использовал описанную в главе 4 радиационную номограмму Эльзассера, а для оценки количества солнечной радиации, достигающей подстилающей поверхности,—наблюдения на сети пиргелиометрических станций. Рэлеевское рассеяние, а также поглощение водяным паром и углекислым газом учитывались с помощью довольно грубых параметризаций. В то же время поглощением озоном пренебрегалось. Именно Хотон впервые выполнил полезные расчеты средних зональных значений альbedo поверхности. Используя имевшуюся информацию об альbedo облачности, он получил в результате вычислений близкие к истинным средние годовые значения альbedo полушарий и зонально осредненные альbedo широтных поясов. Оценка глобального альbedo составила 0,34.

В 1951 г. Лондон развил модель радиационного баланса северного полушария, которая впервые включала данные о вертикальном, широтном и сезонном распределении радиационного нагревания и выхолаживания, а также о вертикальном распределении плотностей потоков солнечного и теплового инфракрасного излучения. Для расчетов плотности потока теплового инфракрасного излучения снова была использована радиационная номограмма Эльзассера, а для расчетов поглощения и рассеяния солнечного

¹ См. также Кондратьев К. Я. Радиационный баланс Земли, аэрозоль и облачность.— М.: ВИНТИ, 1983. (Прим. ред.)

излучения водяным паром и аэрозолями — эмпирические выражения. Влияние озона и углекислого газа в расчетах не учитывалось. Что касается характеристик облаков, то использовались данные о распределении по высоте и характерной толщине для шести типов облачности, а также климатологические величины балла облачности по 10-градусным широтным поясам. Согласно Лондону, глобальное альbedo составляло 0,35.

Дэвис [23] представил данные о тепловом балансе атмосферы, а также результаты расчетов плотности полного потока тепла с поверхности в атмосферу в широтном поясе 20—70° с. ш. Скорости инфракрасного выхолаживания были рассчитаны с использованием значений потоковых пропусканий, рассчитанных в нескольких различных приближениях. Для расчета скоростей радиационного нагревания солнечным излучением использовались эмпирические соотношения, описывающие поглощение водяным паром, углекислым газом и озоном. Однако рассеянием излучения облаками и аэрозолями в описанном исследовании пренебрегалось.

Очень детальная модель радиационного баланса Катаяма [61] для тропосферы северного полушария включала широтные, зональные и полусферные распределения радиационного нагревания и давала исчерпывающий анализ баланса различных видов энергии. Для расчета потоков теплового инфракрасного излучения использовались графические методы и радиационная номограмма Ямамото. В инфракрасной области спектра облачность считалась абсолютно черной, за исключением перистых облаков, которые рассматривались как серые. При расчетах в солнечном участке спектра Катаяма использовал эмпирические соотношения, проинтегрированные по всему спектральному диапазону и учитывающие поглощение водяным паром, рэлеевское рассеяние, отражение облачностью и ослабление пылью. Эффекты рассеяния облачностью и аэрозолям учитывались с помощью упрощенных приближений. Вначале Катаяма получил значение глобального альbedo, равное 0,374. Для того чтобы учесть поглощение стратосферным озоном, которое в явном виде не рассматривалось, он вычел из этого значения 2,8 % значения плотности потока падающего солнечного излучения и получил правильное значение 0,346. Эта цифра очень близка к значениям 0,34 и 0,35, полученным Хотонном и Лондоном соответственно. Кроме того, Катаяма вывел полезные широтные распределения средних зональных значений альbedo для северного полушария за январь и июль.

Роджерс [102] рассмотрел пояс 0—70° с. ш. и рассчитал для него баланс радиационной энергии в атмосфере на уровне 1000—10 гПа для января, апреля, июля и октября. В данной работе использовались параметрические соотношения как для солнечной, так и для инфракрасной области спектра. Для описания поглощения водяным паром и углекислым газом использовалась модель случайной полосы Гуди и приближение Куртиса—Годсона (см. главу 4). Роджерс принимал, что вся облачность в инфракрасном

диапазоне абсолютно черная, за исключением перистой, степень черноты которой составляла, по мнению этого автора, 50 %. В диапазоне солнечного спектра он использовал простой метод прослеживания луча от верхней границы атмосферы до окончания его пути (в атмосфере, на поверхности или вплоть до ухода обратно в космическое пространство). Для облачности во всем диапазоне солнечного спектра был принят единый коэффициент поглощения. Аэрозоли, однако, при анализе не учитывались.

Радиационный баланс южного полушария оставался в значительной степени без внимания, пока Сасамори и др. [106] не осуществили свои всеобъемлющие расчеты. При проведении исследования авторы в целом придерживались методик Хотона, Лондона и Китаямы. Расчеты распределения плотностей потоков излучения по вертикали сводились к использованию формул для плотности восходящего потока на верхней границе атмосферы и нисходящего потока на нижней границе. В связи с этим в работе не были представлены вертикальные распределения радиационных параметров. Данные о распределении количества облаков были заимствованы из работ, выполненных ко времени описываемого исследования. Из-за недостатка данных для южного полушария были вновь использованы принятые Лондоном значения высот верхних границ и оснований облаков. Сасамори и др. сравнили свои результаты с расчетами других исследователей, а также с данными спутниковых наблюдений. Значение глобального альбедо, полученное этими авторами для южного полушария, составило 0,347.

Доплик [28] получил данные о радиационном нагревании глобальной атмосферы и в своей работе описал значения средних месячных и средних годовых скоростей радиационного нагревания в форме широтных разрезов. Кроме того, он представил средние сезонные профили вклада каждой составляющей в общее нагревание атмосферы. В расчетах переноса излучения в инфракрасной области наряду с приближением Куртиса—Годсона была использована модель случайной полосы Гуди, а при описании пропускания водяным паром — учтено и поглощение в континууме. Для определения скоростей солнечного радиационного нагревания использовались эмпирические подгонки наблюдаемого поглощения в полосах. Рассматривались три класса распределений облачности, полученных преимущественно на основании данных спутниковых наблюдений. Однако рассеяние излучения облачностью, а также рассеяние и поглощение аэрозолями не учитывалось.

Хант [55] обратился к проблеме чувствительности различных составляющих радиационного баланса к изменениям свойств облачности. Для расчета чувствительности радиационного нагревания и выхолаживания к изменениям пространственных характеристик облачного покрова, а также радиационных свойств облачности использовалась модельная атмосфера с зональным осреднением как по северному, так и по южному полушарию и простая

модель радиационного переноса того же типа, что и применяемые в моделях общей циркуляции атмосферы.

Позднее Фримен и Лиоу [34] построили всеобъемлющую модель радиационного баланса атмосферы, основанную на строгих методах расчета переноса излучения как в солнечном, так и в тепловом инфракрасном участке спектра и предназначенную для исследования влияния на климат увеличения количества перистых облаков. Особое внимание было уделено эффектам рассеяния излучения облачностью и аэрозолями. Некоторые результаты расчетов этих авторов анализируются в п. 8.4.

Результаты спутниковых наблюдений глобального радиационного баланса были опубликованы Вондер Хааром и Суоми [131]. В этом исследовании описаны три очень важные составляющие радиационного баланса. Они включают плотности потока отраженного солнечного излучения, поглощенного потока солнечного излучения, а также потока уходящего теплового инфракрасного излучения на верхней границе атмосферы. Были рассмотрены межсезонные и междугодовые широтные вариации, а также глобальное географическое распределение указанных составляющих. Помимо уже перечисленных работ, важные исследования радиационного баланса на основании данных спутниковых измерений были выполнены Уинстоном [136], Рашке и Бандином [97], а позднее Рашке и др. [98], Смитом и др. [114].

В данной главе обсуждаются результаты широкополосных радиационных наблюдений, а также исследований радиационного баланса со спутников. В ней рассматриваются данные исследований радиационного баланса широтных зон земного шара, а также анализируется вклад радиационной составляющей в глобальный баланс энергии. Кроме того, приводятся некоторые важные результаты исследований радиационного баланса, которые включают оценки нагревания и выхолаживания в атмосфере, а также полного радиационного баланса на уровнях верхней границы атмосферы и подстилающей поверхности. В заключение обсуждаются простые радиационные модели и модели климата.

8.2 ШИРОКОПОЛОСНЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ СО СПУТНИКОВ

8.2.1 Висконсинские датчики низкого разрешения

На спутниках первого поколения (типа «Тайрос») были установлены так называемые висконсинские датчики, разработанные Суоми и подробно описанные им [119]. Прибор состоит из пары черных и белых сферических приемников, в которых для измерения собственной температуры применены термисторы. После того как обе половины пары начинают подвергаться воздействию различных типов электромагнитного излучения, включая поток прямой солнечной радиации, поток коротковолнового солнечного излу-

чения, отраженного от Земли и атмосферы, и поток длинноволнового теплового инфракрасного излучения, испущенного Землей и атмосферой, каждый приемник достигает состояния радиационного равновесия. Предполагается, что поглощательная способность черного приемника $A_ч$ одинакова как в коротковолновом, так и в длинноволновом диапазонах. В то же время поглощательная способность белого приемника в коротковолновом и длинноволновом диапазонах составляет $A_б^{KB}$ и $A_б^{ДВ}$ соответственно.

Пусть температуры, измеренные черным и белым датчиками, составляют $T_ч$ и $T_б$ соответственно. На основании законов Стефана—Больцмана и Кирхгофа (см. главу 1) уравнения радиационного равновесия для обоих датчиков могут быть выражены соотношениями

$$4\pi r^2 A_ч \sigma T_ч^4 = \pi r^2 A_ч (F_0 + F'_{KB} + F'_{ДВ}) \quad (8.1)$$

и

$$4\pi r^2 A_б^{ДВ} \sigma T_б^4 = \pi r^2 [A_б^{KB} (F_0 + F'_{KB}) + A_б^{ДВ} F'_{ДВ}]. \quad (8.2)$$

Эти два уравнения показывают, что энергия, излученная в единицу времени, равна энергии, поглощенной в единицу времени, причем $4\pi r^2$ и πr^2 представляют собой излучающую и поглощающую площади двух сферических приемников, каждый радиусом r . Плотности потоков отраженного коротковолнового и длинноволнового излучения для сферических приемников определяются выражениями

$$F'_{KB} = \int_0^{\Omega} I_{KB} d\Omega, \quad F'_{ДВ} = \int_0^{\Omega} I_{ДВ} d\Omega, \quad (8.3)$$

где Ω — телесный угол, под которым приемник «видит» Землю; I_{KB} и $I_{ДВ}$ — плотности лучистой энергии, отраженной и испущенной Землей; F_0 — плотность потока прямого солнечного излучения.

Решая вышеприведенные уравнения относительно суммы плотностей потоков коротковолновой и длинноволновой радиации, получаем

$$F_0 + F'_{KB} = [4\sigma A_б^{ДВ} / (A_б^{ДВ} - A_б^{KB})] (T_ч^4 - T_б^4), \quad (8.4)$$

и

$$F'_{ДВ} = [4\sigma / (A_б^{ДВ} - A_б^{KB})] (A_б^{ДВ} T_ч^4 - A_б^{KB} T_б^4). \quad (8.5)$$

Плотность потока прямого солнечного излучения F_0 может быть оценена из солнечной постоянной, которая определяется до эксперимента.

Для того чтобы вывести из измеренных величин, которые описываются уравнениями (8.3), плотность потока отраженного солнечного излучения, а также плотность потока уходящего теплового инфракрасного излучения, необходимо проделать описываемые ниже выкладки. В соответствии с определением плотности

потока излучения, используя допущение изотропности (см. главу 1), можно описать плотность потока отраженного солнечного излучения:

$$F_{\text{КВ}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\text{КВ}}(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi = \pi I_{\text{КВ}}.$$

Таким образом, планетарное альbedo r может быть выражено как

$$r = \pi I_{\text{КВ}} / (F_0 \cos \theta_0), \quad (8.6)$$

где в знаменателе плотность потока солнечного излучения, достигающего верхней границы плоскопараллельной атмосферы при нормальном падении лучей. На основании соотношений (8.3) и (8.6) имеем

$$F'_{\text{КВ}} = \frac{F_0}{\pi} \int_{\Omega} r \cos \theta_0 d\Omega. \quad (8.7)$$

Поскольку $\cos \theta_0$ незначительно изменяется в пределах площади, обозреваемой спутником, определим среднее планетарное альbedo по полю зрения как

$$\bar{r} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} r d\Omega, \quad (8.8)$$

откуда следует, что

$$\bar{r} = \pi F'_{\text{КВ}} / (F_0 \cos \theta_0 \Omega). \quad (8.9)$$

Аналогичным образом при допущении изотропности плотность потока уходящего инфракрасного теплового излучения описывается выражением

$$F_{\text{ДВ}} = \pi I_{\text{ДВ}} = \sigma T_3^4, \quad (8.10)$$

где T_3 — эквивалентная температура абсолютно черного тела для системы Земля—атмосфера. Определив среднюю эквивалентную температуру абсолютно черного тела по полю зрения в виде

$$\overline{T_3^4} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} T_3^4 d\Omega, \quad (8.11)$$

получим

$$\overline{T_3^4} = \pi F'_{\text{ДВ}} / (\sigma \Omega). \quad (8.12)$$

Телесный угол, под которым датчик видит Землю, показан на рис. 8.1 (см. упражнение 1.2) и описывается выражением

$$\Omega = 2\pi \left[1 - \frac{(2a_3 h + h^2)^{1/2}}{a_3 - h} \right]. \quad (8.13)$$

Таким образом, среднее планетарное альbedo \bar{r} и эквивалентная температура абсолютно черного тела $T_э$ могут быть оценены по показаниям белого и черного датчиков, которые измеряют плотности потоков $F'_{кв}$ и $F'_{дв}$. Средняя плотность потока отраженного солнечного излучения, а также плотность потока уходящего теплового инфракрасного излучения могут теперь быть выражены в зависимости от места и времени:

$$\bar{F}_{кв} = \bar{r}F_0 \cos \theta_0 \quad (8.14)$$

и

$$\bar{F}_{дв} = \sigma \bar{T}_э^4. \quad (8.15)$$

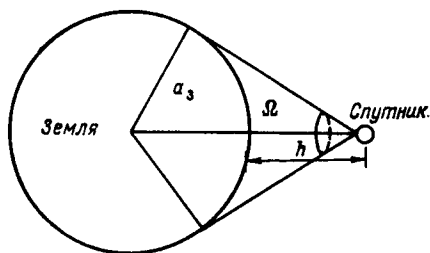


Рис. 8.1. Определение телесного угла для системы Земля—спутник.

Методы осреднения по времени и пространству будут обсуждены ниже.

8.2.2 Сканирующий радиометр среднего разрешения

Определение радиационного баланса с борта искусственных спутников первого поколения основывалось на использовании радиометров, которые сами осуществляли интегрирование. Пространственный охват при этом обычно бывал весьма велик, и для того, чтобы оценить по этим данным плотности потоков отраженного солнечного и уходящего теплового инфракрасного излучения, требовалось вводить допущение об изотропности излучения. Сканирующие радиометры среднего разрешения, устанавливаемые на борту спутников серии «Нимбус», представляют собой улучшенный вариант прибора для исследований радиационного баланса. Сканирующий радиометр позволяет анализировать радиационный баланс при большем пространственном разрешении на площади около 250×250 км (см., например, [97]). К тому же некоторые характеристики анизотропности радиационного поля атмосферы учитываются в процессе обработки данных наблюдений. Ниже приведено описание методов оценки, с помощью которых определяются плотности потоков отраженного солнечного и теплового инфракрасного излучения.

Средняя за сутки плотность потока отраженного солнечного излучения определяется как

$$F_{\text{КВ}}(\lambda, \psi) = \int_{\text{день}} F_{\text{КВ}}[\lambda, \psi; \theta_0(t)] dt = \\ = \int_{\text{день}} dt \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\text{КВ}}[\lambda, \psi; \theta, \varphi; \theta_0(t)] \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (8.16)$$

где λ и ψ — широта и долгота соответственно. В заданной точке (λ, ψ) широкополосный сканирующий радиометр измеряет интенсивность рассеянного излучения (количество энергии в единицу времени в единичном телесном угле на единицу площади), зависящую от зенитного и азимутального углов, под которыми уходит излучение, а также от положения Солнца, определяемого зенитным углом Солнца θ_0 (см. рис. 6.2).

Поскольку сканирующий радиометр воспринимает отраженное солнечное излучение только при заданном угле сканирования, то для оценки суммарной плотности отраженного потока требуются некоторые эмпирические подгонки. Определим эмпирическую функцию анизотропного рассеяния как

$$X(\theta, \varphi; \theta_0) = \\ = F_{\text{КВ}}(\theta_0) / [\pi I_{\text{КВ}}(\theta, \varphi; \theta_0)]. \quad (8.17)$$

До начала спутниковых экспериментов можно определить

функцию X на основании самолетных и аэростатных наблюдений в заранее выбранных районах. Рашке и Бандин [97] вывели эмпирическую функцию X для зенитных углов Солнца 35 — 60° (рис. 8.2). После того как определены значения X и сделано предположение о том, что они не зависят от площади, можно оценить среднюю за сутки плотность потока отраженного солнечного излучения по формуле

$$F_{\text{КВ}}(\lambda, \psi) = \int_{\text{день}} X[\theta, \varphi; \theta_0(t)] \pi I_{\text{КВ}}[\lambda, \psi; \theta, \varphi; \theta_0(t)] dt. \quad (8.18)$$

Следовательно, среднее за сутки планетарное альbedo теперь можно определить как

$$r(\lambda, \psi) = F_{\text{КВ}}(\lambda, \psi) / Q(\lambda), \quad (8.19)$$

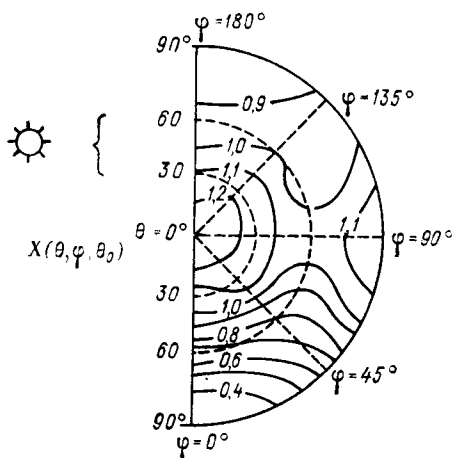


Рис. 8.2. Зависимость эмпирической функции анизотропного рассеяния X от зенитного угла θ и азимутального угла φ . По Рашке и Бандину [97], с изменениями.

где суточная инсоляция (см. главу 2) описывается выражением

$$Q(\lambda) = \int_{\text{день}} F_0 \cos \theta_0(t) dt. \quad (8.20)$$

Аналогичным образом мы можем определить эмпирическую функцию для уходящего инфракрасного излучения. Поскольку обычно принимается, что угловое распределение уходящего инфракрасного излучения не зависит от азимута и отсутствует также зависимость от положения Солнца, эту функцию можно записать в виде

$$X(\theta) = F_{\text{дв}} / [\pi I_{\text{дв}}(\theta)]. \quad (8.21)$$

Она также должна определяться до начала спутниковых экспериментов. Таким образом, среднюю за сутки плотность потока инфракрасного излучения можно оценить по формуле

$$\begin{aligned} F_{\text{дв}}(\lambda, \psi) &= \int_{\text{день}} F_{\text{дв}}(\lambda, \psi; t) dt = \\ &= 2\pi \int_{\text{день}} dt \int_0^{\pi/2} I_{\text{дв}}(\lambda, \psi; \theta; t) \cos \theta \sin \theta d\theta = \\ &= \pi \int_{\text{день}} X(\theta) I_{\text{дв}}(\lambda, \psi; \theta; t) dt. \end{aligned} \quad (8.22)$$

Отметим, что излучение, измеренное сканирующим радиометром, обычно приводится к нулевому надирному углу ($\theta = 0^\circ$).

Теперь, используя соотношения (8.19), (8.20) и (8.22), можно записать в явном виде уравнение радиационного баланса. В данной точке на широте λ и долготе ψ средний за сутки полный баланс плотностей потоков излучения может быть выражен как

$$R(\lambda, \psi) = Q(\lambda)[1 - r(\lambda, \psi)] - F_{\text{дв}}(\lambda, \psi). \quad (8.23)$$

Для того чтобы найти зонально осредненные значения, выполним интегрирование по долготе и получим

$$R(\lambda) = Q(\lambda)[1 - \bar{r}(\lambda)] - F_{\text{дв}}(\lambda), \quad (8.24)$$

где выражение для оператора $R(\lambda)$ имеет вид

$$R(\lambda) = \int R(\lambda, \psi) d\psi / \Delta\psi.$$

Глобальное значение может быть далее оценено путем выполнения интегрирования по широте:

$$\bar{R} = \bar{Q}(1 - \bar{r}) - \bar{F}_{\text{дв}}, \quad (8.25)$$

причем оператор $(\bar{\quad})$ имеет следующий смысл:

$$(\bar{\quad}) = \int_{\lambda} \int_{\psi} (\quad) d\psi d\lambda / (\Delta\psi \Delta\lambda).$$

Наконец, можно выполнить интегрирование по времени и получить средние месячные и средние годовые значения радиационного баланса.

8.3 ИССЛЕДОВАНИЯ РАДИАЦИОННОГО БАЛАНСА ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

8.3.1 Радиационный баланс земного шара

На рис. 8.3—8.5 представлены карты средних годовых значений планетарного альbedo, уходящего инфракрасного излучения и радиационного баланса, полученных на основании спутниковых данных с 1962 по 1965 г. На рис. 8.3 приведена карта планетарного альbedo. На рисунке виден резкий контраст между значениями планетарного альbedo в высоких и средних широтах северного и южного полушарий выше 30-й параллели. Вследствие более простого распределения суши и моря в южном полушарии наблюдается зональный ход изолиний альbedo. Наиболее высокие значения альbedo в тропиках получены над пустынями, такими, как Сахара, в зонах конвективной облачности над Центральной Африкой и над теми акваториями океана, где наблюдается конвергенция (например, в восточной части экваториальной зоны Тихого океана). Среднее распределение облачности, а также снежных и ледяных полей являются преобладающими факторами, определяющими высокие значения альbedo.

Средние за год радиационные потери за счет длинноволнового излучения в системе Земля—атмосфера показаны на рис. 8.4. Региональное распределение длинноволнового излучения, покидающего систему Земля—атмосфера, определяется прежде всего средней эффективной температурой. Распределение длинноволнового излучения в северном и южном полушариях примерно одинаково. Полярные области отражают значительную долю приходящего солнечного излучения, и потому локальный уровень уходящего длинноволнового излучения снижается. В низких широтах существует обратная связь между альbedo и длинноволновым излучением, обусловленная тем, что мощный облачный покров в некоторой степени экранирует излучение, идущее от более теплой поверхности. Исключение составляет Северная Африка, где высокие значения альbedo обусловлены сильным отражением от поверхности пустыни Сахары, однако в то же время относительно сухая и безоблачная атмосфера над Сахарой пропускает мощное длинноволновое излучение, идущее от нагретой поверхности.

На рис. 8.5 представлены приходная и расходная части радиационного баланса, рассчитанные при значении солнечной постоянной $1400 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. Почти во всей зоне от 40° с. ш. до 40° ю. ш. имеет место общий радиационный приток тепла. С обеих сторон этой зоны наблюдается радиационный сток тепла, углубляющийся по мере приближения к полюсам. Самые большие минимумы ра-

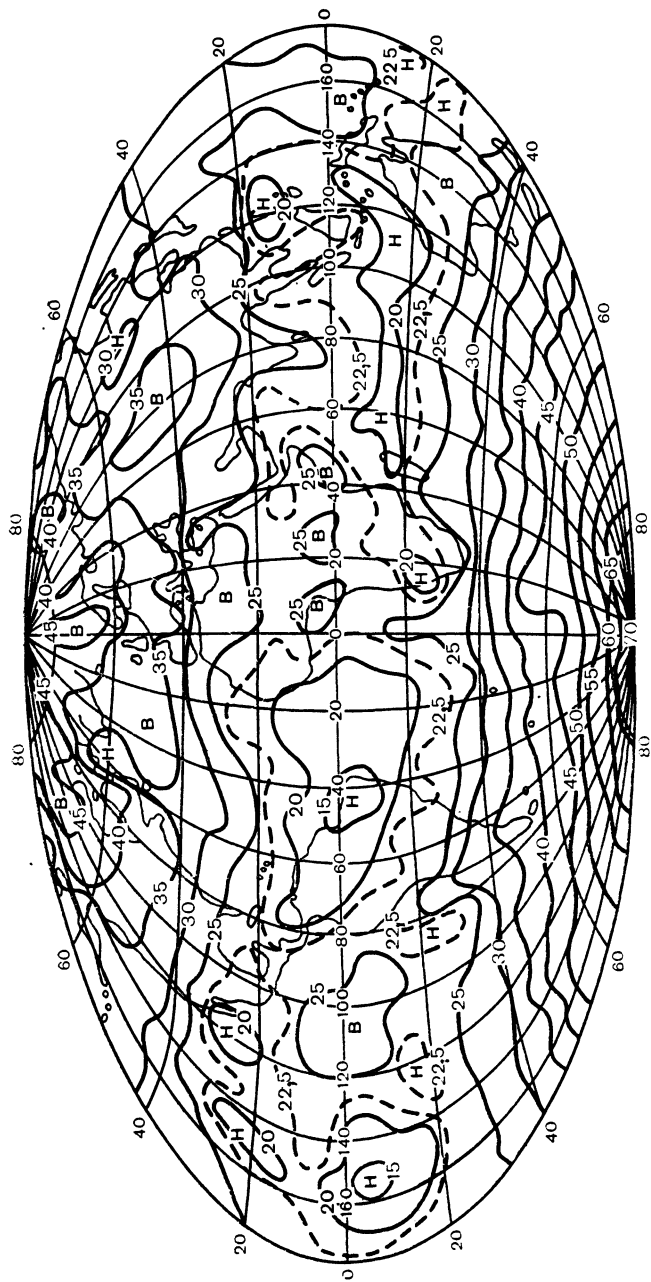


Рис. 8.3. Среднее годовое распределение планетарного альbedo. По Вондер Хаару и Суоми [131].

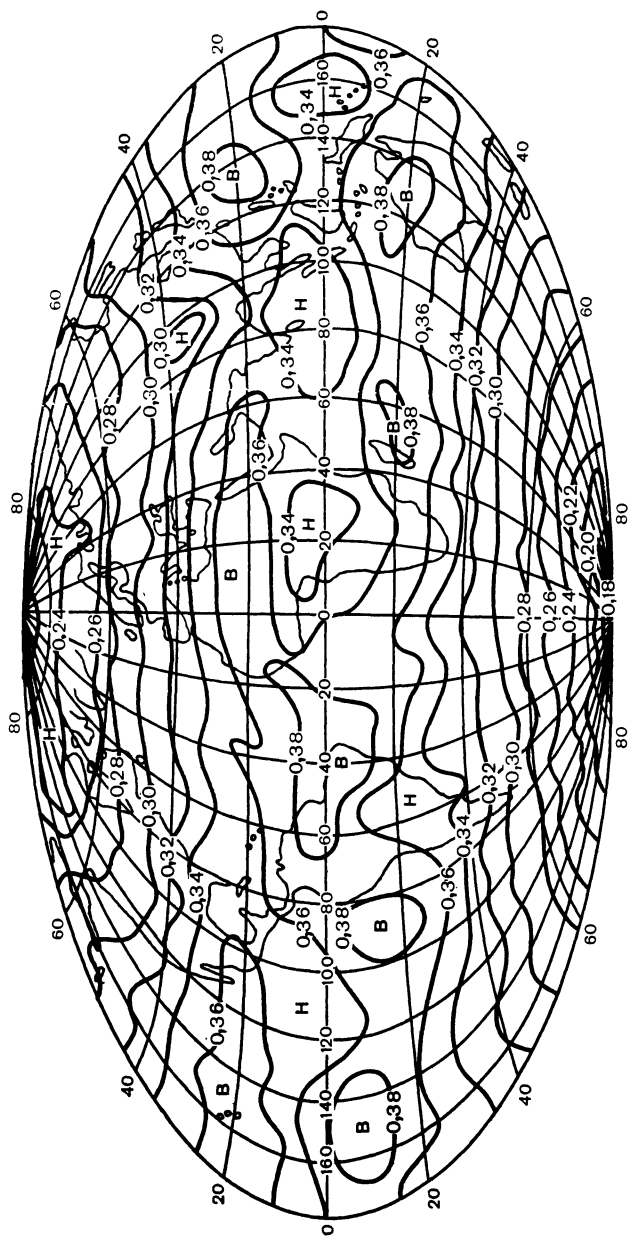


Рис. 8.4. Среднее годовое распределение длинноволновой радиации. По Вондер Хаару и Суоми [131].

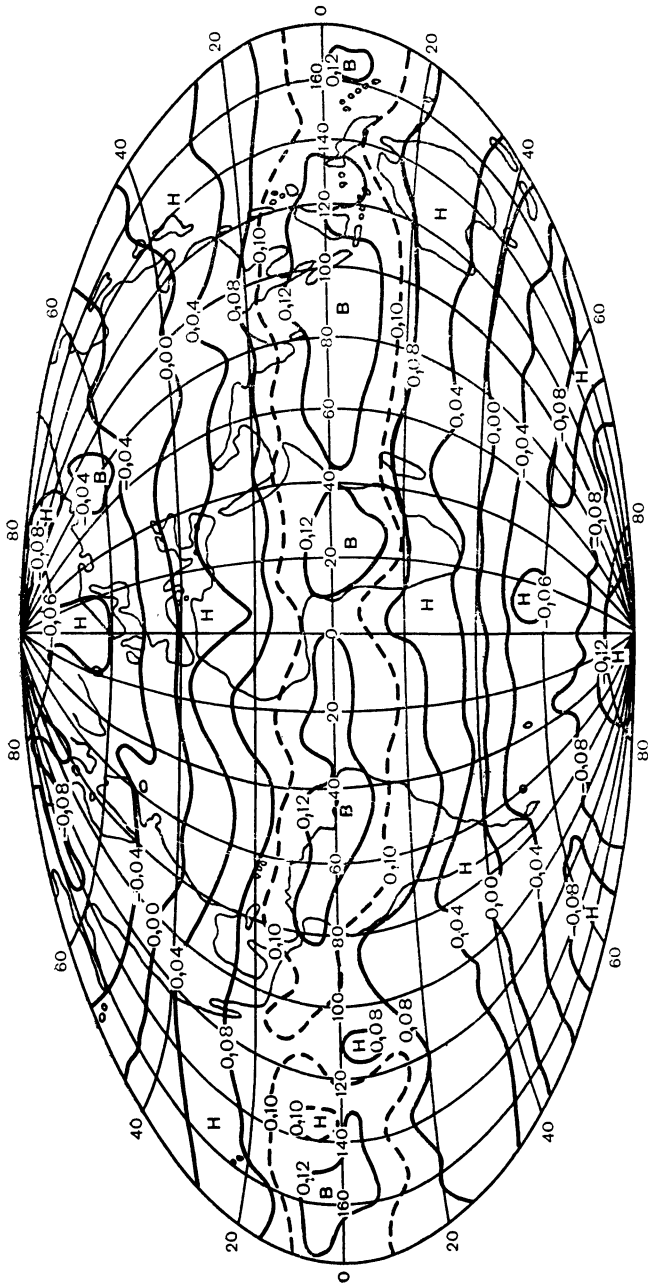


Рис. 8.5. Среднее годовое распределение радиации при значении солнечной постоянной $2 \text{ кал. см}^{-2} \cdot \text{мин}^{-1}$. По Вондер Хаару и Суоми [131].

диационного баланса в тропиках приходится на районы океанов к западу от Южной Америки и Африки. Здесь низкие яркие теплые облака хорошо отражают солнечное излучение и к тому же интенсивно излучают в инфракрасной области спектра. Максимумы радиационного баланса находятся над безоблачными районами океана. Отметим, что карта радиационного баланса рассчитана для средних годовых условий, и поэтому все суточные и даже сезонные аномалии в значительной степени сглажены. Однако даже в этом случае прослеживается четкое распределение источников и стоков радиационной энергии в низких широтах. В высоких широтах зональный ход распределения выражен более отчетливо, в то время как в тропиках изменения положения источников излучения с долготой представляются незначительными.

8.3.2 Радиационный баланс широтных поясов

Опираясь на данные продолжительных измерений радиационного баланса Земли с борта метеорологических спутников США первого поколения (типа «Тайрос») и второго поколения (типа

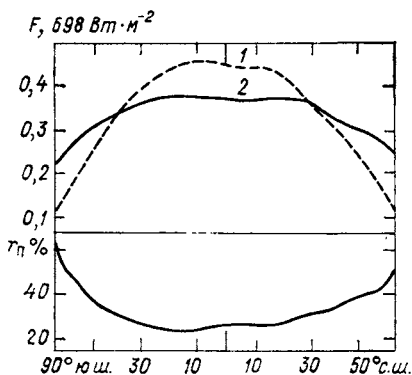


Рис. 8.6. Зонально осредненные составляющие радиационного баланса Земли за период 1962—1966 гг. По Вондер Хаару и Суоми [131], с изменениями.

1 — поглощенное солнечное излучение, 2 — уходящее инфракрасное излучение; шкала по абсциссе нормирована на косинус широты.

«Нимбус» и ЭССА), Вондер Хаар и Суоми [131] получили значения планетарного альбедо, инфракрасного лучистого потока и радиационного баланса за 39 месяцев периода 1962—1966 гг. Следует отметить, что 80 % всех данных, вошедших в исследование, было получено с помощью висконсинских датчиков низкого разрешения, описанных выше, а остальные с помощью сканирующих радиометров среднего разрешения.

На рис. 8.6 показаны меридиональные профили планетарного альбедо, поглощенного солнечного излучения и уходящего в космос инфракрасного излучения, полученные на основании спутниковых измерений. Зонально осредненные значения радиационного баланса необходимы для установления влияния изменения условий на поверхности Земли и в атмосфере на крупномасштабное распределение лучистой энергии. Из рис. 8.6 видно, что годовой приход радиационной солнечной энергии на экваторе примерно

в 2,5 раза больше, чем на полюсах. Напротив, потери инфракрасного тепла больше в экваториальных районах, чем в полярных, однако контраст экватор—полюс значительно меньше, чем для солнечной радиации. Таким образом, если бы не существовало результирующего горизонтального потока энергии от радиационных источников в низких широтах к радиационным стокам в высоких, тропические области непрерывно бы нагревались, а полярные пояса — непрерывно охлаждались. Выполненные оценки показали, что около $\frac{4}{5}$ поступающей к полюсам энергии, переносится атмосферой, а остальная часть — океаном. Отметим также, что сим-

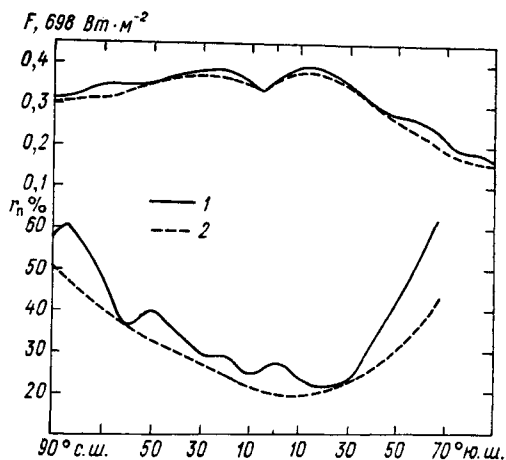


Рис. 8.7. Сравнение зонально осредненных значений альбедо r_n и плотности потока излучения F , полученных по измерениям с борта ИСЗ «Нимбус-2» в июне и июле 1966 г. (1), с результатами Вондер Хаара и Суоми, полученными для периода июнь—август 1963—1965 г. (2). По Рашке и Бандину [97], с изменениями.

метрия переноса относительно экватора отсутствует, причем в южных субтропиках задерживается больше энергии, чем на тех же широтах в северном полушарии. Однако, с другой стороны, Арктика получает больше солнечной энергии, чем Антарктика. Что касается планетарного альбедо, то в субтропиках наблюдаются низкие значения, достигающие 23 %. В полярных областях значения планетарного альбедо колеблются от 50 % вблизи Северного полюса до 70 % около Южного. Более высокие значения планетарного альбедо в высоких и средних широтах обусловлены мощной облачностью во внетропических поясах зоны бароклинности, а также наличием снега и льда в высоких широтах. Глобальное значение альбедо для всей планеты составляет 30 %, что совпадает со значениями этой величины как для северного, так и для южного полушария. Вондер Хаар и Суоми обнаружили также значительные сезонные и годовые вариации средних меридиональных профилей радиационного баланса.

На рис. 8.7 показана зависимость радиационного баланса от широты для летних месяцев по данным измерений с помощью сканирующего радиометра среднего разрешения с борта спутника «Нимбус-2». По сравнению с результатами Вондер Хаара и Суоми эти данные, полученные Рашке и Бандином, свидетельствуют

о более высоких значениях планетарного альbedo и потерь за счет длинноволновой радиации. Глобальные значения планетарного альbedo и длинноволновых радиационных потерь тепла, согласно этим авторам, составляют 30 % и 230,7 Вт·м⁻² соответственно по сравнению со значениями, полученными Вондер Хааром и Суоми для тех же летних месяцев (25 % и 230,3 Вт·м⁻²). Расхождения между двумя этими исследованиями могут объясняться вариациями радиационного поля Земли от года к году. В то же время они могут быть обусловлены различиями в методах измерений и оценки результатов.

8.3.3 Составляющая радиационного баланса в глобальном балансе энергии

Выше было отмечено, что в среднем имеется избыток радиационной энергии в тропических районах и ее дефицит в средних и высоких широтах. Таким образом, для достижения баланса должен существовать перенос энергии к полюсам. При этом следует иметь в виду, что обмен энергией в системе Земля—атмосфера включает ряд механизмов, среди которых радиационный перенос является лишь одной из составных частей общего баланса энергии.

Нагрев столба атмосферы может происходить в результате действия следующих механизмов:

- 1) поглощения солнечной энергии;
- 2) конденсация водяного пара LC_{w1} , где L — теплота испарения (590 кал·г⁻¹), а C_{w1} — масса водяного пара (в граммах), сконденсировавшегося в единицу времени над единичной площадью;
- 3) горизонтального потока явного тепла, переносимого атмосферными движениями внутрь данного объема атмосферы C_1 ;
- 4) горизонтального потока явного тепла, переносимого океаническими течениями внутрь объема F_1 .

С другой стороны, охлаждение столба может быть обусловлено действием следующих механизмов:

- 1) испускания в космическое пространство теплового инфракрасного излучения;
- 2) испарения воды LC_{w2} , где C_{w2} — масса воды (в граммах), испаренная в единицу времени над единичной площадью;
- 3) горизонтального потока явного тепла, выносимого атмосферными движениями из данного объема атмосферы C_2 ;
- 4) горизонтального потока явного тепла, выносимого океаническими течениями из объема F_2 .

Пусть полная скорость нагревания или охлаждения составляет Q_N , тогда баланс энергии для столба атмосферы может быть выражен следующим образом:

$$Q_N = Q(1 - r) + LC_{w1} + C_1 + F_1 - F_{ДВ} - LC_{w2} - C_2 - F_2. \quad (8.26)$$

В то же время из уравнения (8.24) имеем

$$R = Q(1 - r) - F_{ДВ}. \quad (8.27)$$

Определяя $\Delta C_w = C_{w2} - C_{w1}$, $\Delta C = C_2 - C_1$ и $\Delta F = F_2 - F_1$ и замечая, что вклад полного радиационного нагревания (охлаждения) столба атмосферы за период около года будет мал по сравнению со вкладом остальных членов, получаем уравнение годового баланса энергии для системы Земля—атмосфера:

$$R = L \Delta C_w + \Delta C + \Delta F, \quad (8.28)$$

где последние три члена представляют собой соответственно общий отток из столба воздуха скрытого и явного тепла за счет ат-

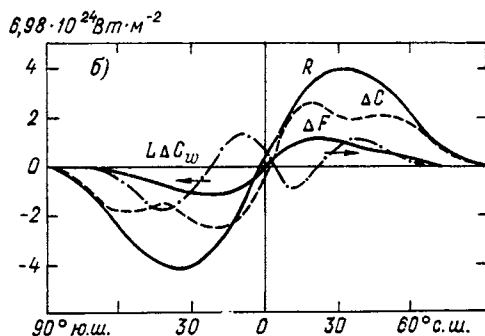
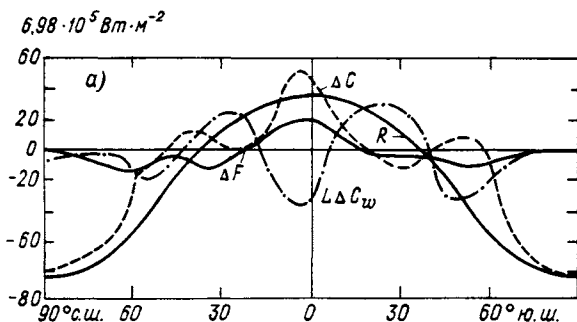


Рис. 8.8. Среднее годовое широтное распределение составляющих энергетического баланса (по Селлерсу [110], с изменениями) (а) и основные составляющие полного переноса энергии к полюсам (по Вондер Хаару и Суоми [131]) (б).

мосферных движений и явного тепла за счет океанических течений.

Отметим, что общий поток явного тепла за счет атмосферных движений, т. е. скорость неадиабатического нагревания или охлаждения столба воздуха, может быть выражен в терминах скорости изменения энтальпии $c_p T$ и геопотенциала Φ с помощью первого начала термодинамики и соотношения гидростатического равновесия. Величина $(c_p T + \Phi)$ представляет собой сумму внутренней и потенциальной энергии на единицу массы.

На рис. 8.8 а показана широтная зависимость составляющих уравнения баланса энергии. Атмосферный поток энергии вычисляется из уравнения (8.28) на основании оценок остальных компонентов, входящих в указанное уравнение.

Как видно из рис. 8.8 *а*, результирующий поток явного тепла, переносимого океаническими течениями, имеет максимум между 20° с. ш. и 20° ю. ш. С другой стороны, результирующий (полный) поток скрытого тепла имеет минимум между 10° с. ш. и 10° ю. ш. за счет избытка осадков в зоне тропической конвекции. В поясах 40 — 60° с. ш. и ю. ш. также находятся минимумы, поскольку частые циклонические вихри в этих бароклинных зонах обуславливают избыток осадков. Так как скорости испарения наиболее высоки в сухих субтропиках, полный поток скрытого тепла имеет максимумы в обоих полушариях примерно между 20 и 30° широты. В южном полушарии пик выражен гораздо сильнее, чем в северном, в котором пустынные субтропические районы не могут обеспечить необходимого притока влаги в атмосферу. Кроме того, на широтный пояс примерно между 40° с. ш. и 40° ю. ш. приходится избыток радиационной энергии, в то время как в области, расположенные к полюсам от этой зоны, радиации приходит недостаточно. В результате такого соотношения составляющих полный поток явного тепла в атмосфере имеет три пика: у экватора, а также примерно на 40° с. ш. и 40° ю. ш.

Рассматривая упомянутые величины, можно с учетом площади широтных разрезов получить оценку переноса энергии к полюсам, т. е. вычислить разности полных потоков (рис. 8.8 *б*). Согласно этой оценке, в северном полушарии в низких широтах океаном переносится 25 % общего количества энергии, а в южном — 20 % энергии. Скрытое тепло переносится как к экватору, так и к полюсам примерно от 25° с. ш. и ю. ш., где, как упоминалось выше, находятся максимумы испарения. На поток скрытого тепла в северном и южном полушариях приходится соответственно примерно 20 и 25 % всего переноса. Кривая переноса потенциальной энергии в атмосфере имеет двойные максимумы в обоих полушариях. Один пик находится в субтропиках, примерно между 50 — 60° ю. ш. Эти потоки энергии, направленные к полюсам, компенсируют описанную выше глобальную неоднородность распределения радиационного притока тепла.

8.4 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАДИАЦИОННОГО БАЛАНСА

8.4.1 Описание модели

Расчеты переноса излучения при моделировании радиационного баланса атмосферы должны быть достаточно точными и эффективными, чтобы позволить учесть спектральное распределение излучения, адекватно рассмотреть поглощение, рассеяние и собственное излучение молекулярными составляющими и твердыми и жидкими частицами, а также учесть неоднородность атмосферы. Многие из методов, описанных в главе 6, несомненно, пригодны для самых исчерпывающих расчетов радиационного баланса. Од-

нако на подобные расчеты необходимо затрачивать большие усилия. В то же время построение модели радиационного баланса само по себе связано с большим объемом вычислений. Поэтому основными критериями применимости методов являются точность и вместе с тем эффективность, и лишь немногие методы удовлетворяют этим требованиям. Здесь мы опишем некоторые важные результаты всесторонних исследований радиационного баланса, выполненных Фрименом и Лиоу [34]. В работе этих авторов для оценки радиационного баланса при расчетах переноса излучения использовался строгий метод дискретных ординат.

Как уже говорилось в главах 3 и 4, спектральный интервал, распределение электромагнитной энергии в котором имеет большое значение с точки зрения глобального радиационного баланса, делится на две основные области. Идущее от Солнца излучение практически полностью сосредоточено в области длин волн 0,1—5 мкм, причем максимум энергии приходится примерно на 0,47 мкм, а вне указанных пределов количество солнечной лучистой энергии пренебрежимо мало. С другой стороны, собственное излучение, идущее от системы Земля—атмосфера, сосредоточено в диапазоне длин волн 5—100 мкм, причем максимум энергии излучения приходится примерно на 10 мкм. Таким образом, радиационный баланс Земли может рассматриваться по отдельности в солнечной и тепловой инфракрасной областях спектра. Приводимые ниже результаты теоретических расчетов основаны на радиационной модели, построенной с использованием метода дискретных ординат. Рассматривается перенос монохроматического излучения, при этом неоднородность атмосферы учитывается путем согласования интенсивностей на границах однородных слоев, на которые она заранее разбита. Солнечный спектр разделен на девять интервалов в соответствии с положением полос поглощения (см. рис. 2.6). Алгоритм расчета переноса излучения в пределах солнечного спектра включает учет вклада поглощения водяным паром, кислородом, озоном и углекислым газом, а также поглощения и рассеяния облачностью и аэрозолями. Что касается теплового инфракрасного спектра, то для получения распределения инфракрасного излучения для 6,3-мкм полосы, континуума и вращательных полос водяного пара, 15-мкм полосы углекислого газа и 9,6-мкм полосы озона выполняются расчеты «полоса за полосой» (см. рис. 4.1).

Основные данные, необходимые для глобальных радиационных расчетов, включают вертикальные профили атмосферных параметров, геометрические характеристики и физические свойства облачности, глобальное количество облаков каждого типа, альbedo поверхности Земли, продолжительность солнечного сияния, а также зенитный угол Солнца. Данные об атмосферных параметрах охватывают вертикальные профили давления, а также концентрации молекул, аэрозоля, водяного пара и озона; эти данные заимствованы из исчерпывающего обзора Макклатчи и др. [85] для тропической (0—30°), средней широтной (30—60°) и арктической

(60—90°) атмосфер в условиях как зимнего, так и летнего сезона. Было сделано допущение о том, что концентрации важных для расчетов равномерно перемешанных газов CO_2 и O_2 не зависят от широты и времени года и составляют $5,11 \cdot 10^{-4}$ и $0,236 \text{ г} \times \text{см}^{-2} \cdot \text{гПа}^{-1}$ соответственно.

Облачность была разделена на шесть типов: 1) облака верхнего яруса (Ci, Cs, Cc); 2) облака среднего яруса (As, Ac); 3) облака нижнего яруса (St, Sc); 4) кучевые облака (Cu); 5) кучево-дождевые облака (Cb); 6) слоисто-дождевые облака (Ns). Данные о балле облачности, а также высотах верхней и нижней границ каждого типа облаков для северного полушария в зависимости от широты и сезона были заимствованы у Лондона [78] и Катаямы [61]. Данные об облачности для южного полушария были взяты из работы Сасамори и др. [106]. Введенный в модель атмосферный аэрозоль имел незначительную фоновую концентрацию, обеспечивающую горизонтальную видимость у поверхности около 23 км. Принятое распределение частиц по размерам является модификацией бимодального логарифмически нормального распределения, причем считается, что рассматриваемые частицы растворимы в воде. При расчетах рассеяния все облачные частицы (за исключением перистой облачности), а также аэрозоли считались сферическими. Было также сделано допущение о том, что перистая облачность верхнего яруса полностью состоит из случайным образом ориентированных в горизонтальной плоскости ледяных цилиндров длиной примерно 200 мкм и радиусом около 30 мкм. Для облачности нижнего и среднего ярусов, а также для слоистообразных облаков были использованы экспериментальные данные о распределении облачных капель по размерам. В пределах инфракрасной области спектра все облака, кроме перистых, считались абсолютно черными телами.

Альbedo поверхности как часть общего глобального альbedo Земли также является важным параметром, определяющим, какая доля пропущенного атмосферой солнечного излучения отражается обратно в атмосферу, где оно рассеивается, поглощается или снова уходит в космическое пространство. Значения альbedo поверхности северного и южного полушарий были взяты из работ Катаямы, а также Сасамори и др. соответственно.

Продолжительность солнечного сияния и зенитный угол Солнца являются важными параметрами в радиационном балансе системы Земля—атмосфера. Зенитный угол Солнца может быть рассчитан по формуле, учитывающей широту, склонение Солнца и часовой угол Солнца (см. уравнение (2.16)). Как правило, зенитный угол Солнца значительно изменяется в течение каждого часа дневного времени, за исключением случая арктического лета. Продолжительность солнечного сияния изменяется в зависимости от сезона и широты.

При расчетах взаимодействия солнечного излучения с атмосферой и подстилающей поверхностью необходимо одновременно учитывать поглощение и рассеяние молекулами газов, облачно-

стью, аэрозолями, а также подстилающей поверхностью различных типов в каждом спектральном интервале и каждом слое модельной атмосферы. В интервале длин волн солнечного излучения использовалось 15 слоев переменной толщины, что необходимо для лучшего пространственного разрешения в нижних слоях атмосферы, где находится облачность. В случае теплового инфракрасного излучения задача несколько упрощается, поскольку отражением поверхностью, а также рассеянием молекулами газов и облачностью (кроме перистой) можно пренебречь; к тому же можно не учитывать суточную, сезонную или широтную зависимость зенитного угла Солнца. Таким образом, необходимо выполнить лишь расчеты потоков в безоблачной атмосфере. Кроме того, если концентрация аэрозоля незначительна, то его влияние заметно сказывается лишь в области окна прозрачности. При расчетах потоков излучения Земли и атмосферы в тепловом инфракрасном диапазоне использовалось 100 слоев. Теперь обсудим некоторые физические важные особенности поля излучения, полученные на основе климатологических данных.

8.4.2 Солнечное нагревание и тепловое выхолаживание атмосферы

Крупномасштабные характеристики климата планеты определяются распределением по земному шару приходящей солнечной энергии. Дифференциальное нагревание экваториальных и полярных областей не только служит в конечном счете первичным источником энергии общей циркуляции атмосферы, но и обуславливает экстремальные климатические условия в тропической и полярной зонах. При безоблачном небе каждая часть поверхности планеты получает солнечную энергию и в большей или меньшей степени нагревается. Основными факторами, определяющими степень среднего нагревания данной части поверхности планеты за счет солнечного излучения, являются облачный покров и географическая широта. От широты зависит диапазон зенитных углов Солнца для данной местности. Дополнительными факторами являются годовой ход альбедо поверхности, наличие аэрозолей в больших или меньших концентрациях, а также содержание водяного пара и озона в атмосфере.

На рис. 8.9 и 8.10 представлены зонально осредненные меридиональные профили скорости радиационного нагревания солнечным излучением в январе и июле соответственно. Максимальная скорость радиационного нагревания около $2,2^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$ наблюдается в тропической и субтропической тропосфере летнего полушария на высоте около 3—4 км. Вторичные максимумы имеют место в тропосфере полярных районов летнего полушария. Они составляют от 1,5 до $2,0^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$ и обусловлены как длительностью полярного дня, так и наличием максимума балла облачности, приходящегося на субарктическое лето. В верхней тропосфере и нижней стратосфере в январе и июле наблюдаются

широкие плоские минимумы. В результате отсутствия на этих высотах как облачности, так и поглощающих излучение газов скорости радиационного нагревания здесь составляют всего около

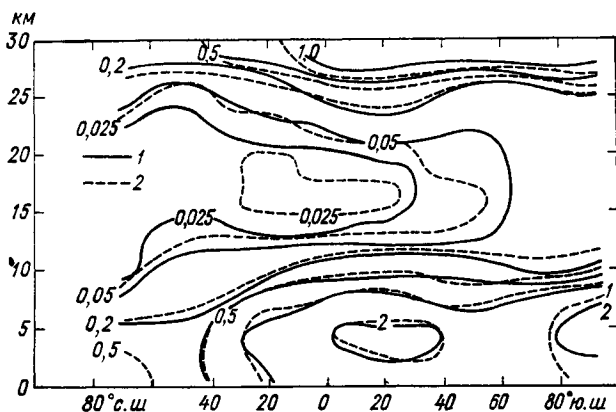


Рис. 8.9. Зонально осредненные скорости радиационного нагревания атмосферы солнечным излучением ($^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$) при отсутствии (1) и наличии (2) аэрозоля. Январь. По Фримену и Лиоу [34].

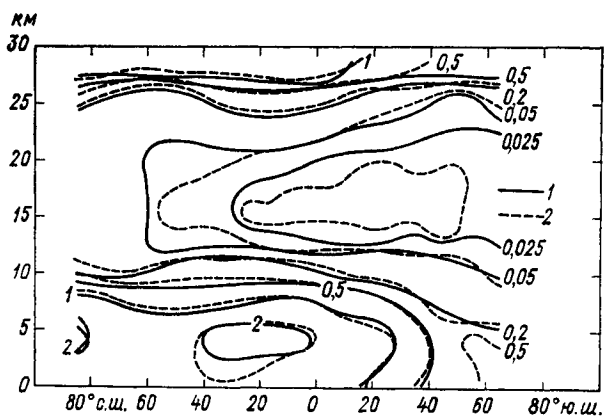


Рис. 8.10. Зонально осредненные меридиональные профили скорости радиационного нагревания атмосферы солнечным излучением ($^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$) при отсутствии (1) и наличии (2) аэрозоля. Июль.

$0,02-0,04^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$. В стратосфере на уровне примерно 25 км снова наблюдаются максимумы, обусловленные в основном наличием слоя озона. Вызываемое озоном нагревание достигает $1,5-1,8^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$ и является важным источником нагревания верхней атмосферы. Аэрозоль также, по-видимому, способствует усилению нагревания атмосферы. Меридиональные профили зонально осредненных скоростей радиационного нагревания солнечным из-

лучением были построены на основе климатологических данных об облачности и состоянии подстилающей поверхности с разрешением 10° по широте, а также трех вышеописанных атмосферных профилей.

Если солнечное излучение нагревает всю земную атмосферу, то роль инфракрасной радиации более сложна. Тепловое излучение способствует главным образом выхолаживанию атмосферы, поскольку оно уносит в космическое пространство энергию, эквивалентную энергии приходящего солнечного излучения (в среднем

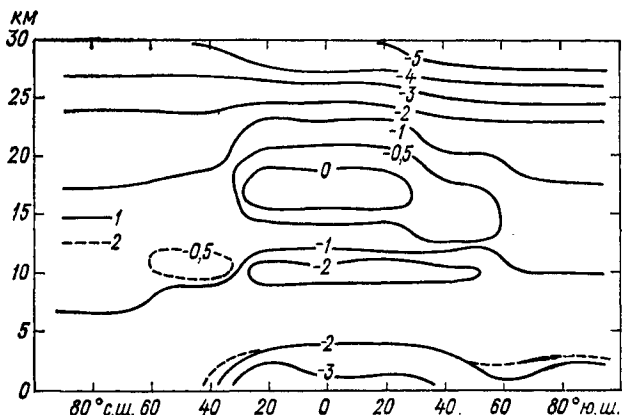


Рис. 8.11. Зонально осредненные меридиональные профили скорости инфракрасного радиационного выхолаживания атмосферы ($^\circ\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$) при отсутствии (1) и наличии (2) аэрозоля. Январь. По Фримену и Лиоу [34].

для земного шара), и обеспечивает, таким образом, поддержание радиационного баланса. Однако при определенных условиях на некоторых уровнях в некоторых областях тепловое излучение вносит вклад в нагревание атмосферы.

Зонально осредненные меридиональные профили радиационного изменения температуры для января и июля представлены на рис. 8.11 и 8.12 соответственно. Максимальное выхолаживание имеет место в летней стратосфере и обусловлено исключительно озоном и углекислым газом. Действительно, поскольку на уровне около 10 км концентрация водяного пара резко падает до пренебрежимо малых значений, почти все выхолаживание выше тропопаузы происходит за счет O_3 и CO_2 . Озон, кроме того, отвечает за нагревание стратосферы инфракрасным излучением. Этот эффект хорошо прослеживается в тропических и субтропических широтах выше тропопаузы как летом, так и зимой. Описанное нагревание связано с ростом концентрации озона с высотой до уровня примерно 23 км, что приводит к возникновению в этой зоне инфракрасного притока тепла.

Меридиональные профили радиационного нагревания, представленные на рис. 8.13 и 8.14, свидетельствуют о том, что на

любой широте и летом и зимой выхолаживание за счет теплового инфракрасного излучения превосходит нагревание солнечным излучением. Выхолаживание обусловлено прежде всего водяным

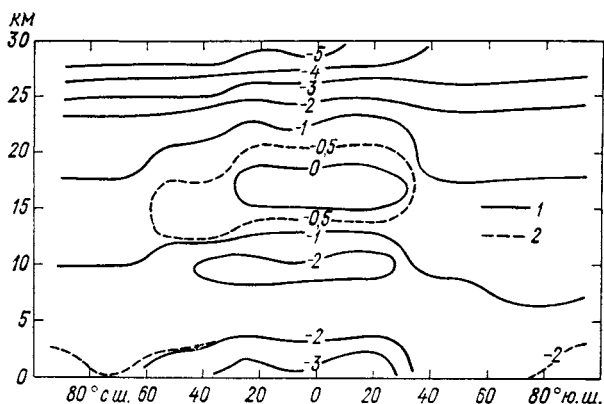


Рис. 8.12. Зонально осредненные меридиональные профили скорости инфракрасного радиационного выхолаживания атмосферы ($^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$) при отсутствии (1) и наличии (2) аэрозоля. Июль.

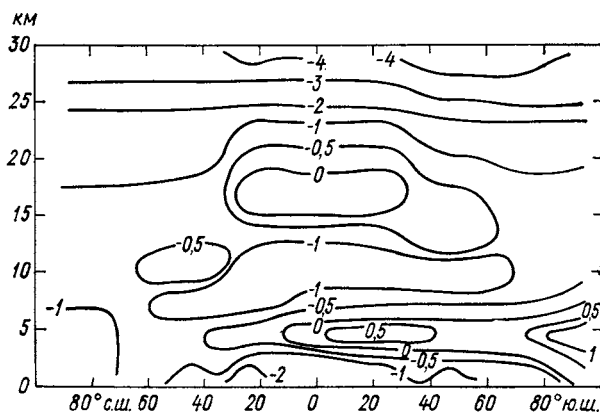


Рис. 8.13. Меридиональные профили зонально осредненного полного радиационного нагревания ($^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$). Январь. По Фримену и Лиоу [34].

паром и поэтому достигает максимума в тропиках. Наличие облачности приводит к ослаблению выхолаживания на нижних уровнях в атмосфере в результате его уменьшения ниже нижней границы облаков и сильного радиационного нагревания облаков солнечным излучением вблизи верхней границы. Влияние облачности зависит от широты и сезона, поскольку изменяется распределение самой облачности. Умеренно выраженное общее радиационное нагревание на уровне около 5 км, которое охватывает

атмосферу от полюса летнего полушария до тропических широт зимнего полушария, обусловлено интенсивным поглощением солнечного излучения водяным паром в ближней инфракрасной области спектра. Кроме того, этот эффект связан с геометрией падеия солнечных лучей. Такому распределению радиационного нагревания в значительной степени способствует также нагревание за счет облачности. Нагревание верхней части облаков солнечным излучением частично компенсируется усиленным выхолаживанием атмосферы выше верхней границы облаков длинноволновым излучением. Ниже нижней границы облаков нагревание коротко-

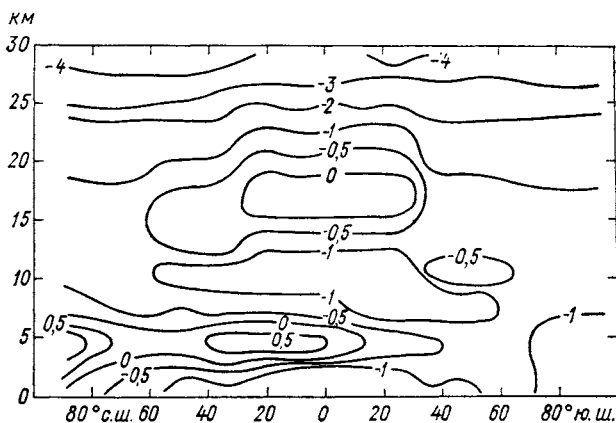


Рис. 8.14. Меридиональные профили зонально осредненного полного радиационного нагревания ($^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$). Июль.

волновым излучением ослаблено, но одновременно уменьшается и выхолаживание инфракрасным излучением. Максимум нагревания приходится на район вблизи полюса летнего полушария, где продолжительность воздействия солнечного нагревания компенсирует малую высоту Солнца. Из-за низких температур, а также влияния облачности выхолаживание инфракрасным излучением в этой области на высоте 4—5 км относительно мало. Зимой в обоих полушариях в приземном слое тропической зоны наблюдается максимум выхолаживания, достигающий примерно $-2,0^{\circ}\text{C}\cdot\text{сут}^{-1}$. Это выхолаживание обусловлено максимальной концентрацией водяного пара в приземном слое, а также относительным минимумом облачности в тропиках зимнего полушария по сравнению с тропиками летнего полушария.

8.4.3 Зонально осредненный полный радиационный баланс

На рис. 8.15 показаны зонально осредненные значения полного поглощения солнечного излучения в январе и июле, а также средние за год, вычисленные по средним для обоих месяцев. На рисунке представлены результаты, полученные Фрименом и Лиу

[34] для обоих полушарий, результаты Лондона [78], а также Сасамори и др. [106] для северного и южного полушарий в отдельности. В целом поглощение, вычисленное Фрименом и Лиоу, превышает значения Лондона, а также Сасамори и др. Это можно объяснить интенсификацией поглощения аэрозолями, а также эффектами рассеяния на аэрозолях и в облаках, в результате чего

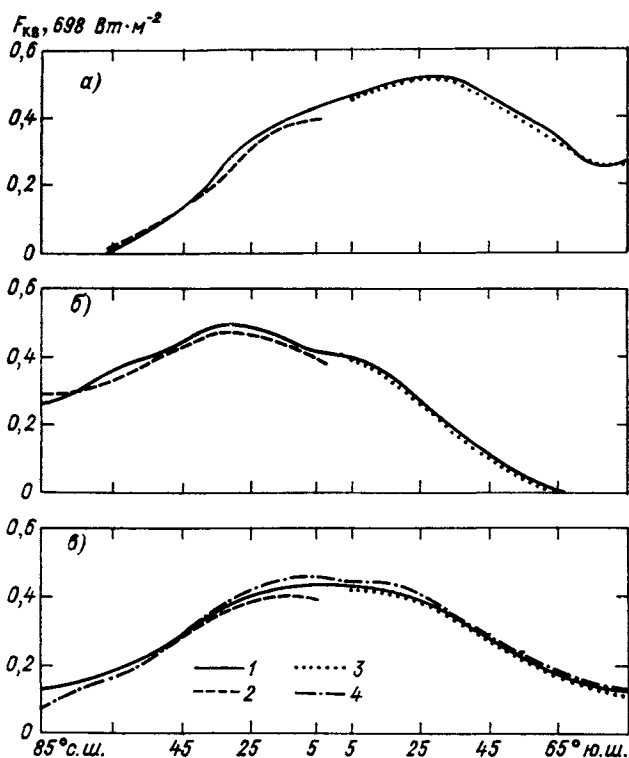


Рис. 8.15. Поглощение солнечного излучения системой Земля—атмосфера для января (а), июля (б) и среднее за год (в).

1 — [34], 2 — [78], 3 — [106], 4 — [131].

увеличивается эффективный оптический путь лучей в атмосфере и большее количество радиационной энергии оказывается доступной для поглощения. Отметим также, что Лондон, а также Сасамори и др. для описания рассеяния облачностью и аэрозолями использовали не результаты прямых расчетов многократного рассеяния по Ми, а эмпирические параметрические выражения. Результаты расчетов среднего за год поглощения, выполненные Фрименом и Лиоу, в целом обнаруживают очень хорошее согласие с результатами спутниковых наблюдений, опубликованных в 1971 г. Вондер Хааром и Суоми. Наибольшие расхождения характерны для данных для полярных областей, особенно в север-

ном полушарии. Вероятно, бóльшая часть расхождений может быть отнесена за счет отклонений применяемых в модели распределений облачности и аэрозолей от реальности, а частично — за счет того, как учитывались рассеяние и поглощение аэрозолями и облачностью при расчетах переноса излучения. Кроме того, в этих работах использовались различные модели озона, что могло изменить полное поглощение в полосах в пределах солнечного спектра на длинах волн 0,3 и 0,5 мкм.

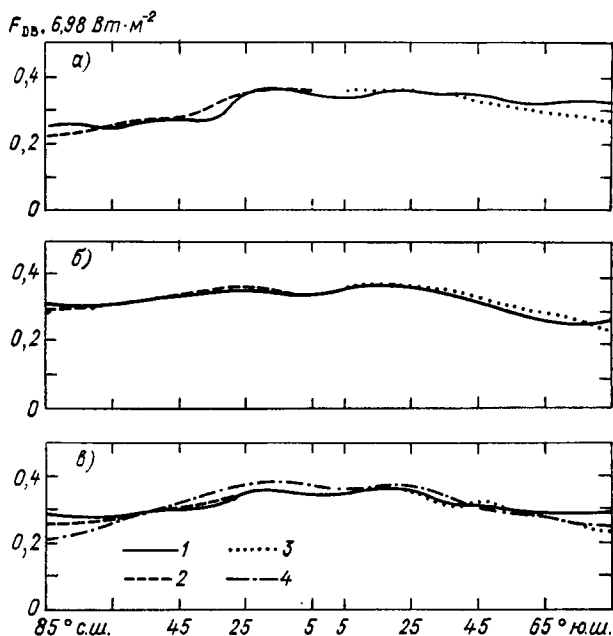


Рис. 8.16. Полный поток уходящего длинноволнового излучения $F_{ДВ}$ на верхней границе атмосферы.

Усл. обозначения см. рис. 8.16.

На рис. 8.16 показано широтное распределение потока уходящего длинноволнового излучения на верхней границе атмосферы. Расхождения между результатами расчетов тех и других авторов, вероятно, можно объяснить использованием различных распределений водяного пара и температуры. В целом теоретические результаты адекватно воспроизводят значения наблюдаемого со спутников потока уходящего длинноволнового излучения, за исключением полюсов, где расчетные значения восходящего потока несколько завышены. Опять-таки важную роль в появлении различий между расчетными и наблюдаемыми значениями могут играть использованные в моделях распределения облачности.

Значения планетарного альбедо представлены на рис. 8.17. Теоретические значения приводятся по работам вышеперечислен-

ных авторов. В расчетах Фримена и Лиоу значения альbedo получены как с учетом, так и без учета влияния аэрозолей. Наряду с расчетными значениями показаны также результаты спутниковых измерений альbedo, согласно работам Вондер Хаара и Суоми [131], а также Рашке и Бандина [97]. В среднем все теоретические значения как по современным, так и по более ранним расчетам оказываются больше (до 15%), чем данные спутниковых

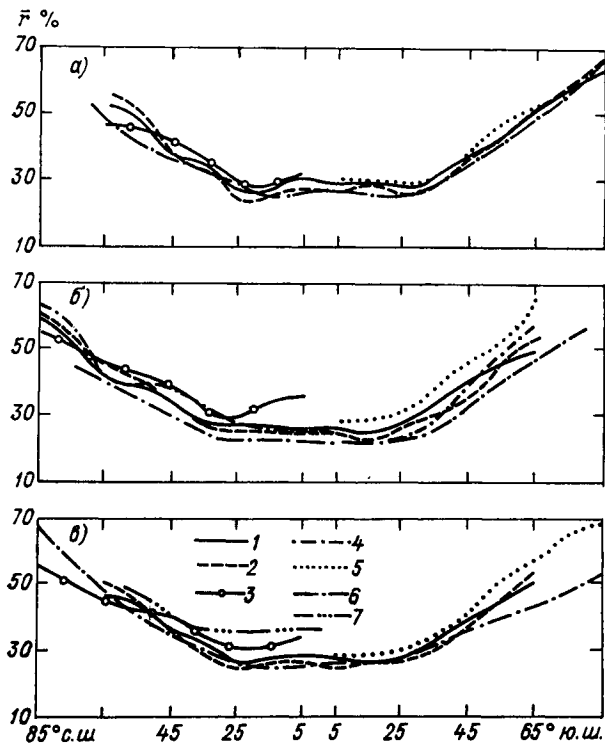


Рис. 8.17. Зонально осредненное планетарное альbedo $\bar{\tau}$ для января (а), июля (б) и среднее за год (в). По Фримену и Лиоу [34].

1 — [34], 2 — [34] (без учета аэрозолей), 3 — [58], 4 — [97], 5 — [106], 6 — [131], 7 — [61].

наблюдений. Вероятно, основной причиной расхождений является завышение при теоретических расчетах балла облачности, особенно в тропиках. Другим фактором является недооценка поглощения в атмосфере в связи с неопределенностями, возникающими при попытке учета вклада аэрозолей.

Зонально осредненные значения полного радиационного баланса на верхней границе атмосферы, у поверхности, а также всей атмосферы в целом для января, июля, а также средние за год представлены на рис. 8.18. Радиационный баланс на верхней границе атмосферы определяется путем вычитания плотности потока уходящего теплового инфракрасного излучения из плотности потока поглощаемого Землей и атмосферой приходящего солнечного излучения. В целом как в январе, так и в июле наблюдается общий приток радиационной энергии к верхней границе атмо-

сферы в тропиках, а также в средних широтах летнего полушария. Согласно данным расчетов средних за год значений, общий приток имеет место в зоне 40° с. ш.— 40° ю. ш., а сток радиационной энергии — по направлению к полюсам от этой зоны. В среднем за год имеет место глобальный радиационный сток энергии примерно $16 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$.

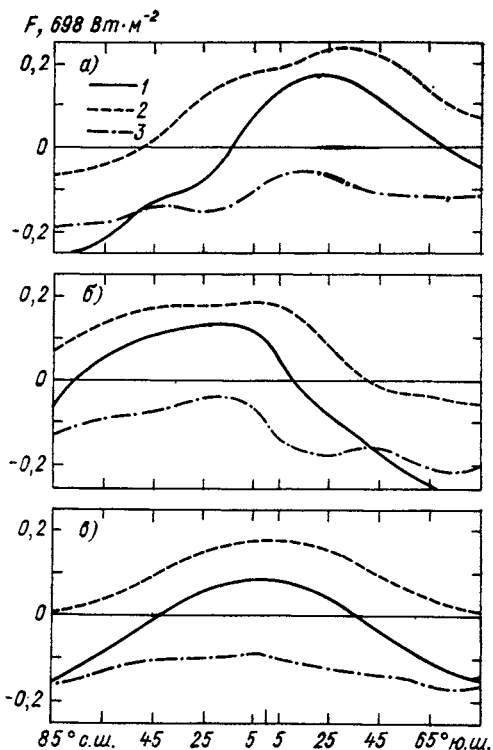


Рис. 8.18. Зонально осредненный полный радиационный баланс F верхней границы атмосферы (1), подстилающей поверхности (2) и атмосферы в целом (3) для января (а), июля (б) и средний за год (в).

Радиационный баланс на поверхности Земли рассчитывается путем вычитания плотности полного восходящего потока теплового инфракрасного излучения из поглощаемого земной поверхностью солнечного излучения. На протяжении обоих месяцев (января и июля) эта величина положительна во всем летнем полушарии, а также примерно до 35° широты в зимнем полушарии. В среднем за год в тропиках и средних широтах имеет место общий приток энергии, а в субарктических зонах северного полушария — ее сток. В южном полушарии в антарктической зоне полный приток очень мал и может находиться в пределах ошибки, ожидаемой при подобных вычислениях. В среднем за год имеет место глобальный приток радиационной энергии примерно $66 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. Отрицательные значения в полярных районах обусловлены высоким альбедо подстилающей поверхности и малым содержанием водяного пара в атмосфере субарктических областей.

Складывая значения поглощенного атмосферой солнечного излучения и дивергенции теплового инфракрасного излучения, можно оценить общий радиационный сток энергии в атмосфере. Значение полного глобального стока, осредненное за год, составляет $84 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. Это значение свидетельствует о радиационном дефиците, который должен быть сбалансирован путем переноса в атмосферу скрытого и явного тепла от земной поверхности при условии, что атмосфера в целом находится в энергетически равновесном состоянии, а переносом тепла через экватор можно пренебречь. Сасамори и др. [106] предположили, что в южном полушарии за счет выделения скрытого тепла конденсации восполняется примерно 77 % этого дефицита, а в северном — около 70 %. Остающаяся часть дефицита должна компенсироваться переносом явного тепла от поверхности в нижние слои атмосферы.

8.4.4 Глобальный радиационный баланс

Здесь мы рассмотрим глобальный радиационный баланс системы Земля—атмосфера, полученный на основе вычислений Уитмена [137], который использовал вышеописанные алгоритмы расчетов радиации. Основные факторы, которые учитываются при определении радиационного баланса,— это профили распределения параметров атмосферы, геометрические и физические свойства облачности, глобальный балл облачности каждого типа, альbedo поверхности Земли, продолжительность солнечного сияния, а также зенитный угол Солнца. Используемые в данной работе профили атмосферных параметров являются средними по пяти моделям атмосферы. Каждая из модельных атмосфер включает вертикальные профили давления, температуры, а также концентрации молекулярных составляющих и аэрозоля, водяного пара и озона. Полное содержание аэрозоля в безоблачной атмосфере соответствует значению горизонтальной видимости у поверхности 23 км. Учитываемые геометрические характеристики облачности включают высоту нижней границы облаков, их толщину и горизонтальную протяженность. Для каждого из четырех типов облачности (облака нижнего, среднего и верхнего ярусов, а также слоистые облака) путем осреднения распределений высоты облаков и распределений балла облачности получены средние значения.

Альbedo поверхности Земли также является важным параметром, поскольку оно определяет, какое количество пропущенного атмосферой и достигшего поверхности солнечного излучения будет отражено назад в атмосферу, где либо поглотится, либо рассеется, либо снова уйдет в космическое пространство и внесет, таким образом, вклад в формирование глобального альbedo планеты. Путем осреднения данных по северному и южному полушариям с учетом сезона и широты было получено значение глобального альbedo поверхности, равное 0,15.

Зенитный угол Солнца значительно изменяется на протяжении каждого часа суток, а продолжительность солнечного сияния под-

вержена как сезонной, так и широтной изменчивости. Для того чтобы скомпенсировать эти изменения, был вычислен и использован набор весовых множителей, соответствующих шести отдельным зенитным углам Солнца, используемым в программе расчета переноса излучения.

Полный радиационный баланс системы Земля—атмосфера за год показан на рис. 8.19. Осредненное за год излучение, приходящее

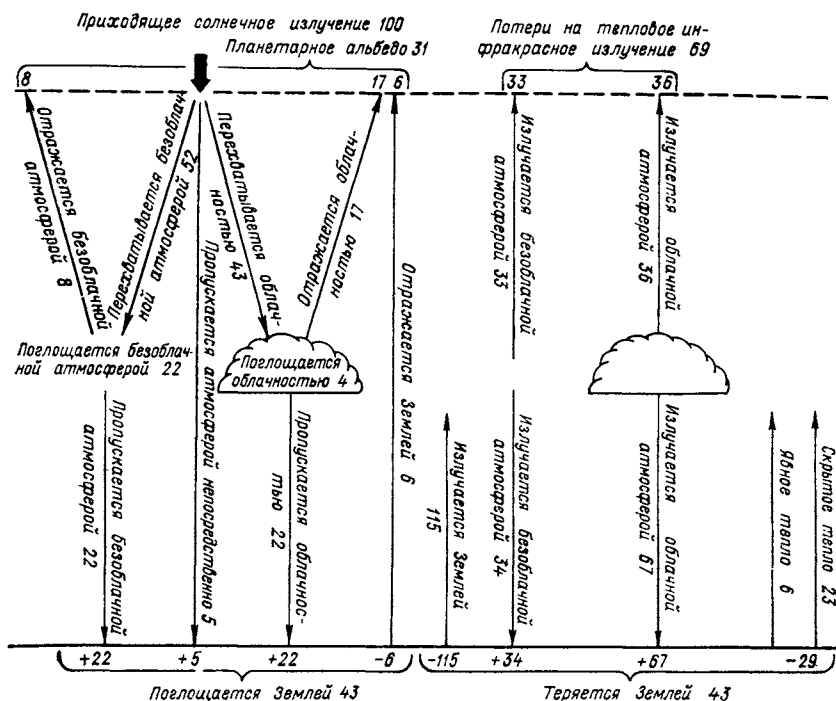


Рис. 8.19. Тепловой баланс системы Земля—атмосфера.

дующее от Солнца, принято за 100%. Если использовать значение солнечной постоянной $1358 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$ [121], то можно вычислить, что средняя за год инсоляция на верхней границе атмосферы будет составлять $340 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. Плотность потока восходящего инфракрасного излучения на уровне поверхности была рассчитана исходя из температуры поверхности на основании закона Стефана—Больцмана.

В целом рис. 8.19 состоит из трех частей: во-первых, показано, каким образом распределяется в атмосфере солнечное излучение; во-вторых — распределение инфракрасного излучения; наконец, в-третьих — вклад нерадиационных процессов. Из приходящих 100% солнечного излучения 26% поглощаются в пределах атмосферы, причем 22% — воздухом в безоблачных условиях, а 4% — облачностью. В целом 31% отражается обратно в космическое

пространство, включая 8 %, отраженных безоблачной атмосферой, 17 % — облачной атмосферой и 6 % — непосредственно земной поверхностью. В то же время Земля и атмосфера испускают тепловое инфракрасное излучение, интенсивность и спектральный состав которого определяются их собственной температурой и распределением составляющих. Плотность потока излучения, восходящего от более теплой поверхности достигает 115 %. Относительно более холодная тропосфера излучает как вверх, так и вниз, причем значения плотностей этих потоков составляют соответственно 69 и 101 % на верхней и нижней границах атмосферы. Плотность полного потока восходящего излучения у поверхности, которая является разностью между плотностями потока, испущенного поверхностью, и потока, который излучается вниз атмосферой и достигает поверхности, составляет 14 %. В результате теплового излучения атмосфера теряет 55 % лучистой энергии. При уровне поглощения приходящего солнечного излучения в атмосфере всего 26 % радиационные потери атмосферы достигают 29 %. Этот дефицит уравнивается восходящими потоками скрытого и явного тепла. Согласно Сасамори и др., среднее за год глобальное отношение потерь явного тепла к потерям скрытого тепла (отношение Боуэна) на поверхности достигает 0,27. Отсюда следует, что для получения общего баланса на поверхности плотности потоков скрытого и явного тепла должны составлять 23 и 6 % соответственно. Очевидно, что атмосфера в целом испытывает полное радиационное выхолаживание. Это выхолаживание компенсируется потоком теплоты конденсации, которая выделяется в процессах, связанных с образованием осадков и передачей явного тепла от подстилающей поверхности. Если бы перенос скрытого и явного тепла отсутствовал, то температура поверхности Земли составила бы более 288 К (наблюдаемое значение) и, таким образом, поддерживалось бы радиационное равновесие.

В табл. 8.1 представлены результаты сравнений расчетов различных составляющих радиационного баланса, выполненных с помощью ряда моделей. Следует отметить, что в работе Лондона и Хотона результаты получены только для северного полушария, а в работе Сасамори и др. — только для южного, причем в последней использованы методы расчетов радиационного переноса, отличающиеся высокой степенью параметризации.

Рассчитанное Уитменом полное поглощение солнечного излучения превышает значения этой величины, полученные ранее другими исследователями. Частично это связано с учетом таких эффектов, как поглощение излучения аэрозолями, рассеяние облачностью и аэрозолями, а также отражение от поверхности. Все эти факторы увеличивают эффективную оптическую длину пути и, таким образом, обуславливают поглощение дополнительного количества солнечной энергии в атмосфере. Сравнения значений глобального альбедо показывают, что результат Уитмена (31 %) на 3—4 % ниже полученных в предшествовавших работах. Согласно данным наблюдений со спутников «Тайрос», «Нимбус» и ЭССА,

ТАБЛИЦА 8.1 Средний годовой радиационный баланс системы Земля—атмосфера

	Хотон [51]	Лондон [78]	Сасамори и др. [106]	Уитмен [137]
ВИДИМОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ				
Приходящее на верхнюю границу атмосферы	100	100,0	100	100
Поглощение в атмосфере				
безоблачной атмосферой	9	15,8	17	22
облачностью	10	1,6	4	4
полное	19	17,4	21	26
Отражение и рассеяние в космическое пространство				
атмосферой	9	6,8	6	8
облачностью	25	24,2	29	17
поверхностью Земли	—	4,2	—	6
полное	34	35,2	35	31
Поглощение поверхностью Земли				
прямое	24	22,4	24	5 ¹
пропущенное облачностью	17	14,4	—	22 ¹
рассеянное	6	10,6	21	22 ¹
полное	47	47,4	45	43
ИНФРАКРАСНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ				
Радиационный баланс поверхности Земли				
полное излучение Земли	119	114,4	112	115
противоизлучение безоблачной атмосферы	—	—	—	34
противоизлучение облачной атмосферы	—	—	—	67
полное противоизлучение	105	96,4	96	101
полное излучение от поверхности Земли	14	18,0	16	14
Инфракрасное излучение, уходящее в космическое пространство				
от безоблачной атмосферы	—	—	—	36
от облачной атмосферы	—	—	—	33
полные потери	66	64,8	66	69
полное уходящее излучение атмосферы	52	46,8	51	55
ПЕРЕНОС ТЕПЛА В АТМОСФЕРЕ				
Скрытое тепло	23	18,6	23	23
Явное тепло	10	10,8	7	6
Полный перенос	33	29,4	30	29

¹ Эти значения представляют собой излучение, падающее на поверхность Земли; таким образом, количество излучения, отраженного поверхностью Земли, уже вычтено из полного значения.

полученным Вондер Хааром и Суоми, глобальное значение альbedo составляет 30 %. Рашке и Бандин по результатам спутниковых наблюдений с борта спутника «Нимбус-2» получили значения 29 и 31 % для июня и июля 1966 г. Глобальное альbedo, вычисленное Рашке и др. на основании результатов наблюдений с борта спутника «Нимбус-3», составило 28,4 %, а значение альbedo, полученное Смитом и др. [114] по данным эксперимента по определению радиационного баланса Земли с борта спутника «Нимбус-6»,— 30 %.

Расчитанное Уитменом количество инфракрасного излучения земной поверхности и атмосферы несколько превышает полученные ранее значения. Таким образом, радиационный баланс поверхности Земли оказывается меньше, а радиационный баланс атмосферы — больше, чем те значения, которые были получены в работах, предшествовавших описываемой. Эти расхождения возникают в результате использования Уитменом иных распределений водяного пара, озона, температуры с высотой, облачности, а также других значений солнечной постоянной и средней температуры земной поверхности. Полученное им значение уходящего длинноволнового излучения ($234 \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$) находится в хорошем согласии с результатами спутниковых наблюдений. Соответствующее среднее глобальное значение, полученное Вондер Хааром и Суоми [131] на основании данных подробных измерений за период 1962—1966 гг. составляет $238 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$. Рашке и др. [98] на основании измерений с борта спутника «Нимбус-3» (1969—1970 гг.) установили, что потери тепла за счет инфракрасного излучения достигают $244 \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$. Смит и др. [114] получили по данным спутника «Нимбус-6» за июль и август 1975 г., что поток уходящего длинноволнового излучения составляет $241 \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$.

8.4.5 Радиация и общая циркуляция атмосферы

Как показано на рис. 8.19, в среднем плотность полного поглощаемого системой Земля—атмосфера потока приходящего солнечного излучения должна быть равна плотности потока теплового инфракрасного излучения, уходящего в космическое пространство. Однако, как видно из рис. 8.6 и 8.18 *в*, плотность потока поглощаемого солнечного излучения существенно зависит от широты и имеет максимум на экваторе и минимумы на полюсах. Сильный широтный градиент обусловлен в основном резким уменьшением инсоляции в зимний период, а также высоким значением альbedo полярных районов. С другой стороны, плотность потока уходящего длинноволнового излучения лишь в незначительной степени зависит от широты. Это связано с большим содержанием водяного пара в атмосфере и более низкой температурой верхней границы облаков в тропиках. Все эти особенности способствуют возникновению парникового эффекта, приводящего к уменьшению потерь за счет теплового инфракрасного излучения.

Таким образом, в экваториальных районах имеется избыток радиационного притока тепла, а в полярных районах — его дефицит.

В результате такого пространственного распределения притока радиационной энергии возникает градиент температуры экватор — полюс и, следовательно, происходит постепенное накопление средней зональной доступной потенциальной энергии. В экваториальной области теплый воздух, расширяясь, поднимается вверх, что создает на высотах направленную к полюсам силу, обусловленную барическим градиентом. Потоки воздуха текут от экватора по направлению к полюсам, в то время как в субтропических поясах высокого давления ($\sim 30^\circ$) воздух на высотах выхолаживается и оседает, возвращаясь к экватору. В результате работы, производимой силой горизонтального барического градиента, генерируется кинетическая энергия атмосферных движений.

Эта циркуляция воздуха между экватором и субтропиками, в основе которой лежит тепловой механизм, называется *циркуляцией Гадлея* или *ячейкой Гадлея*. Вследствие вращения Земли (кориолисова сила) воздух, текущий вдоль поверхности по направлению к экватору, отклоняется к западу, в результате чего возникают пассатные ветры. На верхней ветви ячейки Гадлея кориолисово отклонение движущегося по направлению к полюсам воздуха порождает западные ветры.

В полярных районах имеет место аналогичная циркуляция, обусловленная термическими контрастами. Холодный воздух оседает вниз, что вызывает появление направленной к полюсам силы барического градиента, а также атмосферных движений на высотах. Нисходящие движения воздуха у полюсов порождают приповерхностный поток воздуха по направлению к экватору, а восходящие движения в поясе низкого давления ($\sim 60^\circ$) — высотный поток, направленный к полюсам. Таким образом, между полюсами и приполярными областями низкого давления также образуется ячейка Гадлея. Здесь эффект действия силы Кориолиса аналогичный, т. е. у поверхности возникают восточные ветры, а на высотах — западные. В пределах ячейки Гадлея атмосферу можно рассматривать как тепловую машину, которая поглощает тепло из высокотемпературного резервуара и выделяет его в низкотемпературный резервуар. В результате разности температур генерируется доступная потенциальная энергия, которая в свою очередь частично превращается в кинетическую энергию, необходимую для преодоления эффектов трения.

Высотные термические потоки воздуха, направленные к полюсам, в средних широтах теряют устойчивость (это так называемая бароклиническая неустойчивость) и порождают ячейку с обратной циркуляцией. В пределах этой ячейки теплый воздух оседает в субтропических максимумах, а холодный воздух поднимается вверх в приполярных минимумах, причем в последних западные ветры господствуют на всех высотах. Возникновение меридионально ориентированной ячейки в этой области не может быть непосредственно объяснено эффектами нагревания и охлаждения,

как в ячейке Гадлея, и кинетическая энергия не может в ней генерироваться. Преобладание в средних широтах западных ветров объясняется постоянным переносом из тропиков углового момента количества движения под влиянием крупномасштабных волновых возмущений. Бароклинные волны переносят тепло к полюсам и продолжают усиливаться до тех пор, пока этот перенос не окажется уравновешенным дефицитом радиационной энергии в полярных районах.

Такова в упрощенном виде связь общей циркуляции атмосферы с радиационным полем Земли.

8.5 ПРОСТЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ И МОДЕЛИ КЛИМАТА

8.5.1 Модель глобального радиационного равновесия

Построение простейшей модели климата системы Земля—атмосфера направлено на то, чтобы рассмотреть атмосферу и Землю как единое целое и оценить глобальную равновесную радиационную температуру исходя из баланса плотностей потоков входящего солнечного излучения и уходящего теплового инфракрасного излучения. Пусть глобальное альbedo составляет \bar{r} , солнечная постоянная — S , а радиус Земли a_3 . В течение достаточно длительного периода времени, например одного года, должен соблюдаться баланс между поглощенной и излученной в пространстве энергией, так чтобы поддерживалась радиационно равновесная температура. Таким образом, должно выполняться соотношение

$$\pi a_3^2 (1 - \bar{r}) S = 4\pi a_3^2 \sigma T_3^4, \quad (8.29)$$

где πa_3^2 — площадь сечения системы Земля—атмосфера, которая перехватывает входящий поток солнечного излучения, а $4\pi a_3^2$ — сферическая площадь. Отсюда следует, что равновесная температура системы может быть описана выражением

$$T_3 = [(1 - \bar{r}) S / 4\sigma]^{1/4}. \quad (8.30)$$

Используя это простое соотношение, можно исследовать влияние изменения глобального альbedo или (и) солнечной постоянной на равновесную температуру всей системы. Однако температура поверхности — основной параметр при исследованиях климата — не может быть связана с солнечной постоянной или с изменениями глобального альbedo. Информация о температуре поверхности может быть получена только с учетом степени прозрачности и мутности атмосферы, которая в свою очередь связана с солнечным и тепловым инфракрасным излучением.

С целью включения температуры поверхности и радиационных свойств атмосферы в простейшую модель радиационного равно-

весия построим двухслойную модель и используем параметры глобального радиационного баланса (см. рис. 8.19). Пусть средняя поглощательная способность атмосферы по отношению к солнечному излучению составляет \bar{A} , а тепловая инфракрасная излучательная способность — $\bar{\epsilon}$; кроме того, пусть поверхность Земли есть абсолютно черное тело с температурой T . В соответствии с рис. 8.20 можно записать уравнения баланса энергии на верхней границе атмосферы и на поверхности:

$$Q(1 - \bar{r}) - \bar{\epsilon}\sigma T_a^4 - (1 - \bar{\epsilon})\sigma T^4 = 0, \quad (8.31)$$

$$Q(1 - \bar{r} - \bar{A}) + \bar{\epsilon}\sigma T_a^4 - \sigma T^4 = 0, \quad (8.32)$$

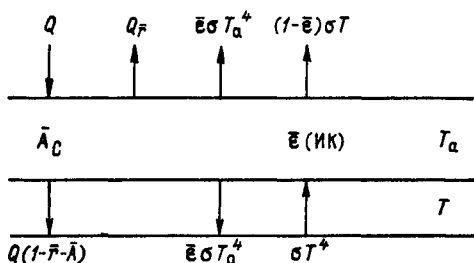


Рис. 8.20. Двухслойная глобальная модель радиационного баланса.

где $Q = S/4$, причем отметим, что глобальное альbedo задается независимо от отражательных свойств атмосферы или подстилающей поверхности. Решения этих уравнений для температуры атмосферы и подстилающей поверхности имеют вид

$$T^4 = Q [2(1 - \bar{r}) - \bar{A}] / [\sigma(2 - \bar{\epsilon})], \quad (8.33)$$

$$T_a^4 = Q [\bar{A} + \bar{\epsilon}(1 - \bar{r} - \bar{A})] / [\sigma\bar{\epsilon}(2 - \bar{\epsilon})]. \quad (8.34)$$

Полученные решения существенно нелинейны и содержат много общих членов. Поэтому проводить с их помощью анализ чувствительности значений температуры к возмущениям радиационных параметров чрезвычайно сложно. Однако если принять, что поглощательная и излучательная способности атмосферы постоянны, то с помощью приведенных выражений можно исследовать влияние изменений солнечной постоянной на равновесную температуру подстилающей поверхности и атмосферы.

8.5.2 Одномерная модель радиационного равновесия с вертикальным разрешением

В главах 3 и 4 было введено понятие скоростей радиационного нагревания и выхолаживания за счет переноса энергии солнечного и теплового инфракрасного излучения. Кроме того, выше были подробно рассмотрены распределения скоростей радиаци-

онного нагревания и выхолаживания атмосферы, основанные на климатологических профилях исходных величин. Скорости радиационного нагревания и выхолаживания выражаются в терминах изменения температуры в зависимости от времени. Таким образом, при наличии чисто радиационного энергетического обмена может быть достигнуто так называемое *радиационное равновесие*, при котором формируется определенный профиль температуры.

Пусть скорость полного радиационного нагревания солнечным излучением составляет $(\partial T/\partial t)_{\text{КВ}}$, а скорость теплового инфракрасного выхолаживания — $(\partial T/\partial t)_{\text{ДВ}}$. Тогда полное нагревание или выхолаживание на данной высоте или при данном давлении может быть записано как

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{\text{рад}} = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{\text{ДВ}} + \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{\text{КВ}}. \quad (8.35)$$

Это уравнение приложимо как к безоблачной, так и к облачной атмосфере. Состояние чисто радиационного равновесия может быть оценено путем численного интегрирования. Пусть n — временной шаг интегрирования, а Δt — соответствующий интервал времени, тогда температура на заданном уровне давления p может быть выражена как

$$T^{(n+1)}(p) = T^{(n)}(p) + \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{\text{рад}}^{(n)} \Delta t. \quad (8.36)$$

Для выполнения расчетов необходима исходная оценка температуры и, кроме того, требуется использовать численные конечно-разностные схемы. Радиационное равновесие достигается, когда разность температур $|T^{(n+1)} - T^{(n)}|$ становится меньше некоторой малой наперед заданной величины. Особое внимание следует уделить условиям радиационного равновесия на поверхности и на верхней границе атмосферы, где полная плотность нисходящего потока солнечного излучения должна быть равна полной плотности потока восходящего теплового инфракрасного излучения. Выполнение этих условий является гарантией того, что будет обеспечено радиационное равновесие земной поверхности, атмосферы и Земли в целом.

На рис. 8.21 *a* представлен вертикальный профиль температуры, полученный на основе расчетов радиационного равновесия для безоблачной атмосферы, сделанных Манабе и Стриклером [79]. Профиль построен с учетом вклада в перенос излучения водяного пара, озона и углекислого газа на 35° с. ш. в апреле. Принятое значение солнечной постоянной составляет $1400 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$, эффективный средний зенитный угол Солнца — 60° , а продолжительность солнечного сияния — 12 ч. Использовано также значение альbedo земной поверхности 0,102. Интервал времени Δt составляет 8 ч, а критерий сходимости — $10^{-3} \text{ К} \cdot \text{сут}^{-1}$. Полученные в численном эксперименте значения радиационно равновесных температур верхней тропосферы и поверхности Земли оказались соответственно значительно ниже и выше, чем наблюдаемые в ре-

альности. Эти отклонения, очевидно, связаны с тем, что при вычислениях пренебрегалось переносом тепла вверх за счет атмосферных движений. С целью приближенного описания вертикального переноса тепла Манабе и Стриклер ввели простую численную процедуру, которую назвали *конвективным приспособлением*. Эта процедура состоит в том, что каждый раз, когда при численных итерациях расчетные значения вертикального градиента температуры превышают критическое значение, они полагаются рав-

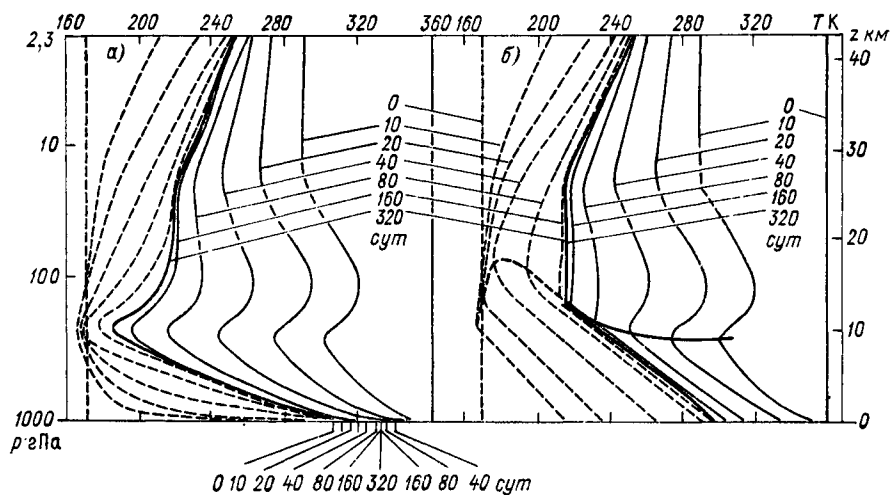


Рис. 8.21. Приближение к состояниям чисто радиационного (а) и термического (б) равновесия. По Манабе и Стриклеру [79].

Сплошные и штриховые линии показывают ход приближения от «теплой» и «холодной» изотермической атмосферы.

ными этому значению. Полученный в результате такого приспособления вертикальный профиль температуры соответствует условию *термического равновесия*. Баланс между переносом тепла вверх путем влажной и сухой конвекции (как в малом, так и в большом масштабе) и переносом радиационной энергии приводит к установлению в тропосфере наблюдаемого вертикального градиента температуры, который составляет около $6,5 \text{ K} \cdot \text{км}^{-1}$. Это значение может использоваться в качестве критического значения вертикального градиента.

Окончательные результаты расчетов в приближении термического равновесия должны удовлетворять следующим требованиям:

1) на верхней границе атмосферы полная плотность потока приходящего солнечного излучения должна быть равна плотности потока уходящего теплового инфракрасного излучения;

2) разность между полной плотностью потока нисходящего солнечного излучения на поверхности и полной плотностью потока восходящего теплового инфракрасного излучения на этом же уровне должна быть равна полному проинтегрированному по

высоте радиационному, выхолаживанию атмосферы с тем, чтобы полный приток радиационной энергии к поверхности и потери тепла за счет конвективного переноса в атмосфере были сбалансированы;

3) если рассчитанный вертикальный градиент температуры меньше критического значения, то должно удовлетворяться условие локального радиационного равновесия.

На основе вышеперечисленных физических принципов Манабе и Стриклер [79], а также Манабе и Везеролд [80] ввели дополнительные численные процедуры, а именно: для конвективного слоя, прилегающего к подстилающей поверхности, задается равенство рассчитываемого вертикального градиента температуры критическому значению последнего. Далее, для того чтобы гарантировать, что земная поверхность отдает столько же тепла, сколько получает, должно выполняться соотношение

$$\frac{c_p}{g} \int_{p_{\text{ВГ}}}^{p_{\text{П}}} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{общ}}^{(n)} dp = \frac{c_p}{g} \int_{p_{\text{ВГ}}}^{p_{\text{П}}} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{рад}}^{(n)} dp + [-F_{\text{ДВ}}^{(n)} + F_{\text{КВ}}], \quad (8.37)$$

где $F_{\text{ДВ}}$ и $F_{\text{КВ}}$ — полные плотности потоков инфракрасного и солнечного излучения у поверхности, $(\partial T/\partial t)_{\text{рад}}$ — описанная выше скорость радиационного изменения температуры, а $p_{\text{П}}$ и $p_{\text{ВГ}}$ — давление у поверхности Земли и на верхней границе конвективного слоя. Для конвективного слоя, находящегося внутри атмосферы, должно также выполняться равенство

$$\frac{c_p}{g} \int_{p_{\text{ВГ}}}^{p_{\text{НГ}}} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{общ}}^{(n)} dp = \frac{c_p}{g} \int_{p_{\text{ВГ}}}^{p_{\text{НГ}}} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{рад}}^{(n)} dp, \quad (8.38)$$

с тем чтобы обеспечить непрерывность потоков энергии, причем здесь $p_{\text{НГ}}$ — атмосферное давление на нижней границе конвективного слоя. Для слоя без конвекции имеем

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{общ}}^{(n)} = \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{рад}}^{(n)}. \quad (8.39)$$

Уравнение для итераций температуры при условии локального термического равновесия принимает тогда вид

$$T^{(n+1)}(p) = T^{(n)}(p) + \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{общ}}^{(n)} \Delta t. \quad (8.40)$$

Для того чтобы получить вертикальный профиль температуры при условии локального термического равновесия, на каждом шаге по времени для каждого заранее выделенного слоя должны удовлетворяться условия конвективных приспособлений, описываемые уравнениями (8.37) и (8.38).

На рис. 8.21 б представлен вертикальный профиль температуры, полученный на основе конвективного приспособления.

Из рисунка видно, что при локальном термическом равновесии и вертикальном градиенте температуры $6,5 \text{ К} \cdot \text{км}^{-1}$, выбранном в качестве критерия приспособления, температура подстилающей поверхности составляет 300 К , что ближе к реальности, чем температура $332,3 \text{ К}$, получаемая из условия чисто радиационного равновесия. Кроме того, при условии термического равновесия получаются также более реалистические значения температуры верхней атмосферы. Отметим, что при выборе условно $T_p = 170 \text{ К}$ в качестве начального состояния (холодная изотермическая атмосфера) на достижение термически равновесной температуры требуется почти год.

Сформулированные выше принципы радиационного и термического равновесия атмосферы служат основой для исследования влияния изменений в содержании различных газов, аэрозолей, а также облачности на профиль глобально осредненной температуры. Исходя из такой одномерной модели радиации и климата, в которой учитывается радиационный перенос и параметризуется вертикальная конвекция, можно исследовать влияние роста содержания углекислого газа и вариаций распределения аэрозолей на глобально осредненную температуру.¹

8.5.3 Энергобалансовая модель климата

Энергобалансовая модель климата служит для вычисления температуры поверхности на основании баланса между потоками приходящего солнечного и уходящего инфракрасного излучения. Модель характеризуется прежде всего учетом широтных вариаций, при рассмотрении которых предполагается, что глобальный баланс энергии может быть выражен в терминах температуры поверхности. Кроме того, предполагается, что планетарное альbedo зависит от наличия или отсутствия ледяного покрова, а конвергенция динамических потоков тепла описывается либо линейной функцией отклонений температуры поверхности, либо простым законом диффузии. В целом энергобалансовая модель может быть описана уравнением в виде

$$C \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = F_{\text{КВ}}(x) - F_{\text{ДВ}}(x) - R(x), \quad (8.41)$$

где C — коэффициент термической инерции зонального столба, выделенного из системы атмосфера—океан; t — время; $x = \sin \lambda$, где λ — широта. (В модельных расчетах удобнее использовать x , а не λ .) $F_{\text{КВ}}$ и $F_{\text{ДВ}}$ — плотности потоков приходящего солнечного и уходящего инфракрасного излучения на верхней границе атмосферы, а $R(x)$ — дивергенция потоков тепла в океане и атмосфере.

¹ См. обсуждение моделей климата в следующих монографиях: Будыко М. И. Климат в прошлом и будущем.— Л.: Гидрометеоздат, 1980; Кондратьев К. Я. Радиационные факторы современных глобальных изменений климата.— Л.: Гидрометеоздат, 1980; Марчук Г. И., Кондратьев К. Я., Дымников В. П. Некоторые проблемы теории климата.— М.: ВИНТИ, 1981. (Прим. ред.)

При условии устойчивого состояния уравнение (8.41) приводится к виду

$$F_{\text{КВ}}(x) - F_{\text{ДВ}}(x) = R(x). \quad (8.42)$$

Теперь введем основной физический принцип, на который опирается энергобалансовая модель климата.

Нагревание по линейному закону. На основе средних месячных значений плотности потока излучения на верхней границе атмосферы, полученных по 260 станциям, Будыко [10] вывел эмпирическую формулу, связывающую плотность потока уходящего инфракрасного излучения, температуру поверхности, а также балл облачности:

$$F_{\text{ДВ}}(x) = a_1 + b_1 T(x) - [a_2 + b_2 T(x)] \eta, \quad (8.43)$$

где T — температура подстилающей поверхности; η — балл облачности; a_1, b_1, a_2, b_2 — эмпирические постоянные, причем $a_1 = 0,324$; $b_1 = 0,00324$; $a_2 = 0,0694$ и $b_2 = 0,00232$. При использовании этих значений коэффициентов величина $F_{\text{ДВ}}$ измеряется в $\text{кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{мин}^{-1}$, а T — в $^{\circ}\text{C}$. В связи со сложностью описания взаимодействия облачности с полем радиации и альбедо поверхности влиянием отклонений балла облачности от среднего глобального значения (50%) на температуру, как правило, пренебрегается. При балле облачности $\eta = 0,5$ уравнение (8.43) может быть преобразовано следующим образом:

$$F_{\text{ДВ}}(x) = a + bT(x), \quad (8.44)$$

причем $a = 0,286 \text{ кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{мин}^{-1}$, а $b = 0,00206 \text{ кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{мин}^{-1} \times ^{\circ}\text{C}^{-1}$. Физическое объяснение линейного характера связи между плотностью потока уходящего инфракрасного излучения и температурой поверхности состоит в том, что, поскольку профили температуры имеют на всех широтах более или менее одинаковую форму, инфракрасное выхолаживание, зависящее от температуры на всех уровнях, может быть выражено через температуру поверхности.

Плотность потока приходящего солнечного излучения может быть описана как

$$F_{\text{КВ}}(x) = Qs(x)[1 - r(x)] = Qs(x)A(x), \quad (8.45)$$

где $Q = S/4$ (S — солнечная постоянная); r — планетарное альбедо, которое, как предполагается, зависит от температуры; A — плотность потока солнечного излучения, поглощенного системой Земля—атмосфера; $s(x)$ — среднее годовое распределение инсоляции на каждой широте, нормированное таким образом, что

$$\int_0^1 s(x) dx = 1. \text{ Величина } Qs(x) \text{ может быть найдена из рис. 2.10.}$$

Далее, для того чтобы связать распределение температуры поверхности с горизонтальным переносом тепла в атмосфере и гид-

росфере, Будыко путем сопоставления наблюдаемых средних широтных значений $R(x)$ с разностью между средней годовой температурой на заданной широте и средней глобальной температурой \bar{T} вывел простое эмпирическое уравнение:

$$R(x) = c[T(x) - \bar{T}], \quad (8.46)$$

причем эмпирическая постоянная $c = 0,00538 \text{ кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{мин}^{-1} \times \times ^\circ\text{C}^{-1}$.

Подставляя уравнения (8.44) и (8.45) в уравнение (8.42), получаем

$$Qs(x)A(x) - [a + bT(x)] = c[T(x) - \bar{T}]. \quad (8.47)$$

Тогда температура поверхности выражается следующим образом:

$$T(x) = \frac{Qs(x)A(x) - a + c\bar{T}}{c + b}. \quad (8.48)$$

Далее, в климатологическом масштабе времени система Земля—атмосфера в целом должна находиться в радиационном равновесии, так что

$$Q\bar{A} - (a + b\bar{T}) = 0, \quad (8.49)$$

где глобальная температура поверхности, глобальная поглощательная способность (\bar{A}) и глобальное альbedo (\bar{r}) определяются выражениями

$$\bar{T} = \int_0^1 T(x) dx, \quad \bar{A} = 1 - \bar{r} = \int_0^1 s(x)A(x) dx, \quad (8.50)$$

следовательно,

$$\bar{T} = (Q\bar{A} - a)/b. \quad (8.51)$$

Теперь, если заданы $s(x)$ и $A(x)$, то можно рассчитать температуру поверхности как функцию от x . Планетарное альbedo обычно задается в виде простой ступенчатой функции, значения которой зависят от наличия (или отсутствия) ледяного покрова. Если положить, что синус широты южной границы оледенения $\lambda_{ю}$ есть $x_{ю}$, то поглощательная способность или альbedo могут быть выражены как

$$A(x, x_{ю}) = 1 - r(x, x_{ю}) = \begin{cases} A_1, & x > x_{ю}, \\ A_2, & x < x_{ю}. \end{cases} \quad (8.52)$$

Применяя методику анализа линейных возмущений к глобальной температуре подстилающей поверхности, солнечной постоянной и глобальному альbedo, т. е. задавая $\bar{T} = \bar{T}_0 + \Delta\bar{T}$ и т. д., можно вывести выражение для температуры на заданной широте:

$$T(x) = \frac{1}{c + b} \left\{ Q_0 s(x) [1 - r(x)] \left(1 + \frac{\Delta Q}{Q_0} \right) - a + c\bar{T}_0 + \right. \\ \left. + \frac{cQ_0}{b} \left[\frac{\Delta Q}{Q_0} (1 - \bar{r}_0 - \Delta\bar{r}) - \Delta\bar{r} \right] \right\}, \quad (8.53)$$

где \bar{T}_0 , Q_0 и \bar{r}_0 — средние значения соответствующих величин для данных условий. С помощью этого уравнения можно исследовать влияние изменений солнечной постоянной на среднюю годовую температуру поверхности и учесть при этом обратную связь с изменяющимся глобальным альбедо, которое является индикатором изменений площади оледенения. Будыко выразил Δr через эмпирическую функцию в виде $0,3l(x, \bar{x}_{ю})s'(x_{ю})$, где $\bar{x}_{ю}$ — современное положение южной границы оледенения ($\bar{x}_{ю} = 0,95$), l — отношение изменений площади оледенения к общей площади северного полушария, а s' — отношение

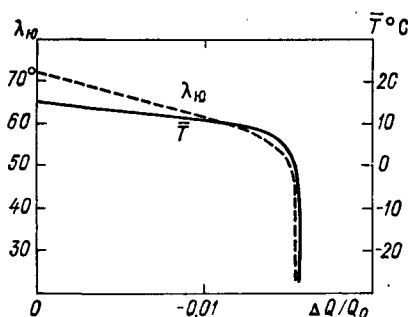


Рис. 8.22. Зависимость глобальной температуры поверхности \bar{T} и широты южной границы оледенения $\lambda_{ю}$ от плотности потока приходящего солнечного излучения $\Delta Q/Q_0$. По Будыко [10], с изменениями.

средней плотности потока солнечного излучения в зоне дополнительного оледенения к плотности потока солнечного излучения, средней по всему полушарию.

С помощью формулы (8.53) можно проводить вычисления с целью определения положения южной границы оледенения при различных значениях $\Delta Q/Q_0$. На рис. 8.22 показаны значения широты $\lambda_{ю}$, соответствующей положению южной границы оледенения, а также глобальной температуры \bar{T} как функции $\Delta Q/Q_0$. При расчетах этих зависимостей современное среднее значение

солнечной постоянной было принято равным $1,92 \text{ кал} \cdot \text{см}^{-2} \cdot \text{мин}^{-1}$, а глобальное альбедо — $0,33$. На основании климатологических данных значение температуры $T(x_{ю})$ на южной границе оледенения принято равным -10°C . Ступенчатая функция поглощения принимает следующие значения: $A_1 = 0,38$, $A_2 = 0,68$, а на южной границе оледенения $A_{ю} = 0,5$. При изменении плотности потока приходящего солнечного излучения на 1% глобальная температура поверхности уменьшается примерно на 5°C . Далее, уменьшение плотности потока приходящего солнечного излучения на $1,5\%$ приводит к понижению глобальной температуры поверхности примерно на 9°C . В результате подобных понижений температуры оледенение продвигается на юг на $8\text{--}18^\circ$ широты, что соответствует распространению четвертичного оледенения. Согласно результатам описанных вычислений, при уменьшении $\Delta Q/Q_0$ примерно на $1,6\%$ граница оледенения достигает примерно 50° с. ш. На этой широте глобальная температура поверхности уменьшается до нескольких десятков градусов Цельсия ниже нуля. В результате ледниковый щит начинает продвигаться на юг вплоть до экватора, причем это продвижение уже не зависит от того, продолжает уменьшаться плотность потока приходящего солнечного излучения или нет. Отметим здесь, что при постоянном среднем глобальном альбедо (например, $\Delta \bar{r} = 0$) уменьше-

ние отношения $\Delta Q/Q_0$ на 1% приводит к понижению глобальной температуры поверхности лишь на 1,2—1,5°C. Отсюда вполне очевидно значение обратной связи температуры поверхности с альбедо ледяного покрова.

Закон простой диффузии. Вместо выражения горизонтального переноса тепла как линейной функции температуры подстилающей поверхности Селлерс [111] использовал уравнение баланса энергии для системы Земля—атмосфера, представленное соотношением (8.28):

$$R = L \Delta C_w + \Delta C + \Delta F = F_{\text{КВ}} - F_{\text{ДВ}}. \quad (8.54)$$

Для выражения результирующих потоков энергии за счет переноса водяного пара атмосферными движениями C_w , а также переноса явного тепла как атмосферными, так и океаническими течениями (C и F) предлагаются параметризованные уравнения. Символически можно записать:

$$C_w = f(\Delta T), \quad C = g(\Delta T), \quad F = h(\Delta T).$$

Иначе говоря, эти параметры переноса выражаются как линейные функции разностей температуры поверхности. Следовательно, может быть выведено уравнение второго порядка относительно ΔT . Заметим, что Селлерс также выразил плотность потока уходящего инфракрасного излучения более сложным образом:

$$F_{\text{ДВ}} = T^4(x) \{1 - m \operatorname{th}[19T^6(x) 10^{-16}]\},$$

где m — коэффициент ослабления атмосферой, который, согласно Селлерсу, для современных условий составляет 9,5.

Уравнение горизонтального переноса тепла второго порядка относительно ΔT , по существу, есть диффузное приближение. На основе закона диффузии Норт [91, 92], а также Хелд и Суарес [48] развили более строгие математические модели. Для описания горизонтального переноса тепла было использовано выражение из теории термической диффузии $-D \nabla^2 T$, где D — эмпирический коэффициент, значение которого должно быть определено путем согласования с параметрами современного климата. Таким образом, все процессы переноса были параметризованы с помощью единственного коэффициента. Такой подход аналогичен тому, при котором дисперсия энергии за счет макротурбулентности во всей геожидкостной системе описывается с помощью приближения турбулентной диффузии. Используя оператор Лапласа в сферических координатах (см. уравнение (5.29)) и замечая, что рассматриваются лишь одномерные широтные вариации температуры, получаем

$$-D \nabla^2 T = \frac{-D}{a_3^2 \sin \theta} \frac{d}{d\lambda} \left(\sin \theta \frac{dT}{d\theta} \right) = \frac{-D}{a_3^2} \frac{d}{dx} (1 - x^2) \frac{d}{dx} T(x), \quad (8.55)$$

где полярный угол $\theta = 90^\circ - \lambda$, a_3 — радиус Земли. Пусть $D' = D/a_3^2$, тогда из уравнения (8.42) находим

$$D' \frac{d}{dx} (1 - x^2) \frac{d}{dx} T(x) = F_{\text{ДВ}}(x) - Qs(x) A(x, x_{\text{ю}}). \quad (8.56)$$

Поскольку $F_{\text{ДВ}}$ и T линейно связаны друг с другом посредством уравнения (8.44), уравнение (8.56) можно переписать в виде

$$\left[\frac{d}{dx} (1 - x^2) \frac{d}{dx} - \frac{1}{D''} \right] F(x) = - \frac{Q}{D''} s(x) A(x, x_{\text{ю}}), \quad (8.57)$$

причем $D'' = D'/b$ и для удобства полагается $F_{\text{ДВ}} = F$. Теперь следует задать положение южной границы оледенения $x_{\text{ю}}$. Будем считать, что если $T(x) < T_{\text{ю}}$, то лед будет присутствовать, тогда как при $T(x) > T_{\text{ю}}$, лед будет отсутствовать. В терминах плотности потока инфракрасного излучения $F(x_{\text{ю}}) = F_{\text{ю}}$. Как упоминалось выше, величина $T_{\text{ю}}$ обычно принимается равной -10°C . Из уравнения (8.44) следует, что это соответствует плотности потока $F_{\text{ю}} = 209 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$.

Для модели симметричных полушарий и средних годовых значений параметров граничное условие должно состоять в отсутствии потока тепла на полюсах или через экватор, т. е. $\nabla F(x)$ или $\nabla T(x) = 0$ и при $x = 1$ и $x = 0$ соответственно. Таким образом,

$$(1 - x^2)^{1/2} \frac{d}{dx} F(x)|_{x=0} = (1 - x^2)^{1/2} \frac{d}{dx} F(x)|_{x=1} = 0. \quad (8.58)$$

Решение для $F(x)$ может быть получено разложением его по полиномам Лежандра в виде

$$F(x) = \sum_n F_n P_n(x), \quad (8.59)$$

где учитываются только четные члены ($n = 2m$), поскольку в случае средних годовых значений плотность потока $F(x)$ является четной функцией x , иначе говоря, она симметрична по полушариям, а F_n — подлежащие определению неизвестные коэффициенты. Как было показано выше в уравнении (5.43) (при $l = 0$), полиномы Лежандра являются собственными функциями уравнения диффузии по сфере, следовательно,

$$\frac{d}{dx} (1 - x^2) \frac{d}{dx} P_n(x) = -n(n+1) P_n(x). \quad (8.60)$$

Далее, соотношение $(1 - x^2)^{1/2} dP(x)/dx = 0$ удовлетворяется при $x = 0, 1$, если n — четное число. Отсюда следует, что наложенные граничные условия, описываемые уравнением (8.58), удовлетворяются данным разложением.

Подставляя уравнение (8.59) в уравнение (8.57) и учитывая свойство ортогональности (см. приложение 4), находим

$$F_n = QH_n(x_{\text{ю}})/[1 + n(n+1)D'], \quad (8.61)$$

где

$$H_n(x_{ю}) = (2n + 1) \int_0^1 s(x) A(x, x_{ю}) P_n(x) dx, \quad (8.62)$$

причем величина $H_n(x_{ю})$ может быть оценена по известным значениям $s(x)$ и $A(x, x_{ю})$. Завершающая решение процедура состоит в определении коэффициента диффузного переноса D'' . Она может быть выполнена эмпирически варьированием коэффициента D'' в уравнении (8.59) (причем F_n заданы по уравнению (8.61)) до тех пор, пока не будут получены современные климатические условия ($\bar{x}_{ю} = 0,95$; $F(\bar{x}_{ю}) = F_{ю}$; $Q = Q(\bar{x}_{ю}) = Q_0$). Теперь полученное решение может быть использовано для исследования положения южной границы оледенения в зависимости от Q . Используя уравнения (8.59) и (8.61), а также полагая $x = x_{ю}$, получаем

$$Q(x_{ю}) = F_{ю} \left[\sum_n \frac{H_n(x_{ю}) P_n(x_{ю})}{1 + n(n+1) D''} \right]^{-1}. \quad (8.63)$$

Нормированное среднее годовое распределение инсоляции $s(x)$ может быть разложено в ряд по полиномам Лежандра. С хорошей степенью приближения в пределах 2% точности оно описывается выражением

$$s(x) = \sum_n s_n P_n(x) \approx 1 + s_2 P_2(x), \quad (8.64)$$

где $s_2 = -0,482$. Опираясь на данные наблюдений, можно также приближенно описать разложением по полиномам поглощательную способность в области широт, свободной ото льда:

$$A_2(x, x_{ю}) = d_0 + d_2 P_2(x), \quad x < x_{ю}, \quad (8.65)$$

причем $d_0 = 0,697$, $d_2 = -0,0779$. Поглощательная способность поверхности льда или снега при 50% облачности принимается, как указывалось выше, на уровне 0,38. На рис. 8.23 а показано распределение температуры поверхности в зависимости от x , полученное на основе двучленного разложения, представленного соотношением (8.59). Кроме того, приведены наблюдаемые значения температуры. С учетом простоты диффузной модели полученное согласование наблюдаемых и расчетных значений температуры представляется вполне приемлемым. Зависимость положения южной границы оледенения от изменений плотности потока приходящего солнечного излучения показана на рис. 8.23 б. Из рисунка очевидна ветвящаяся структура решения, полученного для простой диффузной модели. Верхняя ветвь описывает процесс продвижения оледенения на юг при уменьшении плотности потока приходящего солнечного излучения. После того как граница оледенения достигает 45—50° с. ш., ее продвижение к югу продолжается даже при росте плотности потока приходящего солнечного излучения. Это заключение в сущности согласуется с результатами, представленными на рис. 8.22.

В недавней публикации Линдзена и Фаррелла [69] было отмечено, что вышеописанные простые модели климата не согласуются с практически изотермическим ходом температуры поверхности в пределах широтного пояса 30° вокруг экватора. Чтобы ввести в простые модели климата тропический перенос (называемый переносом в ячейке Гадлея), производится эмпирическая подгонка, суть которой состоит в том, что предполагается существование некоторого горизонтального потока тепла. Этот поток

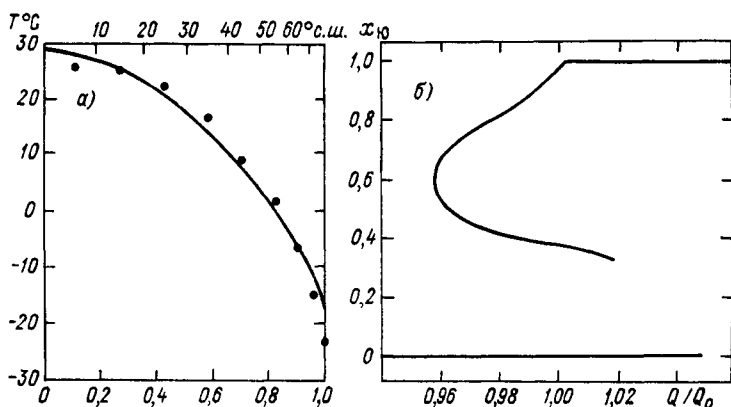


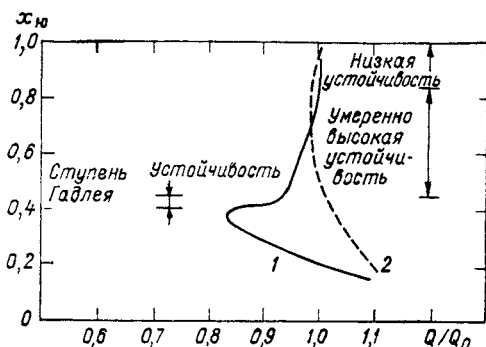
Рис. 8.23. Зависимость температуры поверхности T от широты в условиях современного климата, полученная на основании двучленного приближения (а), и зависимость положения южной границы оледенения $x_{ю}$ от плотности потока приходящего солнечного излучения $\Delta Q/Q_0$, причем современное положение принято за единицу (б). По Норту [92], с изменениями.

Кружками показаны наблюдаемые значения.

тепла приравняется к нулю на широтах, больших какой-то заданной λ_c ($\sim 25^\circ$ с. ш.). В модели линейного нагревания Будыко член $Q_s(x)A(x, x_{ю})$ заменяется на соответствующее среднее значение, взятое в пределах $0 < \lambda \leq \lambda_c$. На рис. 8.24 показана зависимость положения границы оледенения от значения плотности потока приходящего солнечного излучения. На широте 25° , которая называется ступенью стабильности Гадлея, уменьшение плотности потока приходящего солнечного излучения незначительно влияет на положение границы оледенения. Лишь когда уменьшение плотности потока солнечного излучения составляет 15—20%, оледенение начинает непрерывно продвигаться на юг, несмотря на последующее увеличение плотности потока приходящего солнечного излучения. В поясе примерно 25 — 60° с. ш., который определяется как область умеренно сильно устойчивости решения, продвижение оледенения на юг прямо связано с уменьшением приходящего солнечного излучения. Наконец, при $\lambda \geq 60^\circ$ с. ш. в так называемой области слабой устойчивости решения положение границы оледенения может быть связано, как было предположено, с параметрами орбиты Земли. Сравнивая рис. 8.24

с рис. 8.22 и 8.23 б, можно заметить, что для получения полного оледенения Земли необходимо существенное ($\gg 1,6\%$) уменьшение плотности потока приходящего солнечного излучения и что

Рис. 8.24. Зависимость положения южной границы оледенения $x_{ю}$ от нормированной величины плотности потока приходящего солнечного излучения Q/Q_0 при наличии (1) и отсутствии (2) приспособления по Гадлею. По Линдзену и Фарреллу [69], с изменениями.



на значительной площади земного шара климатическая система устойчива к подобным возмущениям.

УПРАЖНЕНИЯ

8.1. Предположим, что атмосфера ведет себя как единый изотермический слой с температурой T_a , который пропускает солнечное излучение, но поглощает все инфракрасное. Покажите, что глобальная температура поверхности составляет $T = \sqrt[4]{2T_a}$. Определите глобальную температуру поверхности, если глобальное альbedo равно 30%, а солнечная постоянная 1354 Вт·м².

8.2. Средняя глобальная температура поверхности Земли составляет всего около 10 °С, средняя глобальная поглощательная способность атмосферы по отношению к солнечному излучению — около 0,2. Используйте значения глобального альbedo и солнечной постоянной, приведенные в упражнении 8.1, и рассчитайте среднюю глобальную излучательную способность и температуру атмосферы. Повторите расчет для случая уменьшения солнечной постоянной на 1%.

8.3. Пусть глобальные отражательные способности атмосферы и подстилающей поверхности составляют \bar{r} и $r_{п}$ соответственно. Рассмотрите многократные отражения между поверхностью и атмосферой и покажите, что глобальное альbedo системы Земля—атмосфера описывается выражением

$$\bar{r} + (1 - \bar{A} - \bar{r})^2 r_{п} / (1 - r_{п} \bar{r}).$$

8.4. 1. Нормированное среднее годовое распределение инсоляции примерно описывается уравнением (8.64), а альbedo задается ступенчатой функцией

$$r(x, x_{ю}) = \begin{cases} 0,62, & x > 0,95, \\ 0,32, & x < 0,95. \end{cases}$$

Рассчитайте и постройте широтное распределение температуры поверхности по уравнению (8.48) как функцию x .

2. Рассчитайте также температуру на границе оледенения, принимая альbedo равным 0,5. Покажите, что решение, полученное для положения южной границы оледенения $x_{ю}$, является квадратичным. Постройте график зависимости $x_{ю}$ от Q/Q_0 в пределах 0,97—1,2.

8.5. 1. Выведите уравнение (8.53) с помощью линейного анализа возмущений.

2. Покажите, что площадь поясов Земли от полюсов до широты λ определяется выражением $2\pi a_3^2 (1-x)$, где a_3 — радиус Земли.

3.¹ Пусть $\Delta\bar{r} = 0,3s'(x)l(x, \bar{x}_0)$, где l — отношение изменения площади, покрытой льдом, к полной площади северного полушария, и

$$s'(x) = \int_{x_0}^{0,95} s(x) dx \cdot$$

Покажите, что решение для x_0 описывается полиномиальным уравнением четвертого порядка. Рассчитайте и постройте график зависимости x_0 от $\Delta Q/Q_0$, а затем сравните полученный результат с приведенным на рис. 8.22.

8.6. Из уравнения (8.61) находим, что

$$F_0 = QH_0(x_0), \quad F_2 = QH_2(x_0)/(6D'' + 1);$$

На основе двухчленного приближения, кроме того, имеем по уравнению (8.59), что

$$F(x) = F_0 + F_2 P_2(x).$$

Вычислите значение эмпирического коэффициента D'' подгонкой под современные климатические условия ($x_0 = 0,95$, $4Q = 1354 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$).

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- Будыко М. И. Климат и жизнь.—Л.: Гидрометеониздат, 1971. (В главе 5 дается краткое описание известных изменений климата и обсуждается влияние уровня солнечного излучения на климат.)
- Кондратьев К. Я. Перенос излучения в атмосфере.—Л.: Гидрометеониздат, 1965. (Книга посвящена обсуждению закономерностей поведения составляющих радиационного баланса, полученных из результатов спутниковых измерений, а также основанных на данных радиационной климатологии.)
- Freeman, K. P., and Liou, K. N. (1979). Climate effects of cirrus clouds. *Adv. Geophys.* 21, 231—287. (В данной статье содержится исчерпывающее изложение закономерностей формирования радиационного баланса, выполненное на современном уровне и основанное на теоретических расчетах. Кроме того, исследуется влияние изменчивости балла перистой облачности на радиационный баланс системы Земля—атмосфера.)
- Schneider, S. H., and Dickinson, R. E. (1974). Climate modelling. *Rev. Geophys. Space Phys.* 12, 447—793. (В данной работе приводится прекрасный исчерпывающий обзор иерархии моделей климата различного уровня сложности, включая и простые модели климата, обсуждавшиеся в настоящей главе.)
- Sellers, W. D. (1965). *Physical Climatology*. Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois. (В главах 3, 4 и 8 содержатся материалы, относящиеся к проблемам инсоляции, переноса излучения и радиационного баланса.)

¹ Для выполнения этого задания необходимо обладать навыками программирования.

Приложение 1

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

	a	радиус сферической частицы
	a_3	радиус Земли
	a_C	радиус Солнца
	a_j	гауссовские веса
	A	площадь; поглощательная способность
A_λ, A_ν	A_ν	монохроматическая поглощательная способность
$B_{\bar{\nu}}, B_\lambda, B_\nu$	$A_{\bar{\nu}}$	средняя поглощательная способность
	B_ν	функция Планка
	B	магнитная индукция
	c	скорость света
	c_p	удельная теплоемкость при постоянном давлении
	C	ковариационная матрица
	d	расстояние между Землей и Солнцем
	D	электрическое смещение
	e	заряд электрона; парциальное давление поглощающего газа
	E	энергия
	E_n	интегральная экспоненциальная функция
	E	вектор напряженности электрического поля излучения
	f	поток, мощность; параметр Корнолиса
	F	плотность потока (энергетическая освещенность, лучистость)
$F_{\bar{\nu}}, F_\lambda, F_\nu$	F_ν	плотность монохроматического потока
	$F_{\text{ИК}}$	плотность потока инфракрасного излучения
	g	ускорение свободного падения; фактор асимметрии
	G	усиление по отношению к изотропному рассеивателю
	h	постоянная Планка
	H (μ)	H -функция Чандрасекара
	H_n^2	функция Ханкеля второго рода
	H	вектор напряженности магнитного поля излучения
	i_1, i_2	сферические углы
i_1, i_2, i_3, i_4	i_1, i_2, i_3, i_4	функции интенсивности в теории Ми
	I	интенсивность излучения (энергетическая яркость)
$I_{\bar{\nu}}, I_\lambda, I_\nu$	I_ν	монохроматическая интенсивность (энергетическая яркость)
	I_0	интенсивность падающего излучения
	I_n	модифицированная функция Бесселя первого рода; составляющие интенсивности для каждого порядка рассеяния
	$I_{\text{ИК}}$	интенсивность инфракрасного излучения
	J_λ	коэффициент функции источника
	J	плотность электрического тока
$J_\lambda, J_{\bar{\nu}}, J$	J	функция источника
	J_n	функция Бесселя первого рода

k	волновое число ($2\pi/\lambda$)
k, k_j	собственные значения
$k, k_{\bar{\nu}}, k_{\nu}$	коэффициент поглощения
k_{λ}	коэффициент поглощения; массовый поперечник ослабления
k	постоянная Больцмана
K	весовая функция
L	теплота испарения
$L(x)$	функция Ладенберга и Райхе
L_j	коэффициенты в решении по методу дискретных ординат
L	матрица преобразования (вращения)
LP	степень линейной поляризации
m	комплексный показатель преломления
M	молекулярная масса сухого воздуха
M	матрица преобразования в теории Ми
n	квантовое число
$n(x)$	распределение частиц по размерам
N	счетная концентрация частиц
N_0	число Авогадро
N_n	функция Неймана
\mathcal{P}	число преломлений и отражений в частице
p	давление
$P(\nu), P(s)$	функция вероятности
P	мощность; степень поляризации
$P(\cos \theta)$	фазовая функция (индикатриса рассеяния)
P	наведенный дипольный момент; фазовая матрица
P_n	полиномы Лежандра
P_n^i	присоединенные полиномы Лежандра
q	массовая доля водяного пара
Q	второй элемент среди параметров Стокса; суточная инсоляция
Q_e	эффективность ослабления
Q_s	эффективность рассеяния
Q_a	эффективность поглощения
$r(\mu)$	отражение (или локальное или планетарное альbedo)
r_p	альbedo поверхности
\bar{r}	сферическое альbedo
R	дивергенция плотности потока полного (солнечного и инфракрасного) излучения
$R(\mu, \varphi)$	функция отражения
μ_0, φ_0	
R_{λ}	отражательная способность (см. главу 1)
$s(x)$	нормированное среднее годовое распределение инсоляции
S	солнечная постоянная; сила спектральной линии
$S(\mu, \varphi)$	
μ_0, φ_0	
S	функция рассеяния Чандрасекара
S	вектор Пойнтинга
t	время
$t_{\text{диф}}$	пропускание диффузного излучения
$t_{\text{пр}}$	пропускание прямого излучения
\bar{t}	глобальное пропускание диффузного излучения
t^f	широкополосное потоковое пропускание
T	температура
$\mathcal{F}_{\bar{\nu}}, \mathcal{F}_{\lambda}, \mathcal{F}_{\nu}$	монохроматическая функция пропускания (пропускание)
$\mathcal{F}_{\bar{\nu}}$	средняя функция пропускания
\mathcal{F}_{ν}^i	монохроматическая функция пропускания слоя (для диффузного излучения)
$\mathcal{F}_{\nu}^{\bar{i}}$	средняя функция пропускания слоя (для диффузного излучения)

T (μ , φ ; μ_0 , φ_0)	функция пропускания (в главе 6)
$T_{\text{ч}}$ (μ , φ ; μ_0 , φ_0)	функция пропускания Чандрасекара
u	оптическая длина пути
u_0 , u_p	амплитуда волнового возмущения в теории дифракции
$u_{\text{в}}$	плотность энергии
U	третий элемент параметров Стокса
v	скорость
V	четвертый элемент параметров Стокса
x	параметр размера (ka); синус широты ($\sin \lambda$)
X (μ , φ ; μ_0 , φ_0)	X -функция Чандрасекара
Y (μ , φ ; μ_0 , φ_0)	Y -функция Чандрасекара
W	эквивалентная ширина
α	лоренцовская полуширина; поляризуемость (в главе 3)
$\alpha_{\text{д}}$	доплеровская полуширина
$\alpha_{\text{н}}$	естественная полуширина
β_e	коэффициент ослабления
β_s	коэффициент рассеяния
β_{π}	коэффициент обратного рассеяния
δ	спектральное расстояние между линиями поглощения; угол склонения Солнца (в главе 2)
δ , δ_r , δ_l	фаза волны
δ	δ -функция Дирака
ϵ	диэлектрическая проницаемость; пиранометрический избыток (в главе 2); ошибка измерений (в главе 7)
ϵ_0	диэлектрическая проницаемость вакуума
ϵ_{λ} , $\epsilon_{\sqrt{\nu}}$	монохроматическая излучательная способность
ϵ^f	широкополосная потоковая излучательная способность
θ	зенитный угол; угол рассеяния в теории Ми
Θ	угол рассеяния
λ	длина волны; широта
μ	косинус зенитного угла; проницаемость
μ_i	гауссовы точки
ν	волновое число
$\tilde{\nu}$	частота
ν^*	фактор формы контура в распределении по размерам Юнге
ρ	плотность
σ	постоянная Стефана—Больцмана; площадь сечения
σ_e	поперечник ослабления
σ_s	поперечник рассеяния
σ_a	поперечник поглощения
σ_{π}	поперечник обратного рассеяния
ω	круговая частота
$\tilde{\omega}$	альbedo однократного рассеяния
$\tilde{\omega}l$	коэффициенты в разложении фазовой функции по полиномам Лежандра
τ , τ_{λ}	оптическая толщина
Ω	телесный угол; полная концентрация озона
χ	угол ориентации
η	степень покрытости облачностью
φ	азимутальный угол
Ψ_j^m	собственная функция в методе дискретных ординат
$\Phi(\tilde{\nu}, \nu)$	функция реакции прибора
ψ	долгота
$\tilde{\nu}$	полное глобальное пропускание

Приложение 2

НЕКОТОРЫЕ ПОСТОЯННЫЕ

Скорость света	$c = 2,9979250 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$
Постоянная Планка	$h = 6,62620 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}^{-1}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38062 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$
Постоянная Стефана—Больцмана	$\sigma = 5,66961 \cdot 10^8 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{град}^{-4}$
Солнечная постоянная	$S_0 = 1353,21 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}$
Средний радиус Земли	$a_3 = 6,37120 \cdot 10^6 \text{ мм}$
Масса Земли	$5976 \cdot 10^{21} \text{ кг}$
Средний радиус Солнца (видимый диск)	$a_C = 6,96000 \cdot 10^8 \text{ мм}$
Среднее расстояние между Землей и Солнцем	$d_{CP} = 1,49598 \cdot 10^{11} \text{ мм}$
Угловая скорость вращения Земли	$\omega = 7,29221 \cdot 10^{-5} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$
Стандартная температура	$T_0 = 273,16 \text{ К}$
Стандартное давление	$p_0 = 1013,25 \text{ гПа}$
Плотность воздуха при стандартном давлении и температуре	$\rho = 1,273^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$
Ускорение свободного падения (на уровне моря на широте 45°)	$g = 9,80616 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$
Молекулярная масса сухого воздуха	$M = 28,97 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}$
Удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении	$c_p = 1,004 \cdot 10^2 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$
Удельная теплоемкость при постоянном объеме	$v = 7,17 \cdot 10^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R^* = 8,31432 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$
Число Авогадро	$N_0 = 6,02297 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Число Лошмидта (при стандартных температуре и давлении)	$n_0 = 2,63719 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$
Масса электрона	$m_e = 9,10956 \cdot 10^{31} \text{ кг}$
Заряд электрона	$e = 1,60219 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Диэлектрическая проницаемость вакуума	$\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ кг}^{-1} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-2}$
Магнитная проницаемость вакуума	$\mu_0 = 12,56637 \cdot 10^{-7} \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$

Приложение 3

ВЫВОД ФУНКЦИИ ПЛАНКА

В соответствии со статистикой Больцмана, если N_0 есть число осцилляторов на любом заданном энергетическом уровне, то число осцилляторов N , находящихся в состоянии с энергией, большей заданной на величину ϵ , определяется выражением

$$N = N_0 e^{-\epsilon/kT}, \quad (\text{П.3.1})$$

где k — постоянная Больцмана, а T — абсолютная температура. Согласно первому постулату Планка, осциллятор обладает лишь той энергией, которая допускается уравнением (1.16). Таким образом, величина ϵ может принимать значения $0, h\tilde{\nu}, 2h\tilde{\nu}$ и т. д. Если число осцилляторов с нулевой энергией $h\tilde{\nu}$ есть N_0 , то с учетом уравнения (П.3.1) число осцилляторов с энергией $h\tilde{\nu}$ будет равно

$$N_0 e^{-h\tilde{\nu}/kT},$$

а с энергией $2h\tilde{\nu}$

$$N_0 e^{-2h\tilde{\nu}/kT}$$

и т. д. Полное число осцилляторов, обладающих частотой $\tilde{\nu}$ и находящихся во всех энергетических состояниях, будет описываться выражением

$$\begin{aligned} N &= N_0 + N_0 e^{-h\tilde{\nu}/kT} + N_0 e^{-2h\tilde{\nu}/kT} + \dots = \\ &= N_0 [1 + e^{-h\tilde{\nu}/kT} + (e^{-h\tilde{\nu}/kT})^2 + \dots] \cong N_0 / (1 - e^{-h\tilde{\nu}/kT}). \end{aligned} \quad (\text{П.3.2})$$

Полная энергия этих осцилляторов может быть получена умножением каждого члена в уравнении (П.3.2) на соответствующее значение энергии:

$$\begin{aligned} E &= 0N_0 + h\tilde{\nu}N_0 e^{-h\tilde{\nu}/kT} + 2h\tilde{\nu}N_0 e^{-2h\tilde{\nu}/kT} + 3h\tilde{\nu}N_0 e^{-3h\tilde{\nu}/kT} + \dots = \\ &= h\tilde{\nu}N_0 e^{-h\tilde{\nu}/kT} [1 + 2e^{-h\tilde{\nu}/kT} + 3(e^{-h\tilde{\nu}/kT})^2 + \dots] \cong \\ &\cong h\tilde{\nu}N_0 e^{-h\tilde{\nu}/kT} / (1 - e^{-h\tilde{\nu}/kT})^2. \end{aligned} \quad (\text{П.3.3})$$

Тогда средняя энергия, приходящаяся на осциллятор, будет описываться выражением

$$\frac{E}{N} = \frac{N_0 h\tilde{\nu} e^{-h\tilde{\nu}/kT} / (1 - e^{-h\tilde{\nu}/kT})^2}{N_0 / (1 - e^{-h\tilde{\nu}/kT})} = h\tilde{\nu} / (e^{-h\tilde{\nu}/kT} - 1). \quad (\text{П.3.4})$$

В соответствии со вторым постулатом Планка кванты энергии испускаются лишь в тех случаях, когда осциллятор переходит из одного из своих квантованных энергетических состояний в другое. Таким образом, средняя энергия, излученная группой осцилляторов, описывается выражением (П.3.4), правая часть которого входит в качестве множителя в формулу Планка.

Для того чтобы получить функцию Планка, положим, что $u_{\bar{\nu}}$ — монохроматическая плотность энергии, т. е. плотность энергии, которая приходится на единицу объема в единичном интервале частот в полости, находящейся при температуре T . Согласно этому определению, можно записать

$$u_{\bar{\nu}} = Ah\bar{\nu}/(e^{h\bar{\nu}/kT} - 1), \quad (\text{П.3.5})$$

где A — подлежащая определению постоянная. В соответствии с принципом равномерного распределения энергии по степеням свободы плотность энергии в полости описывается классической формулой Рэлея—Джинса

$$u_{\bar{\nu}} = (8\pi\bar{\nu}^2/c^3) kT. \quad (\text{П.3.6})$$

Эта формула выполняется при высоких температурах T и низкой частоте $\bar{\nu}$. Поэтому при $h\bar{\nu}/kT \rightarrow 0$ в уравнении (П.3.5) $A = 8\pi\bar{\nu}^2/c^3$. Таким образом, монохроматическая плотность энергии будет описываться выражением

$$u_{\bar{\nu}} = \frac{8\pi h\bar{\nu}^3}{c^3 (e^{h\bar{\nu}/kT} - 1)}. \quad (\text{П.3.7})$$

Излучение абсолютно черного тела состоит из фотонов, распространяющихся во всех направлениях в пределах телесного угла 4π со скоростью света c . Поэтому излучаемая интенсивность (энергетическая яркость) в полости, находящейся при температуре T , может быть выражена в единицах энергии, падающей на единичную площадь в единицу времени в пределах единичного телесного угла в единичном интервале частот следующим образом:

$$B_{\bar{\nu}}(T) = u_{\bar{\nu}}c/(4\pi). \quad (\text{П.3.8})$$

Подставляя уравнение (П.3.7) в (П.3.8), получаем функцию Планка в той же форме, в которой она описывается уравнением (1.18):

$$B_{\bar{\nu}}(T) = \frac{2h\bar{\nu}^3}{c^2 (e^{h\bar{\nu}/kT} - 1)}.$$

Приложение 4

КОМПЛЕКСНЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ, ДИСПЕРСИЯ СВЕТА И ФОРМУЛА ЛОРЕНЦ-ЛОРЕНЦА

Под действием приложенного электрического поля положительные и отрицательные заряды в диэлектрике движутся в противоположных направлениях. В результате создаются электрические диполи. Произведение расстояния, разделяющего положительные и отрицательные заряды, на их значение называется дипольным моментом. Если дипольный момент разделить на объем, то полученную величину называют поляризацией \mathbf{P} . Вектор смещения \mathbf{D} (заряд на единицу площади) внутри диэлектрика определяется в единицах СГС следующим образом:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}, \quad (\text{П.4.1})$$

где ϵ — энергетическая проницаемость среды. Таким образом,

$$\epsilon = (1 + 4\pi \mathbf{P} \cdot \mathbf{E} / E^2). \quad (\text{П.4.2})$$

Скорость света может быть выражена через электрическую проницаемость ϵ и магнитную проницаемость μ :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu \epsilon}}. \quad (\text{П.4.3})$$

Проницаемость μ в воздухе или воде практически равна проницаемости в вакууме, т. е. $\mu \approx \mu_0$. Коэффициент преломления определяется как отношение скорости света в вакууме к скорости света в среде и выражается следующим образом:

$$m = c_0/c \approx \sqrt{\epsilon} = \sqrt{1 + \frac{4\pi \mathbf{P} \cdot \mathbf{E}}{E^2}}. \quad (\text{П.4.4})$$

В то же время вектор поляризации для N диполей описывается выражением (см. формулу (3.54))

$$\mathbf{P} = N\alpha \mathbf{E}. \quad (\text{П.4.5})$$

Подстановка уравнения (П.4.5) в уравнение (П.4.4) приводит к выражению

$$m^2 = 1 + 4\pi N\alpha. \quad (\text{П.4.6})$$

Теперь нужно выразить поляризуемость через частоту. На основании определения вектора поляризации имеем

$$\mathbf{P} = Ne\mathbf{r}, \quad (\text{П.4.7})$$

где e — заряд электрона а \mathbf{r} — радиус-вектор расстояния. Объединяя уравнения (П.4.5) и (П.4.7), находим

$$\alpha \mathbf{E} = e\mathbf{r}. \quad (\text{П.4.8})$$

Далее, согласно уравнению Лоренца, сила совместного воздействия электрического и магнитного полей на электрон определяется выражением

$$\mathbf{F} = e [\mathbf{E} + (\mu/c) \mathbf{v} \times \mathbf{H}], \quad (\text{П.4.9})$$

где \mathbf{v} — скорость электрона, которая очень мала по сравнению со скоростью света. Следовательно, можно пренебречь силой, обусловленной воздействием магнитного поля. В колеблющейся системе координат сила, действующая на электрон и выраженная в терминах его смещения, обусловлена следующими факторами: 1) ускорением электрона; 2) силой торможения, возникающей при излучении электромагнитной энергии колеблющимися электронами и пропорциональной их скорости; 3) ускоряющей силой колебаний, пропорциональной расстоянию r . Из второго закона Ньютона находим

$$\frac{\mathbf{F}}{m_e} = \frac{e\mathbf{E}}{m_e} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + \gamma \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \xi\mathbf{r}, \quad (\text{П.4.10})$$

где γ и ξ — коэффициенты торможения и ускорения соответственно, а m_e — масса электрона. В скалярной форме записываем

$$\frac{d^2r}{dt^2} + \gamma \frac{dr}{dt} + \xi r = \frac{eE}{m_e}. \quad (\text{П.4.11})$$

Однородное решение этого дифференциального уравнения второго порядка дается следующим простым выражением:

$$r = r_0 e^{-i\omega t} = r_0 e^{-i2\pi\tilde{\nu}t}. \quad (\text{П.4.12})$$

Подставляя уравнение (П.4.12) в уравнение (П.4.11), получаем

$$[(\xi - 4\pi^2\tilde{\nu}^2) - i2\pi\tilde{\nu}\gamma] r = eE/m_e. \quad (\text{П.4.13})$$

Естественная (или резонансная) частота определяется выражением $\tilde{\nu}_0 = \sqrt{\xi/2\pi}$. Таким образом,

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{er}{E} = \frac{e^2}{m_e} \frac{1}{4\pi^2(\tilde{\nu}_0^2 - \tilde{\nu}^2) - i2\pi\gamma\tilde{\nu}} = \\ &= \frac{e^2}{m_e} \left[\frac{\tilde{\nu}_0^2 - \tilde{\nu}^2}{4\pi^2(\tilde{\nu}_0^2 - \tilde{\nu}^2)^2 + \gamma^2\tilde{\nu}^2} + \frac{i}{2\pi} \frac{\gamma\tilde{\nu}}{4\pi^2(\tilde{\nu}_0^2 - \tilde{\nu}^2)^2 + \gamma^2\tilde{\nu}^2} \right]. \end{aligned} \quad (\text{П.4.14})$$

Пусть вещественная и мнимая части коэффициента преломления — m_r и m_i соответственно. Тогда

$$m = m_r + im_i. \quad (\text{П.4.15})$$

Из уравнения (П.4.6) следует, что

$$\begin{aligned} m_r^2 - m_i^2 &= 1 + \frac{4\pi Ne^4}{m_e} \frac{\tilde{\nu}_0^2 - \tilde{\nu}^2}{4\pi^2(\tilde{\nu}_0^2 - \tilde{\nu}^2)^2 + \gamma^2\tilde{\nu}^2}, \\ 2m_r m_i &= \frac{2Ne^2}{m_e} \frac{\gamma\tilde{\nu}}{4\pi^2(\tilde{\nu}_0^2 - \tilde{\nu}^2)^2 + \gamma^2\tilde{\nu}^2}. \end{aligned} \quad (\text{П.4.16})$$

Для воздуха

$$m_r \approx 1 \text{ и } m_i \ll m_r - 1.$$

Кроме того, вблизи резонансной частоты

$$\tilde{\nu}^2 - \tilde{\nu}_0^2 = (\tilde{\nu}_0 + \tilde{\nu})(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0) \approx -2\tilde{\nu}_0(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0).$$

Далее, полуширина естественного уширения зависит от затухания и выражается в виде $\alpha_N = \gamma/4\pi$, где сила линии S есть $\pi Ne^2/(m_e c)$. Таким образом, мы получаем вещественную часть коэффициента преломления

$$m_r - 1 = -\frac{Ne^2}{4\pi m_e \tilde{\nu}_0} \frac{\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0}{(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0)^2 + \alpha_N^2} \quad (\text{П.4.17})$$

и коэффициент поглощения (см. [9], с. 614)

$$k_{\tilde{\nu}} = \frac{4\pi\tilde{\nu}_0 m_i}{c} = \frac{S}{\pi} \frac{\alpha_N}{(\tilde{\nu} - \tilde{\nu}_0)^2 + \alpha_N^2}. \quad (\text{П.4.18})$$

Уравнение (П.4.18) есть не что иное, как формула Лоренца, рассмотренная в п. 1.3.

На рис. П.4.1 показана зависимость $(m_r - 1)$ и $k_{\tilde{\nu}}$ от частоты. Величина $(m_r - 1)$ растет с частотой при $\tilde{\nu}_0 - \alpha > \tilde{\nu}$. Такая зависимость называется *нормальной дисперсией*. Так, например, за счет нормальной дисперсии при прохождении через стеклянную призму белый свет разлагается на составляющие его цвета. В области $\tilde{\nu}_0 + \alpha > \tilde{\nu} > \tilde{\nu}_0 - \alpha$ величина $(m_r - 1)$ убывает с ростом частоты; такая зависимость называется *аномальной дисперсией*. В области $\tilde{\nu} > \tilde{\nu}_0 + \alpha$ снова имеет место нормальная дисперсия, но величина $(m_r - 1)$ остается меньше единицы.

В данном приложении докажем также справедливость соотношения (3.69). Рассмотрим диэлектрик, помещенный между пластинами плоского конденсатора, свободного от граничных эффектов. Далее, рассмотрим отдельную молекулу вещества этого диэлектрика и опишем вокруг нее сферу радиусом a . На данную молекулу действуют поля, обусловленные: 1) зарядами на поверхностях пластин конденсатора (E_1); 2) поверхностным зарядом на поверхностях диэлектрика, обращенных к пластинам конденсатора (E_2); 3) поверхностным зарядом на сферической поверхности радиусом a (E_3); 4) зарядами остальных молекул, содержащихся в сфере (E_4). Электрические поля, вызываемые зарядами E_1 и E_2 , описываются выражением

$$\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = (\mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}) - 4\pi\mathbf{P} = \mathbf{E}. \quad (\text{П.4.19})$$

Относительно E_3 известно, что электрическое поле, вызываемое поляризационным зарядом, наведенным на внутренней поверхности сферы, определяется выражением

$$dE_3 = \frac{4\pi P \cos \theta dA}{4\pi a^2}, \quad (\text{П.4.20})$$

где $P \cos \theta$ — составляющая вектора поляризации в направлении вектора напряженности электрического поля, а элементарная площадь $dA = a^2 \sin \theta d\theta d\varphi \times \times \cos \theta$. Таким образом,

$$E_3 = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{4\pi P \cos \theta}{4\pi a^2} a^2 \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi = \frac{4\pi P}{3}. \quad (\text{П.4.21})$$

Что касается E_4 , то оказывается, что эта величина равна нулю. В результате эффективное электрическое поле может быть представлено как

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}/3. \quad (\text{П.4.22})$$

В то же время в соответствии с уравнением (П.4.5) мы имеем

$$\mathbf{P} = \alpha N \mathbf{E}' = \alpha N (\mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}/3). \quad (\text{П.4.23})$$

Отсюда следует, что

$$\mathbf{P} = \alpha N \mathbf{E} / (1 - 4\pi\alpha N/3). \quad (\text{П.4.24})$$

Таким образом, согласно определению коэффициента преломления, по уравнению (П.4.4) находим

$$m^2 = 1 + 4\pi\alpha N / (1 - 4\pi\alpha N/3). \quad (\text{П.4.25})$$

Перегруппировав члены, получаем формулу Лоренц—Лоренца

$$\alpha = \frac{3}{4\pi N} \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2}. \quad (\text{П.4.26})$$

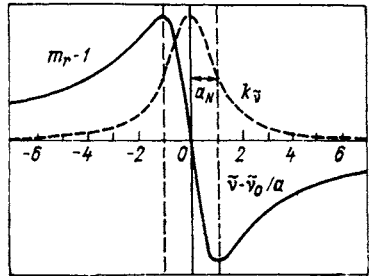


Рис. П.4.1. Зависимость вещественной и мнимой частей показателя преломления от частоты.

Приложение 5

СВОЙСТВА ПОЛИНОМОВ ЛЕЖАНДРА

Как видно из уравнения (5.42) и формулы (5.43), решение дифференциального уравнения второго порядка

$$(1 - \mu^2) \frac{d^2 y}{d\mu^2} - 2\mu \frac{dy}{d\mu} + \left[l(l+1) - \frac{m^2}{1 - \mu^2} \right] y = 0 \quad (\text{П.5.1})$$

дается выражением

$$y(\mu) = P_l^m(\mu) = \frac{(1 - \mu^2)^{m/2}}{2^l l!} \frac{d^{m+l}}{d\mu^{m+l}} (\mu^2 - 1), \quad (\text{П.5.2})$$

где $\mu = \cos \theta$. При $m=0$ имеем $P_l^0(\mu) = P_l(\mu)$, где $P_l(\mu)$ — полиномы Лежандра. Из уравнения (П.5.1), видно что

$$P_l^m(\mu) = (1 - \mu^2)^{m/2} \frac{d^m P_l(\mu)}{d\mu^m}. \quad (\text{П.5.3})$$

Присоединенные полиномы Лежандра взаимно ортогональны:

$$\int_{-1}^1 P_l^m(\mu) P_k^m(\mu) d\mu = \begin{cases} 0, & l \neq k, \\ \frac{2}{2l+1} \frac{(l+m)!}{(l-m)!}, & l = k, \end{cases} \quad (\text{П.5.4})$$

$$\int_{-1}^1 P_l^m(\mu) P_l^n(\mu) \frac{d\mu}{1 - \mu^2} = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ \frac{1}{m} \frac{(l+m)!}{(l-m)!}, & m = n. \end{cases} \quad (\text{П.5.5})$$

Приведем некоторые рекуррентные соотношения, полезные при решении задач рассеяния света и переноса радиации:

$$\frac{dP_l^m}{d\theta} = -\sqrt{1 - \mu^2} \frac{dP_l^m}{d\mu} = \frac{1}{2} [(l-m+1)(l+m)P_l^{m-1} - P_l^{m+1}], \quad (\text{П.5.6})$$

$$(2l+1)\mu P_l^m = (l+m)P_{l-1}^m + (l-m+1)P_{l+1}^m, \quad (\text{П.5.7})$$

$$(2l+1)(1 - \mu^2)^{1/2} P_l^m = (P_{l+1}^{m+1} - P_{l-1}^{m+1}). \quad (\text{П.5.8})$$

Приведем некоторые присоединенные полиномы и полиномы Лежандра низших порядков:

$$\begin{aligned}P_1^1(\mu) &= (1 - \mu^2)^{1/2}, & P_2^1(\mu) &= 3\mu(1 - \mu^2)^{1/2}, \\P_3^1(\mu) &= \frac{3}{2}(5\mu^2 - 1)(1 - \mu^2)^{1/2}, & P_2^2(\mu) &= 3(1 - \mu^2), \\P_3^2(\mu) &= 15\mu(1 - \mu^2), & P_3^3(\mu) &= 15(1 - \mu^2)^{3/2}, \\P_0(\mu) &= 1, & P_1(\mu) &= \mu, \\P_2(\mu) &= \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1), & P_3(\mu) &= \frac{1}{2}(5\mu^3 - 3\mu),\end{aligned}\tag{П.5.9}$$

$$P_4(\mu) = \frac{1}{8}(35\mu^4 - 30\mu^2 + 3).\tag{П.5.10}$$

Приложение 6

ГЕОМЕТРИЯ РАССЕЯНИЯ

Необходимо доказать, что

$$\cos \Theta = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos (\varphi - \varphi').$$

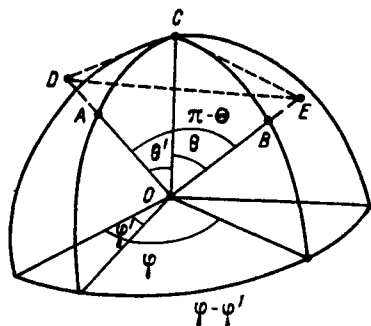


Рис. П.6.1. Связь между углом рассеяния, зенитным углом и азимутальным в сферических координатах.

Согласно рис. П.6.1 положим

$$\begin{aligned} \overline{CD} &= \overline{CO} \operatorname{tg} \theta', & \overline{OD} &= \overline{CO} \operatorname{sec} \theta', \\ \overline{CE} &= \overline{CO} \operatorname{tg} \theta, & \overline{OE} &= \overline{CO} \operatorname{sec} \theta, \end{aligned} \quad (\text{П.6.1})$$

где \overline{CD} , \overline{CE} — отрезки, тангенциальные дугам CA и CB . Из треугольника CDE находим

$$\overline{DE}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{CE}^2 - 2\overline{CE}\overline{CD} \cos DCE. \quad (\text{П.6.2})$$

Из треугольника ODE получаем

$$\overline{DE}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{OE}^2 - 2\overline{OD}\overline{OE} \cos DOE. \quad (\text{П.6.3})$$

Подставляя соотношения (П.6.1) в уравнения (П.6.2) и (П.6.3), получаем

$$\overline{DE}^2 = \overline{CO}^2 [\operatorname{tg}^2 \theta' + \operatorname{tg}^2 \theta + 2 \operatorname{tg} \theta' \operatorname{tg} \theta \cos (\varphi - \varphi')], \quad (\text{П.6.4})$$

$$\overline{DE}^2 = \overline{CO}^2 [\operatorname{sec}^2 \theta' + \operatorname{sec}^2 \theta - 2 \operatorname{sec} \theta' \operatorname{sec} \theta \cos \Theta]. \quad (\text{П.6.5})$$

Отсюда следует, что

$$\operatorname{tg}^2 \theta' + \operatorname{tg}^2 \theta - 2 \operatorname{tg} \theta' \operatorname{tg} \theta \cos (\varphi - \varphi') = \operatorname{sec}^2 \theta' + \operatorname{sec}^2 \theta - 2 \operatorname{sec} \theta' \operatorname{sec} \theta \cos \Theta. \quad (\text{П.6.6})$$

Далее, с учетом тождества $\operatorname{sec}^2 \theta - \operatorname{tg}^2 \theta = 1$ уравнение (П.6.6) приводится к виду

$$2 - 2 \operatorname{sec} \theta' \operatorname{sec} \theta \cos \Theta = -2 \operatorname{tg} \theta' \operatorname{tg} \theta \cos (\varphi - \varphi'). \quad (\text{П.6.7})$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} \cos \Theta &= \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos (\varphi - \varphi') = \\ &= \mu \mu' + (1 - \mu^2)^{1/2} (1 - \mu'^2)^{1/2} \cos (\varphi - \varphi'). \end{aligned} \quad (\text{П.6.8})$$

Приложение 7

ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ПОЛИНОМОВ ЛЕЖАНДРА

Пусть $g(\mu, \varphi)$ есть произвольная функция на поверхности сферы, причем она сама и все ее первые и вторые производные там непрерывны. Тогда функция $g(\mu, \varphi)$ может быть представлена абсолютно сходящимся рядом поверхностных гармоник как

$$g(\mu, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \left[a_{l0} P_l(\mu) + \sum_{m=1}^l (a_{lm} \cos m\varphi + b_{lm} \sin m\varphi) P_l^m(\mu) \right]. \quad (\text{П.7.1})$$

Коэффициенты ряда определяются из следующих соотношений:

$$a_{l0} = \frac{2l+1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 g(\mu, \varphi) P_l(\mu) d\mu d\varphi, \quad (\text{П.7.2})$$

$$a_{lm} = \frac{(2l+1)(l-m)!}{2\pi(l+m)!} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 g(\mu, \varphi) P_l^m(\mu) \cos m\varphi d\mu d\varphi, \quad (\text{П.7.3})$$

$$b_{lm} = \frac{(2l+1)(l-m)!}{2\pi(l+m)!} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 g(\mu, \varphi) P_l^m(\mu) \sin m\varphi d\mu d\varphi. \quad (\text{П.7.4})$$

Заметим, что

$$\int_{-1}^1 P_l^m(\mu) P_k^m(\mu) d\mu = \begin{cases} 0, & l \neq k, \\ \frac{2(l+m)!}{(2l+1)(l-m)!}, & l = k, \end{cases} \quad (\text{П.7.5})$$

$$\int_0^{2\pi} \cos m\varphi \cos n\varphi d\varphi = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ \pi, & m = n, \end{cases} \quad (\text{П.7.6})$$

и, кроме того, $P_l(1) = 1$, $P_l^m(1) = 0$. Таким образом, можно записать

$$[g(\mu, \varphi)]_{\mu=1} = \sum_{l=0}^{\infty} a_{l0} = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 g(\mu, \varphi) P_l(\mu) d\mu d\varphi. \quad (\text{П.7.7})$$

Определим теперь гармоническую функцию на поверхности в виде

$$Y_l(\mu, \varphi) = \sum_{m=0}^l (a_{lm} \cos m\varphi + b_{lm} \sin m\varphi) P_l^m(\mu). \quad (\text{П.7.8})$$

Пусть функция $Y_l(\mu, \varphi)$ порядка l есть $g(\mu, \varphi)$. Тогда на основании уравнения (П.7.7) находим

$$[Y_l(\mu, \varphi)]_{\mu=1} = \frac{2l+1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 Y_l(\mu, \varphi) P_l(\mu) d\mu d\varphi. \quad (\text{П.7.9})$$

Исходя из формул геометрии рассеяния имеем

$$\cos \Theta = \mu\mu' + (1 - \mu^2)^{1/2} (1 - \mu'^2)^{1/2} \cos(\varphi - \varphi'). \quad (\text{П.7.10})$$

В результате можно положить

$$\begin{aligned} P_l(\cos \Theta) &= \sum_{m=0}^l (c_m \cos m\varphi + d_m \sin m\varphi) P_l^m(\mu) = \\ &= \frac{c_0}{2} P_l(\mu) + \sum_{m=1}^l (c_m \cos m\varphi + d_m \sin m\varphi) P_l^m(\mu). \end{aligned} \quad (\text{П.7.11})$$

Используя свойства ортогональности, выражаемые соотношениями (П.7.5) и (П.7.6), находим

$$\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 P_l(\cos \Theta) P_l^m(\mu) \cos m\varphi d\mu d\varphi = \frac{2\pi (l+m)!}{(2l+1)(l-m)!} c_m. \quad (\text{П.7.12})$$

Положим, что $P_l^m(\mu) \cos m\varphi = Y_l(\mu, \varphi)$. Тогда с учетом формулы (П.7.9) соотношение (П.7.12) можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} &\int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 P_l(\cos \Theta) [P_l^m(\mu) \cos m\varphi] d\mu d\varphi = \\ &= \frac{4\pi}{2l+1} [P_l^m(\mu) \cos m\varphi]_{\cos \Theta=1} = \frac{4\pi}{2l+1} P_l^m(\mu') \cos m\varphi'. \end{aligned} \quad (\text{П.7.13})$$

Заметим, что $\cos \Theta=1$ и $\Theta=0$, так что $\mu=\mu'$ и $\varphi=\varphi'$. Из формулы (П.7.11) следует, что

$$c_m = \frac{2(l+m)!}{(l-m)!} P_l^m(\mu') \cos m\varphi'. \quad (\text{П.7.14})$$

Аналогичным образом находим

$$d_m = \frac{2(l+m)!}{(l-m)!} P_l^m(\mu') \sin m\varphi'. \quad (\text{П.7.15})$$

Таким образом, из уравнений (П.7.14), (П.7.15) и (П.7.11) получаем

$$P_l(\cos \Theta) = P_l(\mu) P_l(\mu') + 2 \sum_{m=1}^l \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_l^m(\mu) P_l^m(\mu') \cos m(\varphi' - \varphi). \quad (\text{П.7.16})$$

Приложение 8

ОТВЕТЫ К НЕКОТОРЫМ ЗАДАЧАМ

ГЛАВА 1

- 1.3. $B_\nu(T) = 2h\nu^3 c^2 / (e^{hc\nu/kT} - 1)$.
- 1.4. Покажите, что $(5 - x) = 5 - e^{-x}$, где $x = hc/(k\lambda T)$ и найдите x .
- 1.5. Подставьте $\lambda_m = a/T$ в уравнение (1.19).
- 1.6. ≈ 300 К.
- 1.7. $7,42 \cdot 10^{-23}$ Вт \cdot м⁻² \cdot ср⁻¹ \cdot мкм⁻¹; $81,3 \cdot 10^{-3}$ Вт \cdot м⁻² \cdot ср⁻¹ \cdot см⁻¹; $8,57 \times 10^{-17}$ Вт \cdot м⁻² \cdot ср⁻¹ \cdot Гц⁻¹.
- 1.8. $5,22 \cdot 10^2$ Вт \cdot м⁻²; $4,69 \cdot 10^2$ Вт \cdot м⁻²; $9,36$ мкм.
- 1.9.1. $n = 1,2$; $\lambda_{12} = 0,1216$ мкм.
- 1.13. $\beta_\lambda = 0,1$; $0,5$ м⁻¹; $\tau = 1,5$.
- 1.15. $I_\lambda(s) = I_\lambda(0) (1 - R_\lambda)^2 \mathcal{F}_\lambda / (1 - R_\lambda^2 \mathcal{F}_\lambda^2)$.
- 1.17. $F_\nu(\tau=0) = \pi B_\nu(T_n) 2E_3(\tau_1) + \pi B_\nu(T) [1 - 2E_3(\tau_1)]$; определение интегральной экспоненты см. уравнение (4.8).

ГЛАВА 2

- 2.1. Поток солнечной энергетической освещенности $F_\lambda = \pi B_\lambda(T) (a_s/d_m)^2$.
- 2.2. 5754 К.
- 2.3. $1,48 \cdot 10^{22}$ Дж \cdot сут⁻¹.
- 2.4. $4,53 \cdot 10^{-10}$.
- 2.5. $1,14 \cdot 10^9$ Вт (от облака), $1,82 \cdot 10^{-2}$ Вт (у поверхности).
- 2.6. $F_{\lambda_0} \approx 22,3$ Вт \cdot м⁻², $\mathcal{F}_\lambda \approx 0,68$.
- 2.8. 254 К (Земля).
- 2.9. 70,8 К.
- 2.10. 4,2 К.
- 2.11.1. $0,4664$ Дж \cdot м⁻² \cdot сут⁻¹. 2.11.2. $0,3722$ Дж \cdot м⁻² \cdot сут⁻¹.
- 2.12. Угол возвышения $\epsilon = \delta$ (на полюсах); 15,44 ч на 45° с. ш. в день солнцестояния.

ГЛАВА 3

$$3.1. \quad [\text{O}] \left\{ [\text{O}]^2 - \frac{[\text{O}_2] J_2}{K_{11} [M]} \right\} + \frac{K_{11} J_3 [M] + K_{12} K_{13} [\text{O}_2] [M]}{K_{11} K_{13} [M]} \left\{ [\text{O}]^2 - \frac{[\text{O}_2] J_2}{K_{11} [M] + K_{12} K_{13} [\text{O}_2] [M] / J_3} \right\} = 0,$$

с хорошим приближением $[\text{O}]^2 \approx [\text{O}_2] J_2 / \{K_{11} [M] + K_{12} K_{13} [\text{O}_2] [M] / J_3\}$.

$$3.2. \quad [\text{O}]^2 = [\text{O}_2] J_2 / \{K_{11} [M] + K_{11}'\}.$$

$$3.4. \quad \text{Пусть } l = 1, [1 \ 0 \ 0 \ 0], [1 \ -1 \ 0 \ 0], [1 \ 0 \ 0 \ \pm 1].$$

$$3.6. \quad \text{Положите } I_0 = 1. \quad 3.6.3 \quad \left[2 - \frac{1}{2} - 0 \frac{1}{2} \right]; \quad I = 2, \quad P = \frac{1}{2\sqrt{2}} \%; \quad I_r = \frac{5}{4}.$$

$$3.6.4 \quad \chi = 0^\circ, \quad \beta = 22,5^\circ. \quad 3.6.5. \quad \frac{1}{4} [(4 - \sqrt{2})(2\sqrt{2} - 1)0(2\sqrt{2} - 1)], \quad \frac{1}{4} \times$$

$$\times [(4 - \sqrt{2}) - (1 - 2\sqrt{2})0(1 - 2\sqrt{2})]. \quad 3.6.6 \quad \frac{1}{4} [(4 + \sqrt{2}) \times (2\sqrt{2} - 3) \times$$

$\times 0(1 + 2\sqrt{2})]$ для правосторонней поляризации.

$$3.7. \quad \sigma_s (0,7 \text{ мкм}) = 1,71 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2.$$

$$3.8. \quad \tau (0,7 \text{ мкм}) \approx 0,033.$$

$$3.9. \quad \text{При } z = 10 \text{ км } m_r \approx 1,000\,099.$$

$$3.10. \quad \text{Положите ширину лазерного пучка равной } l \text{ см; } F \approx F_0 l, 37 \cdot 10^{-11} \text{ (на высоте 10 км).}$$

$$3.11. \quad \text{Для } \lambda = 10 \text{ см; } \beta_\pi \approx 9,76 \cdot 10^{-10} \text{ км}^{-1}; \quad 8,66 \cdot 10^{-10} \text{ км}^{-1}.$$

ГЛАВА 4

$$4.1. \quad \text{Начните с уравнений (4.23) и (4.24) и используйте уравнение (4.67).}$$

$$4.2. \quad \text{Заметьте, что } \int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2} = \frac{\pi}{2}, \quad \int_0^\infty x^{-1/2} e^{-x} dx = \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}.$$

$$4.7. \quad \mathcal{F}_{\Delta\nu}(u) = F_{\Delta\lambda} / F_{0,\Delta\lambda}.$$

$$4.8. \quad F \uparrow \approx 349 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}; \quad F \downarrow \approx 139,6 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2}; \quad \partial T / \partial t \approx -1,5^\circ \text{С} \cdot \text{сут}^{-1}.$$

ГЛАВА 5

$$5.1. \quad \text{Заметьте, что } \nabla^2 \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}).$$

$$5.4. \quad \text{Положите, что } \psi = e^{i\omega t} R(r) Z(z) \Phi(\varphi).$$

$$5.5. \quad \text{См. уравнения (3.42) и (5.104).}$$

$$5.6. \quad \theta_i = \cos^{-1} \sqrt{1/(1+m^2)}. \quad 5.7.1. \quad \text{Для белого венца выберите } \lambda = 0,55 \text{ мкм, } a \approx \approx 3,5 \text{ мкм. } 5.7.2 \quad \mathcal{P} = 2 \text{ (первичный), } \theta \text{ (красный)} = 137,78^\circ. \quad 5.7.3. \quad A = 60^\circ, \theta' \text{ (красный)} = 21,61^\circ. \quad 5.7.4. \quad \text{Заметьте, что } \varphi_i = A/2, \quad \varphi_i = (A + \theta'_h)/2, \text{ где } \theta'_h \text{ — минимальный угол отклонения, спроецированный на горизонтальную}$$

$$7.3.1. g(k) = -\frac{12}{k^2} e^{-k} + \left(\frac{24}{k^2} - \frac{8}{k} + 2\right) \left[\frac{1}{k^2} - \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k^2}\right) e^{-k}\right];$$

$i = 10; k = 5, g(k) = 0,0490.$ 7.3.2. $i = 10; k = 5; g(k) = 0,0489.$ 7.3.4.
 $\gamma = 1; j = 15; f(x_j) = 0,5251 (0,9375); \gamma = 10^{-7}; j = 15; f(x_j) =$
 $= 1,005 (0,9375).$

ГЛАВА 8

8.1. 302 К.

8.2. $\bar{\varepsilon} = 0,88; T_a = 250$ К.

8.4. Температура на южной границе оледенения $T(x_{ю} = 0,95) = -6,96$ °С ($S =$
 $= 1340,2$ Вт · м⁻²).

8.6. $D'' \approx 0,26.$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Амбарцумян В. А. Новый метод расчета светорассеяния в мутных средах.—Изд-во АН СССР. Сер. геогр. и геофиз., 1942, № 3, с. 97—104.
2. Амбарцумян В. А. Теоретическая астрофизика.—М., 1952.
3. Будыко М. И. Климат и жизнь.—Л.: Гидрометеониздат, 1971.—471 с.
4. Кондратьев К. Я. Актинометрия.—Л.: Гидрометеониздат, 1965.—692 с.
5. Кондратьев К. Я. Перенос излучения в атмосфере.—Л.: Гидрометеониздат, 1972.
6. Соболев В. В. Рассеяние света в атмосферах планет.—М.: Наука, 1972. 336 с.
7. Backus, G. E., and Gilbert, J. F. (1970). Uniqueness in the inversion of inaccurate gross earth data. *Philos. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A* **266**, 123—192.
8. Bellman, R. E., Kalaba, R. E., and Prestrud, M. C. (1963). "Invariant Imbedding and Radiative Transfer in Slabs of Finite Thickness." Elsevier, New York.
9. Born, M., and Wolf, E. (1975). "Principles of Optics", 5th ed. Pergamon Press, New York. (Борн М., Вольф Э. Основы оптики.—М.: Наука, 1973.—720 с.)
10. Будыко, М. И. (1969). The effect of solar radiation variations on the climate of the earth. *Tellus* **21**, 611—619.
11. Bullrich, K. (1964). Scattered radiation in the atmosphere and the natural aerosol. *Adv. Geophys.* **10**, 99—260.
12. Chahine, M. (1970). Inverse problems in radiative transfer: Determination of atmospheric parameters. *J. Atmos. Sci.* **27**, 960—967.
13. Chandrasekhar, S. (1950). "Radiative Transfer". Dover, New York.—(Чандрасекар С. Перенос лучистой энергии.—М.: Изд-во иностр. лит., 1953.)
14. Чарман, С. (1930). A theory of upper-atmospheric ozone. *Mem. Roy. Meteorol. Soc.* **3**, 103—125.
15. Charlock, T., and Herman, B. M. (1976). Discussion of the Elsasser formulation for infrared fluxes. *J. Appl. Meteorol.* **15**, 657—661.
16. Coleman, R. F. (1979). Light scattering by hexagonal ice crystals. M. S. thesis, Dept. of Meteorology, Univ. of Utah, Salt Lake City, Utah.
17. Collis, R. T. H. (1969). Lidar. *Adv. Geophys.* **13**, 113—139.
18. Coulson, K. L. (1975). "Solar and Terrestrial Radiation". Academic Press, New York.
19. Coulson, K. L., Dave, J. V., and Sekera, Z. (1960). "Tables Related to Radiation Emerging from a Planetary Atmosphere with Rayleigh Scattering." Univ. of California Press, Berkeley.
20. Craig, R. A. (1965). "The Upper Atmosphere: Meteorology and Physics". Academic Press, New York.
21. Dave, J. V. (1978). Effect of aerosols on the estimate of total ozone in an atmospheric column from the measurements of its ultraviolet radiance. *J. Atmos. Sci.* **35**, 899—911.
22. Dave, J. V., and Mateer, C. L. (1967). A preliminary study on the possibility of estimating total atmospheric ozone from satellite measurements. *J. Atmos. Sci.* **24**, 414—427.

23. Davis, P. A. (1963). An analysis of the atmospheric heat budget. *J. Atmos. Sci.* 20, 5—22.
24. Davison, B. (1957). "Neutron Transport Theory". Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York.
25. Deirmendjian, D. (1969). "Electromagnetic Scattering on Spherical Polydispersions". Elsevier, New York. (Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами.— М.: Мир, 1971.)
26. Derr, V. E., Ed. (1972). "Remote Sensing of the Troposphere". Supt. of Documents, US Govt. Printing Office, Washington, D. C.
27. Dobson, G. M. B. (1957). Observers' handbook for the ozone spectrometer. *Ann. Int. Geophys. Year* 5, 46—89.
28. Dopplick, T. G. (1972). Radiative heating of the global atmosphere. *J. Atmos. Sci.* 29, 1278—1294.
29. Eddy, J. A. (1977). Historical evidence for the existence of the solar cycle. In "The Solar Output and Its Variation" (O. R. White, ed.), pp. 51—71. Colorado Assoc. Univ. Press, Boulder, Colorado.
30. Elsasser, W. M. (1938). Mean absorption and equivalent absorption coefficient of a band spectrum. *Phys. Rev.* 54, 126—129.
31. Elsasser, W. M. (1942). Heat transfer by infrared radiation in the atmosphere. *Harvard Meteorol. Studies* No. 6, 107 pp. Harvard Univ. Press, Cambridge, Massachusetts.
32. Elsasser, W. M., and Culbertson, M. F. (1960). Atmospheric radiation tables. *Meteorol. Monogr.* 4, 1—43.
33. Fleagle, R. G.; and Businger, J. A. (1963). "An Introduction to Atmospheric Physics". Academic Press, New York. (Флигль В., Бузингер Дж. Введение в физику атмосферы.— М.: Мир, 1965.)
34. Freeman, K. P., and Liou, K. N. (1979). Climatic effects of cirrus clouds. *Adv. Geophys.* 21, 231—287.
35. Friedman, H. (1960). The sun's ionizing radiations. In "Physics of Upper Atmosphere" (J. R. Ratcliffe, ed.), pp. 133—218. Academic Press, New York.
36. Fumat, A. L., and Zuev, V. E., Eds. (1978). "Remote Sensing of the Atmosphere: Inversion Methods and Applications". Elsevier, New York.
37. Gille, J. C., and House, F. B. (1971). On the inversion of limb radiance measurements. I: Temperature and thickness. *J. Atmos. Sci.* 28, 1427—1442.
38. Goldman, A., and Kyle, T. G. (1968). A comparison between statistical model and line calculation with application to the 9.6 μm ozone and the 2.7 μm water vapor bands. *Appl. Opt.* 7, 1167—1177.
39. Goody, R. M. (1952). A statistical model for water vapor absorption. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 78, 165—169.
40. Goody, R. M. (1964). "Atmospheric Radiation. I. Theoretical Basis". Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York.
41. Grody, N. C. (1976). Remote sensing of atmospheric water content from satellites using microwave radiometry. *IEEE Trans. Antennas Propag.* AP 24, 155—162.
42. Halliday, D., and Resnick R. (1974). "Fundamentals of Physics", rev. ptg. Wiley, New York.
43. Hansen, J. E. (1971). Multiple scattering of polarized light in planetary atmospheres. Part II. Sunlight reflected by terrestrial water clouds. *J. Atmos. Sci.* 28, 1400—1426.
44. Hansen, J. E., and Arking, A. (1971). Clouds of Venus: Evidence for their nature. *Science* 171, 669—672.
45. Hansen, J. E., and Hovenier, J. W. (1974). Interpretation of the polarization of Venus. *J. Atmos. Sci.* 31, 1137—1160.
46. Hansen, J. E., and Travis, L. D. (1974). Light scattering in planetary atmospheres. *Space Sci. Rev.* 16, 527—610.
47. Hays, J. D., Imbrie, J., and Shackleton, N. J. (1976). Variations in the earth's orbit: Pacemaker of the ice ages. *Science* 194, 1121—1132.
48. Held, I. M., and Suarez, M. J. (1974). Simple albedo feedback models of the icecaps. *Tellus* 26, 613—629.

49. Herzberg, G. (1945). "Molecular Spectra and Molecular Structure." Van Nostrand Reinhold, Princeton, New Jersey.
50. Hinkley, E. D., ed. (1976). "Laser Monitoring of the Atmosphere". Springer-Verlag, Berlin and New York. (Хинкли Э. Д. Лазерный контроль атмосферы.— М., 1979.)
51. Houghton, H. G. (1954). On the annual heat balance of the Northern Hemisphere. *J. Meteorol.* **11**, 1—9.
52. Houghton, J. T., and Hunt, G. E. (1971). The detection of ice clouds from remote measurements of their emission in the far infrared. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **97**, 1—7.
53. Howard, J. N., Burch, D. L., and Williams, D. (1956). Near-infrared transmission through synthetic atmospheres. *J. Opt. Soc. Am.* **46**, 186—190.
54. Humphreys, W. J. (1954). "Physics of the Air." Dover, New York.
55. Hunt, G. E. (1977). Studies of the sensitivity of the components of the earth's radiation balance to changes in cloud properties using a zonally averaged model. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **18**, 295—307.
56. Jacobowitz, H. (1971). A method for computing the transfer of solar radiation through clouds of hexagonal ice crystals. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **11**, 691—695.
57. Jacobowitz, H., Smith, W. L., Howell, H. B., and Nagle, F. W. (1979). The first 18 months of planetary radiation budget measurements from the Nimbus 6 ERB experiment. *J. Atmos. Sci.* **36**, 501—507.
58. Jastrow, R., and Thompson, M. H. (1974). "Astronomy: Fundamentals and Frontiers", 2nd ed. Wiley, New York.
59. Joseph, J. H., Wiscombe, W. J., and Weinman, J. A. (1976). The Delta-Eddington approximation for radiative flux transfer. *J. Atmos. Sci.* **33**, 2452—2459.
60. Kaplan, L. D. (1959). Inference of atmospheric structure from remote radiation measurements. *J. Opt. Soc. Am.* **49**, 1004—1007.
61. Katayama, A. (1966). On the radiation budget of the troposphere over the northern hemisphere (I). *J. Meteorol. Soc. Japan* **44**, 381—401.
62. Kattawar, G. W., Plass, G. N., and Adams, C. N. (1971). Flux and polarization calculations of the radiation reflected from the clouds of Venus. *Astrophys. J.* **170**, 371—386.
63. Kerker, M. (1969). "The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation." Academic Press, New York.
64. King, J. I. F. (1956). The radiative heat transfer of planet Earth. In "Scientific Uses of Earth Satellites" pp. 133—136. Univ. of Michigan Press, Ann Arbor.
65. Kourganoff, V. (1952). "Basic Methods in Transfer Problems." Oxford Univ. Press (Clarendon), London and New York.
66. Kunde, V. G., Conrath, B. J., Hanel, R. A., Maguire, W. C., Prabhakara, C., and Salomonson, V. V. (1974). The Nimbus IV infrared spectroscopy experiment. 2. Comparison of observed and theoretical radiances from 425—1450 cm^{-1} . *J. Geophys. Res.* **79**, 777—784.
67. Lenoble, J., Ed. (1977). "Standard Procedures to Compute Atmospheric Radiative Transfer in a Scattering Atmosphere." Radiation Commission, IAMAP, published by National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado.
68. Leovy, C. B. (1969). Energetics of the middle atmosphere. *Adv. Geophys.* **13**, 191—221.
69. Lindzen, R. S., and Farrell, B. (1977). Some realistic modification of simple climate models. *J. Atmos. Sci.* **34**, 1487—1501.
70. Liou, K. N. (1973). A numerical experiment on Chandrasekhar's discrete-ordinate method for radiative transfer: Applications to cloudy and hazy atmospheres. *J. Atmos. Sci.* **30**, 1303—1326.
71. Liou, K. N. (1974). Analytic two-stream and four-stream solutions for radiative transfer. *J. Atmos. Sci.* **31**, 1473—1475.
72. Liou, K. N. (1977). Remote sensing of the thickness and composition of cirrus clouds from satellites. *J. Appl. Meteorol.* **16**, 91—99.
73. Liou, K. N. (1977). A complementary theory of light scattering by homogeneous spheres. *Appl. Math. Comp.* **3**, 331—358.

74. Liou, K. N., and Duff, A. D. (1979). Atmospheric liquid water content derived from parameterization of Nimbus 6 scanning microwave spectrometer data. *J. Appl. Meteorol.* **18**, 99—103.
75. Liou, K. N., and Hansen, J. E. (1971). Intensity and polarization for single scattering by polydisperse spheres: A comparison of ray optics and Mie theory. *J. Atmos. Sci.* **28**, 995—1004.
76. Liou, K. N., and Sasamori, T. (1975). On the transfer of solar radiation in aerosol atmospheres. *J. Atmos. Sci.* **32**, 2166—2177.
77. List, R. J. (1958). "Smithsonian Meteorological Tables", 6th rev. ed. Random House (Smithsonian Inst. Press), New York.
78. London, J. (1975). A study of the atmospheric heat balance. 99 pp. College Engineering, New York Univ., Final Rept. Contract AF19(122)—165.
79. Manabe, S., and Strickler, R. F. (1964). Thermal equilibrium of the atmosphere with a convective adjustment. *J. Atmos. Sci.* **21**, 361—385.
80. Manabe, S., and Wetherald, R. T. (1967). Thermal equilibrium of the atmosphere with a given distribution of relative humidity. *J. Atmos. Sci.* **24**, 241—259.
81. Manabe, S., and Wetherald, R. T. (1975). The effects of doubling the CO₂ concentration on the climate of a general circulation model. *J. Atmos. Sci.* **32**, 3—15.
82. Mateer, C. L., Heath, D. F., and Krueger, A. J. (1971). Estimation of total ozone from satellite measurements of backscattered ultraviolet earth radiance. *J. Atmos. Sci.* **28**, 1307—1311.
83. McCartney, E. J. (1976). "Optics of the Atmosphere." Wiley, New York. (Мак-Картни Э. Оптика атмосферы.— М.: Мир, 1979.)
84. McClatchey, R. A., and Selby, J. E. A. (1972). Atmospheric transmittance, 7—30 μ m: Attenuation of CO₂ laser radiation. *Environ. Res. Pap.* No. 419, AFCRL-72-0611.
85. McClatchey, R. A., Fenn, R. W., Selby, J. E. A., Volz, F. E., and Garing, J. S. (1971). Optical properties of the atmosphere. *Environ. Res. Pap.* No. 354, AFCRL-71-0279.
86. McEwan, M. J., and Phillips, L. F. (1975). "Chemistry of the Atmosphere." Wiley, New York. (Мак-Ивен М., Филлипс Л. Химия атмосферы.— М.: Мир, 1978.)
87. Meeks, M. L., and Lilley, A. E. (1963). The microwave spectrum of oxygen in the Earth's atmosphere. *J. Geophys. Res.* **68**, 1683—1703.
88. Mie, G. (1908). Beigrade zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metal-lösungen. *Ann. Physik.* (4), **25**, 377—445.
89. Milankovitch, M. (1941). Kanon der Erdbestrahlung und seine Anwendung auf des Eiszeitproblem. Roy. Serbian Acad., Belgrade.
90. Möller, F. (1943). "Das strahlungsdiagramm." Reichsamt für Wetterdienst, Berlin.
91. North, J. R. (1975a). Analytical solution to a simple climate model with diffusive heat transport. *J. Atmos. Sci.* **32**, 1301—1307.
92. North, J. R. (1975b). Theory of energy-balance climate models. *J. Atmos. Sci.* **32**, 2033—2043.
93. Penndorf, R. (1962). Scattering and extinction coefficients for small spherical aerosols. *J. Atmos. Sci.* **19**, 193.
94. Penner, S. S. (1959). "Quantitative Molecular Spectroscopy and Gas Emissivities." Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
95. Perrin, F. (1942). Polarization of light scattered by isotropic opalescent media. *J. Chem. Phys.* **10**, 415—527.
96. Phillips, D. L. (1962). A technique for the numerical solution of certain integral equations of the first kind. *J. Assoc. Comput. Mach.* **9**, 84—97.
97. Raschke, E., and Bandeen, W. R. (1970). The radiation balance of the planet Earth from radiation measurements of the satellite Nimbus II. *J. Appl. Meteorol.* **9**, 215—238.
98. Raschke, E., Vonder Haar, T. H., Bandeen, W. R., and Pasternak, M. (1973). The annual radiation balance of the earth-atmosphere system during 1969—1970 from Nimbus III measurements. *J. Atmos. Sci.* **30**, 341—364.

99. Rigone, J. L., and Strogryn, A. P. (1977). Data processing for the DMSP Microwave Radiometer System. *11th Inter. Symp. Remote Sensing of the Environment*. Univ. of Michigan, pp. 1599—1608.
100. Roberts, E., Selby, J. E., and Biberman, I. M. (1976). Infrared continuum absorption by atmospheric water vapor in the 8—12 μm window. *Appl. Opt.* 15, 2085—2090.
101. Robinson, N., ed. (1966). "Solar Radiation." Elsevier, New York.
102. Rodgers, C. D. (1967). The radiative heat budget of the troposphere and lower stratosphere. Res. Rep. No. A2, Dept. of Meteorology, MIT, Cambridge, Massachusetts.
- 102a. Rodgers, C. D. (1967). Retrieval of atmospheric temperature and composition from remote measurements of thermal radiation. *Rev. Geophys. Space Phys.* 14, 609—624.
103. Rodgers, C. D., and Walshaw, C. D. (1966). The computation of infrared cooling rate in planetary atmospheres. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* 93, 43—54.
104. Roewe, D., and Liou, K. N. (1978). Influence of cirrus clouds on the infrared cooling rate in the troposphere and lower stratosphere. *J. Appl. Meteorol.* 17, 92—105.
105. Sasamori, T. (1968). The radiative cooling calculation for application to general circulation experiments. *J. Appl. Meteorol.* 7, 721—729.
106. Sasamori, T., London, J., and Hoyt, D. V. (1972). Radiation budget of the southern hemisphere. *Meteorol. Monogr.* 13, No. 35, Chapter 2.
107. Sassen, K., and Liou, K. N. (1979). Scattering of polarized laser light by water droplet, mixed-phase, and ice crystal clouds. Part I: Angular scattering patterns. *J. Atmos. Sci.* 36, 838—851.
108. Schneider, S. H., and Dickinson, R. E. (1974). Climate modeling. *Rev. Geophys. Space Phys.* 12, 447—493.
109. Schotland, R. M. (1969). Some aspects of remote atmospheric sensing by laser radar. In "Atmospheric Exploration by Remote Probes", pp. 179—200, Committee on Atmospheric Sciences, Nat. Acad. Sci.—Nat. Res. Council, Washington, D. C.
110. Sellers, W. D. (1965). "Physical Climatology". Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois.
111. Sellers, W. D. (1969). A global climatic model based on the energy balance of the earth—atmosphere system. *J. Appl. Meteorol.* 8, 392—400.
112. Shettle, E. P., and Weinman, J. A. (1970). The transfer of solar irradiance through inhomogeneous turbid atmosphere evaluated by Eddington's approximation. *J. Atmos. Sci.* 27, 1048—1055.
113. Smith, W. L. (1970). Iterative solution of the radiative transfer equation for the temperature and absorbing gas profile of an atmosphere. *Appl. Opt.* 9, 1993—1999.
114. Smith, W. L., Hickey, J., Howell, H. B., Jacobowitz, H., Hilleary, D. T., and Drummond, A. J. (1977). Nimbus-6 earth radiation budget experiment. *Appl. Opt.* 16, 306—318.
115. Staelin, D. H., Kunzi, K. F., Pettyjohn, R. L., Poon, R. K. L., and Wilcox, R. W. (1976). Remote sensing of atmospheric water with the Nimbus 5 microwave spectrometer. *J. Appl. Meteorol.* 15, 1204—1214.
116. Staley, D. O., and Jurica, G. M. (1970). Flux emissivity tables for water vapor, carbon dioxide, and ozone. *J. Appl. Meteorol.* 9, 365—372.
117. Study of Man's Impact on Climate (SMIC) (1971). "Inadvertent Climate Modification". MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
118. Stratton, J. A. (1941). "Electromagnetic Theory." McGraw-Hill, New York.
119. Suomi, V. E., Hanson, K. J., and Vonder Haar, T. H. (1967). The theoretical basis for low-resolution radiometer measurements from a satellite. Ann. Rep., Dept. of Meteorology, Univ. of Wisconsin, 79—100.
120. Thekaekara, M. P. (1974). Extraterrestrial solar spectrum, 3000—6100 Å at 1 Å intervals. *Appl. Opt.* 13, 518—522.
121. Thekaekara, M. P. (1976). Solar irradiance: Total and spectral and its possible variations. *Appl. Opt.* 15, 915—920.
122. Tiwari, S. N. (1978). Models for infrared atmospheric radiation. *Adv. Geophys.* 20, 1—80.

123. Tricker, R. A. R. (1970). "Introduction to Meteorological Optics." Elsevier, New York.
124. Twomey, S. (1963). On the numerical solution of Fredholm integral equations of the first kind by the inversion of the linear system produced by quadrature. *J. Assoc. Comput. Mach.* **10**, 97—101.
125. Twomey, S. (1977). "Introduction to the Mathematics of Inversion in Remote Sensing and Indirect Measurements." Elsevier, New York.
126. US Standard Atmosphere (1976). NOAA-S/T76-1562. Supt. of Documents, US Govt. Printing Office, Washington, D. C.
127. van de Hulst, H. C. (1957). "Light Scattering by Small Particles." Wiley, New York. (Ван-де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами.— М.: Изд-во иностр. лит., 1961.)
128. van de Hulst, H. C. (1963). A New Look at Multiple Scattering. *Sci. Rep.*, 81 pp. NASA, Goddard Inst. Space Studies, New York.
129. van de Hulst, H. C., and Grossman, K. (1968). Multiple light scattering in planetary atmospheres. In "The Atmospheres of Venus and Mars", (J. C. Brandt and M. B. McElroy, eds.), pp. 35—55. Gordon & Breach, New York.
130. Volz, F. E. (1974). Economical multispectral sun photometer for measurements of aerosol extinction from 0.44 to 1.6 μm and precipitable water. *Appl. Opt.* **13**, 1732—1733.
131. Vonder Haar, T. H., and Suomi, V. E. (1971). Measurements of the Earth's radiation budget from satellites during a five-year period. Part I: Extended time and space means. *J. Atmos. Sci.* **28**, 305—314.
132. Waters, J. W., Kunzi, K. F., Pettyjohn, R. L., Poon, R. K. L., and Staelin, D. H. (1975). Remote sensing of atmospheric temperature profiles with the Nimbus 5 microwave spectrometer. *J. Atmos. Sci.* **32**, 1953—1969.
133. Watson, G. N. (1944). "A Treatise on the Theory of Bessel Functions", 2nd ed. Cambridge Univ. Press, London and New York.
134. Wendling, P., Wendling, R., and Weickmann, H. K. (1979). Scattering of solar radiation by hexagonal ice crystals. *Appl. Opt.* **18**, 2663—2671.
135. Whittacker, E. T., and Watson, G. N. (1940). "Modern Analysis", 4th ed. Cambridge Univ. Press, London and New York. (Уиттекер Э. Т., Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа.— М., 1963.)
136. Winston, J. S. (1969). Temporal and meridional variations in zonal mean radiative heating measured by satellites and related variations in atmospheric energetics. Ph. D. dissertation. Dept. of Meteorology and Oceanography, New York Univ., New York.
137. Wittman, G. D. (1978). Parameterization of the solar and infrared radiative properties of clouds. M. S. thesis, Dept. of Meteorology. Univ. of Utah, Salt Lake City, Utah.
138. Yamamoto, G. (1952). On a radiation chart. *Sci. Rep. Tohoku Univ. Ser. 5 Geophys.* **4**, 9—23.
139. Zdunkowski, W. G., Barth, R. E., and Lombardo, F. A. (1966). Discussion on the atmospheric radiation tables by Elsasser and Culbertson. *Pure Appl. Geophys.* **63**, 211—219.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

- Авогадро число 92
Айри теория радуги, *см.* Радуга
Альbedo
 в модели климата 337
 глобальное (или сферическое) 201,
 231, 328, 337, 343
 глобальное — поверхности 324
 однократного рассеяния 147, 179
 планетарное (или локальное) 200,
 231, 304, 308, 337
 поверхности 215
Ангстрема коэффициент мутности,
см. Мутность
Анизотропного рассеяния функция,
эмпирическая, *см.* Функция рассея-
ния
Араго точка 89
Асимметрии фактор 186
Атмосферное окно 94
Аэрозоль 238
 оптическая толщина 238

Б

- Бабине
 принцип, *см.* Принцип Бабине
 точка 89
Бакуса—Гилберта метод обращения,
см. Линейное обращение
Барокинная неустойчивость 329
Бауэра, формула, *см.* Формула Бауэ-
ра
Бесселя функция, *см.* Функция Бес-
селя
Брюстера
 точка 89
 угол 175
Бэра—Буге—Ламберта закон, *см.* За-
кон Бэра—Буге—Ламберта

В

- Вектор
 Пойнтинга 74
 столбец 256

- электрический (напряженности)
 128, 133, 153
Венец 151
Вертикальный градиент температуры
 332
Весовая функция 247
 для лимбового сканирующего ра-
 диометра 271
 для РВПТ 255
 свойства 253
Видимое излучение, *см.* Солнечное
излучение, Солнечный спектр
Видимость 35
Висконсинский датчик, *см.* Радиаци-
онные наблюдения со спутников
Водяной пар
 концентрация 57
 поглощение в инфракрасном диа-
 пазоне 66—70, 95—98, 249
Воздушная масса 50, 238, 239
Волновое число 14
Волновой фронт кубический 156, 159,
см. также Радуга
Восходящее излучение 275, 278, *см.*
также Излучение
Вращательная энергия 59

Г

- Гадлея циркуляция 329, 342
Газовый профиль: информационное
 содержание 250
Гало 160—163, 163—167, *см.* также
 Геометрическая оптика
Гаусса формула, *см.* Формула Гаус-
са
Гельмгольца принцип взаимности, *см.*
 Принцип взаимности
Геометрическая оптика 152—163
 амплитудный коэффициент 154, 155
 граничные условия 153
 для гексагонального ледяного кри-
 сталла 167—174
 для сферической капли воды 156
 эффeкт кривизны 154
Геопотенциал 311
Геострофический ветер 272

Глория, см. Радуга
Граничное условие 136, 153, 184, 196

Д

Двуокись углерода 57, 123—125, 249, 251
 вариации концентрации 123
 инфракрасный спектр поглощения 95—98
 климатический эффект 123—125
 поглощение 249
Двухпотокное приближение в радиационном переносе 185—192, см. также Радиационный перенос
Декарта луч 159
Декартовы координаты 227
Деполяризации отношение, см. Отношение деполяризации
Дивергенция полной плотности потока, см. Плотность потока
Димер воды 98
Дипольный момент 80, 351
Дирака дельта-функция 185, 200, 262
Дискретных ординат метод в переносе радиации 190, 191, 192—199, 313
 граничные условия 199
 закон диффузного отражения при изотропном рассеянии 197—198
 общее решение для анизотропного рассеяния 198, 199
 общее решение для изотропного рассеяния 197, 198
 характеристическое уравнение 193, 199
Дисперсия света 85, 353
Дистанционное зондирование 234
 активное, см. Лидар
 пассивное, см. Инфракрасное зондирование
Дифракция
 на круговой апертуре 148—152
 на прямоугольной апертуре 170
Диффузии уравнение, см. Уравнение диффузии
Диффузная интенсивность 178
Диффузного потока плотность, см. Плотность потока
Диффузности фактор (множитель) 103
Длина волны 14
Длинноволновое излучение 95, см. также Инфракрасное излучение на верхней границе атмосферы 321
Добсона спектрометр 238
Доплера
 контур линии 27
 распределение 28,
 уширение 28, 29

Е

Единичный вектор 130, 134, 226
Естественное уширение 352
Естественный свет, см. Параметры Стокса

З

Закон
 Бэра—Буге—Ламберта 30, 31, 179, 182, 236, 289
 Диффузного отражения при изотропном рассеянии 197, 198
 Кирхгофа 22—24
 Планка 20, 21
 Рэлея—Джинса 279, 350
 смещения Вина 22, см. также Излучение абсолютно черного тела
 Снелла 152, 168, см. также Геометрическая оптика
 Стефана—Больцмана 21, 22, 325, см. также Излучение абсолютно черного тела
 термодинамики 311
Земли атмосфера
 вертикальный профиль температуры 58
 верхняя 58
 состав 57
Зенитный угол Солнца 53, 70, 179, 314, 324

И

Излучательная способность 22
 в микроволновом диапазоне 278, 280
 поверхности 248
Излучение 16; см. также Восходящее излучение, Поглощение абсолютно черного тела 20—21, см. также Закон Кирхгофа, закон Планка, закон Стефана—Больцмана, закон смещения Вина
 изотропное 23, 24
 облачной атмосферы 274
 чистой атмосферы 274
Инвариантное поглощение в радиационном переносе 211, 232
Индикатриса, см. Фазовая функция
Интегральная показательная функция 100
Интенсивность 15, 82, 139
 нулевого порядка 185, 200
Инфракрасная широкополосная потоковая пропускательная способность 115—118
 для водяного пара 117
 для двуокиси углерода 117
 поправка на перекрывание 117

Инфракрасного выхолаживания скорость в чистой тропической атмосфере 114
 зонально осредненный меридиональный профиль 315—319
 механизм выхолаживания столба атмосферного воздуха 310
 расчет 112—115
 Инфракрасное зондирование метод сканирования горизонта 269—272
 перистой облачности 273—277
 температуры, *см.* Линейное обращение, Нелинейное обращение
 Инфракрасное излучение 93—95
 наблюдаемое со спутника 304
 перенос в рассеивающей атмосфере 181, 231
 Инфракрасной полосы модель, *см.* Функция пропускания в инфракрасном диапазоне
 Инфракрасный радиационный перенос, *см.* Инфракрасное излучение, Радиационный перенос
 Инфракрасный спектр поглощения 93—98, 248—252
 уходящее излучение 250
 характеристики 248

К

Квантовое число 24, 35
 Кислород
 А-полоса 67
 обращение температуры в микроволновом диапазоне 251, 283—287
 спиново-вращательная полоса 278
 Ковариации матрица, *см.* Матрица ковариации
 Колебательная энергия 59
 Комплексный показатель преломления, *см.* Коэффициент преломления
 Конвективное приспособление 333
 Консервативное рассеяние, *см.* Рассеяние
 Кориолиса сила 272, 329
 Коротковолновое излучение 95, *см.* также Солнечное излучение
 Коэффициент мутности, *см.* Мутность
 обратного рассеяния радарный, *см.* Рассеяние
 преломления 85, 142, 153, 351—353
 Круговая поляризация 75
 Куртиса-Годсона приближение 111—112

Л

Ледяной кристалл

закон Снелла 170
 картина рассеяния 110
 проблема ориентации 170
 проследивание геометрического пути луча 169
 рассеяние света 167—174, *см.* также Геометрическая оптика
 Лежандра полиномы 135, 180, 231, 340
 присоединенные 130, 180
 свойства 354, 355
 теорема сложения 357, 358
 Лидар 287
 уравнение обратного рассеяния 290
 Лидарная система 289
 Линейное обращение 255
 Бакуса—Гилберта метод 262—264
 ограниченный метод 258—260
 статистический метод 260—262, 285
 Линейная поляризация, *см.* Поляризация
 Лоренца
 контур 26—28, 254, 353
 формула 353
 Лоренц—Лоренца формула 85
 вывод 351—353
 Лошмидта число 61, 348
 Лучевая оптика, *см.* Дифракция, Геометрическая оптика
 сравнение с теорией Ми 163—167
 Лучистая энергия 15, 16

М

Магнитная индукция 128
 Магнитный вектор (напряженности поля) 128, 133, 153
 Максвелла—Больцмана распределение 28
 Максвелла уравнение 128, 129, 153
 Массовый поперечник ослабления, *см.* Ослабления поперечник
 поглощения, *см.* Поглощение
 Матрица 256
 ковариации 262
 обращения 258
 отражения 200
 преобразования 144, 175
 пропускания 200
 транспонирование 358
 фазовая рассеяния 143—147, *см.* также Параметры Стокса, Поляризация
 для единичной однородной среды 144
 для несферических частиц 224
 для совокупности сфер 147
 многократного рассеяния 222
 Метод дискретных ординат в переносе ра-

диании, *см.* Дискретных ординат метод
 сканирование горизонта 269—272
 весовая функция 271
 геометрия визирования 270
 радиационное уравнение 271
 сложения для многократного рассеяния, *см.* Многократное рассеяние сферических гармоник в радиационном переносе 231
 удвоения для многократного рассеяния 189, 216
 Ми рассеяние 18, 133—137, 166, *см.* также Рассеяние
 граничные условия 136
 коэффициент для рассеянной волны 137
 решение для поля в удаленной области 137—139
 сравнения с измерениями 166
 фундаментальное уравнение 139
 функция интенсивности 139
 Микроволновое зондирование 277—287
 атмосферной влаги 280—283
 температуры 283—289
 Микроволновый перенос излучения 277—280
 решение уравнения 278
 Микроволновый спектр поглощения 277
 Миланковича теория, *см.* Орбита Земли
 Многократное рассеяние 19, *см.* также Принцип инвариантности, Радиационный перенос, Уравнение переноса
 в декартовых координатах 227
 в сферических координатах 228
 в трехмерном пространстве 226—230
 в цилиндрических координатах 229
 метод сложения 216—220, 244
 ориентированными несферическими частицами 223—226
 учет отражения от поверхности 213—216
 учет поляризации 220—223
 формулировка 178—183
 Модель
 климата, *см.* Энергобалансовая модель
 полосы, *см.* Функция в инфракрасном диапазоне
 радиационного равновесия, *см.* Радиационного равновесия модель
 Монодисперсия 151
 Монте-Карло метод в радиационном переносе 245
 Мутность 89
 коэффициент Ангстрема 239

Н

Направляющий косинус
 в декартовых координатах 227
 в сферических координатах 228
 в цилиндрических координатах 229
 Неба голубой цвет, *см.* Рэлеевское рассеяние
 Нейтральная точка 89, *см.* также Поляризация
 Неконсервативное рассеяние, *см.* Рассеяние
 Нелинейное обращение 264—269
 метод итераций 266—269
 метод релаксаций 264—266
 Нормальная дисперсия 353

О

Облака
 Инфракрасное спутниковое изображение 274
 ледяного CO₂ на Марсе 246
 перистые 168, 225, 273
 свойства, полученные из состояния поляризации излучения 242—246
 NH₃ на Юпитере 246
 Облучение солнечной энергией
 нормированное среднее годовое распределение 336, 341
 суточный ход 55, 303
 Озон
 вклад отражения от поверхности 240
 инфракрасный спектр поглощения 95—93
 концентрация 57
 оценка по интенсивности отраженного излучения 240—242
 оценка по пропущенному солнечному свету 249
 ультрафиолетовый спектр поглощения 59—63
 Озонный слой
 равновесная концентрация озона 60
 формирование 63—66
 Оптическая толщина (глубина) 31, 32, 86, 95, 99, 179
 аэрозольная 239
 в расчете на молекулу 86
 понятие 32
 Орбита Земли вокруг Солнца 43—46
 вытянутость 44
 Миланковича орбитальная теория 45
 плоскость эклиптики 43
 прецессия 44
 эксцентриситет 44
 Осажденная вода, *см.* также Водя-

ной пар
определение 238—240
Ослабления поперечник 19
для несферических частиц 224
для совокупности сфер 143, 145
для сферы 140—143, *см.* также Ми
рассеяние
Ослабления коэффициент 19, 239, 289
Ослабления эффективности 141
Отношение
деполяризации 291
смеси 248
Отражательная способность 31
Отражение 189, 200
двунаправленное 200
коэффициенты
с учетом поглощения 175
Френеля 154

П

Параметр размера 141, 150, 291
Параметры Стокса 74—80, 220, *см.*
также Поляризация
Парниковый эффект 95, 338
Перенос инфракрасного излучения в
рассеивающей атмосфере, *см.* Ин-
фракрасное излучение
Перенос солнечного излучения в слое
перистой облачности 225, *см.* также
Уравнение переноса
Перенос энергии к полюсам 311
Пиранометр 49
Пиргеллометр 49
Планка закон, *см.* Закон Планка, Из-
лучение абсолютно черного тела,
Функция Планка
Плоскопараллельная атмосфера 178—
183
перенос солнечного излучения 178,
см. также Уравнение переноса,
Многократное рассеяние
Плотность потока 16
восходящего и нисходящего излуче-
ния 182
дивергенция, 113
диффузного 181
отраженного, средняя за день 302
поглощенного системой Земля—ат-
мосфера 338
полная 182
солнечного излучения 178, 200, 338
суточная 301—304
уходящей инфракрасной радиации
340
Поглощение 17—20
в атмосфере 201
в видимой и инфракрасной области
66—70
в микроволновой области 277
в ультрафиолетовой области 59, 63

глобальное (полное) 202
зависимость от давления 72, *см.*
также Куртиса—Годсона прибли-
жение
Интенсивность (сила) линии 26,
108, 111
контур линии 26—29
коэффициент 19, 26, 30
массовый поперечник 19, 62
проникновение солнечного излуче-
ния 62
формирование линии 24—26
эмпирические постоянные для по-
лос H_2O и CO_2 68
Поглощение излучения
атомарным азотом 62
атомарным кислородом 52
атомом водорода 24
двуокисью углерода 67, 95—98
молекулярным азотом 62
молекулярным кислородом 60, 67
озоном 62, 98
Поглощение солнечного излучения 67,
95—98
системой Земля—атмосфера 320
Поглощательная способность 23, 31,
70, *см.* также Поглощение
в модели климата 337, 341
глобальная 337
Пойнтинга вектор 74
Полидисперсия 164
Полоса, *см.* также Инфракрасный
спектр поглощения
А-кислорода 67
колебательная и вращательная
95—98, 254
обертонная и комбинационная 67
спиново-вращательная 277
Р- Q- и R-ветви 97, 254
фундаментальная 97
Полубесконечная атмосфера 196
Полуширина спектральной линии 26,
27, 112, 254
Поляризация, *см.* также Параметры
Стокса, Поляризованный свет
линейная 76, 88
для аэрозоля 164, 165
для капель воды 164—167
для ледяных кристаллов 173
для молекул 87, 88
отраженного солнечного света
облачностью 243
Венерой 245
степень 78
Поляризация света небосвода, *см.*
Рэлеевское рассеяние
Поляризованный свет, представление,
см. также Параметры Стокса, По-
ляризация
геометрическое 77
простой волны 77, 78

светового луча 78—80
Поляризуемость 81, 85, 351, *см. также* Рэлеевское рассеяние
Поперечник ослабления, *см. Ослабления поперечник*
Поперечник рассеяния, *см. Рассеяния поперечник*
Порядок приближения рассеяния 183—185
Последовательные порядки рассеяния 241
Постоянная профиля распределения в распределении по размерам Юнге 239
Потемнение к краю 244
Предиктор-матрица 261
Принцип
 Бабине 148
 взаимности 214
 Гельмгольца 202
 инвариантности
 для конечной атмосферы 206—211
 для полубесконечной атмосферы 202—206
Проводимость 128
Проницаемость магнитная 129
Пропускание 189, 201, *см. также*
 Функция пропускания
 величина 190, 191
 в микроволновом диапазоне 277
 глобальное диффузное 201
 для жидкой воды 281
 слоя, температурная зависимость 120
Пропускательная способность 31, 50, *см. также* Функция пропускания облака 275
Пропущенная интенсивность в конечной атмосфере 184, 200
Профиль
 Фойгта 29
 Лоренца 26—28, 254, 352
Пуанкаре сфера 77, *см. также* Поляризация
Пуассона распределение 108

Р

Радиационная номограмма 118—123
Радиационного равновесия модель
 глобальная 330, 331
 двухслойная глобальная 331
 одномерная 331—335
Радиационные наблюдения со спутников 298—304
Радиационный баланс 295—298
 в глобальном балансе энергии 310—312
 глобальный 304—308, 324—328
 годовой 327

зонально осредненный 319—324
полный 318, 319, 323
теоретический расчет 312—315
широтных поясов 308—310
Радиационный перенос 29—24, *см. также* Метод дискретных ординат, Метод сложения для многократного рассеяния, Многократное рассеяние, Уравнение переноса приближение 183—192
Радиометр вертикального профиля температуры 255
Радиометр сканирующий среднего разрешения, *см. Радиационные наблюдения со спутников*
Радиометрическая величина 15—17
Радуга 155—160, 163—167, *см. также*
 Геометрическая оптика
 интеграл 159
 Айри теория 158—160
Распределение частиц по размерам 145
 гамма-функция 163
 нулевого порядка логнормальное 166
 Юнге 239
Рассеяние 17—20, *см. также* Ми рассеяние, Многократное рассеяние, Рэлеевское рассеяние
 геометрия 180, 356
 диполем 81
 изотропное 196, 198, 205
 консервативное 199
 конфигурация для несферических частиц 223
 коэффициент 19, 145, 289
 независимое 145
 неконсервативное 199
 обратное
 коэффициент 92, 290
 поперечник 288
 уравнение 289
 поперечник
 для несферических частиц 223
 для сфер 141
 на молекулу 84, 85
 солнечного излучения 181, *см. также* Радиационный перенос
 азимутальная независимость 181
 исходное уравнение 179, 181
 солнечного света 178, *см. также* Рассеяние солнечного излучения
 угловое распределение 18
 фазовая матрица 143—147
Рэлеевское рассеяние 17—20, 80—90, 290, *см. также* Рассеяние голубой цвет неба 86, 87
 индикатриса 83
 поляризация света небосвода 89
 теоретический вывод 80—83

С

- Сатурна кольца 246
 Светимость 15, 16
 Серое тело 23
 Скорость радиационного нагрева
 солнечным излучением
 зонально осредненный меридио-
 нальный профиль 315—319
 механизм нагрева столба атмосфе-
 ры 310
 расчет 70—73
 Скорость света 348
 Случайная ориентация 225
 Смена времен года 45
 Смещение электрическое 128
 Солнечная постоянная 46—53, 325,
 336, 348
 долгий метод 49—51
 короткий метод 51—53
 определение 49—53
 стандартное значение 51—53
 Солнечное излучение 57, *см.* также
 Рассеяние солнечного излучения,
 Солнечная постоянная, Солнечный
 спектр
 Солнечные вспышки 41
 Солнечные пятна
 фотографии 42
 цикл 41—43
 Солнечный спектр 46—49
 в ультрафиолетовом диапазоне 48
 наблюдаемый 47
 Солнечный фотометр 126, 239
 Солнце 37—43
 затмение 40
 зона конвекции 38
 корона 39, 40
 солнечный ветер 40
 состав 37
 спектр вспышек 40
 фотосфера 39
 хромосфера 39
 Спектр электромагнитный 12—14
 Спектральная весовая функция 249
 Спектральная функция пропускания
 249
 Спектроболометр 49
 Спутники
 Блок-5Д 284
 «Нимбус» 94, 235, 252, 282, 283,
 301, 328
 НУОА 255
 «Тайрос» 235, 298
 GOES 274
 Сферические координаты 229

Т

- Телесный угол 14—15, 178, 301
 Температура

- глобальной поверхности 335
 анализ с использованием теории
 возмущений 335
 поверхности 247
 равновесная
 системы Земля—атмосфера 300—
 330
 Солнца 37, 47
 Температурный профиль
 обращение 255, *см.* также Линей-
 ное обращение, Нелинейное об-
 ращение
 по инфракрасному излучению
 251—255, 268
 по микроволновому излучению
 286
 при локальном равновесии 334
 Теорема сложения для полиномов
 Лежандра, *см.* Лежандра полино-
 мы
 Тепловой баланс 317, 325, *см.* также
 Радиационный баланс
 Тепловое инфракрасное излучение,
см. Инфракрасное излучение
 Термическое равновесие 333
 Термодинамическое равновесие 23
 Тропик
 Козерога 46
 Рака 45

У

- Угол рассеяния 81, 179, 222, 356
 Ультрафиолетовый спектр, *см.* По-
 глощение в ультрафиолетовой об-
 ласти, Солнечный спектр
 Уравнение
 диффузии 230, 339
 гидростатики 74, 248, 272, 311
 интегрально-дифференциальное
 в частных производных 227
 неразрывности для электромагнит-
 ной волны 128
 переноса 29, 30
 в декартовых координатах 227
 в микроволновой области 227, *см.*
 также Излучение
 в сферических координатах 228
 в цилиндрических координатах
 229
 геометрия 33
 для горизонтально ориентирован-
 ного гексагонального кристал-
 ла 225
 для плоскопараллельной атмо-
 сферы 32—34
 диаграмма распределения интен-
 сивности 33
 решение 183—185
 с учетом поляризации 221
 релаксации 264—269

состояния 272
Шварцшильда 31—32
электромагнитной волны 129, 130
в сферических координатах 130
в цилиндрических координатах 174
решение 131—133
решение в удаленных точках 137—139, *см.* также Ми рассеяние

Уходящее излучение в терминах температуры абсолютно черного тела 252

Уширение давлением 26—28, *см.* также профиль Лоренца
полуширина 26
естественное 252

Ф

Фаза электромагнитных волн 74
Фазовая матрица, *см.* Рассеяние
Фазовая функция (индикатриса рассеяния) 84
для аэрозоля 165
для капель воды 165, 166
для ледяных кристаллов 173
для молекул 83, 290
для сфер 145
разложение по полиномам Лежандра 180, 181
Хеньи—Гринстейна 192

Фойгта профиль, *см.* Профиль Фойгта

Формула
Бауэра 134
Гаусса 185
Френеля, *см.* Френеля формула

Фотодиссоциация 63, 65
Фраунгофера дифракция 148, 170, *см.* также Дифракция

Фредгольма уравнение первого рода 253, *см.* также Линейное обращение

Френеля формула, *см.* Геометрическая оптика, Отражения коэффициенты
интеграл 140

Функция
Бесселя 104, 132, 150
источника 30
в инфракрасном диапазоне 31, 99
в микроволновом диапазоне 280
в солнечной области спектра 179
в трехмерном пространстве 227
с учетом поляризации 222

Ладенберга и Рейхе 104
Неймана 132
отражения 200, 203, 217

Планка 20, 182, 231, 249, 253, 265, 279
вывод 349, 350
пропускания
в инфракрасном диапазоне 101—103
для регулярной модели (Эльзасера) 105—107
для спектральной линии 103—105
для спектральной плотности потока 101
для статистической модели (Гудди) 107—111
параметр полосы 110
линейное поглощение 104
при многократном рассеянии 202, 216, 247
Чандрасекара 202
при поглощении по закону квадратного корня 104
рассеяния 202, 302
Ханкеля, второго рода 133
H 194, 198, 206, 213
X 211—213
Y 211—213
Z 198

Х

Ханкеля функция второго рода, *см.* Функция Ханкеля
Хеньи—Гринстейна индикатриса рассеяния 192, *см.* также Фазовая функция

Ч

Четвертичное оледенение 338
Четырехпотокое приближение в радиационном переносе 189, *см.* также Радиационный перенос

Э

Эддингтона приближение радиационного переноса 185—192, *см.* также Радиационный перенос
Эллиптическая поляризация 76
Энергия
составляющих среднее годовое широтное распределение 331
уравнение 311, 335
Энергобалансовая модель
нагрева по линейному закону (Будыко) 336
закона простой диффузии 339—342
Эффективность рассеяния 141—143

Я

Яркость излучения поверхности 278